Fundamentos de Electricidad y Electrónica

VOLUMEN II

Fundamentos y Análisis de Circuitos de C.A.

Fundamentals of A-C and A-C Circuits Analysis

202

UBLICACION DE PHILCO Ford CORPORATION • EDUCATION OPERATION

Fundamentos
de
Electricidad y Electrónica

ELECTRONIC AND ELECTRICAL FUNDAMENTALS

VOLUMEN II

FUNDAMENTOS Y ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE C.A.

FUNDAMENTALS OF AC AND A-C CIRCUIT ANALYSIS

VOLÚMENES DE ESTA COLECCIÓN:

FUNDAMENTOS DE ELECTRICIDAD Y ELECTRONICA

VOLUMEN I. Conceptos fundamentales y circuitos de C.A.
VOLUMEN II. Fundamentos y análisis de circuitos de C.A.
VOLUMEN III. Válvulas electrónicas y semiconductores

CIRCUITOS Y SISTEMAS ELECTRONICOS

VOLUMEN IV. Sistemas y circuitos fundamentales de radio
VOLUMEN V. Tecnología de los circuitos electrónicos avanzados
VOLUMEN VI. Tecnología de la electrónica industrial y de las microondas

Fundamentos y Análisis de Circuitos de C.A.

FUNDAMENTALS OF AC AND A-C CIRCUIT ANALYSIS

por miembros de
Education Operations Department.

Editado por

PHILCO Ford

PHILCO - FORD CORPORATION
Education Operations
UNION MEETIMG ROAD
BLUE BELL - PENNSYLVANIA 19422
1 9 7 0

Título del original en Inglés:
ELECTRONIC AND ELECTRICAL FUNDAMENTALS
Copyright ©- Philco - Ford Corporation 1969 - All rights reserved.
No part of the book may be reproduced
without the written permission of the publisher.
Library of Congress Catalog Card Number: 59-15737.

EDICIONES EN INGLÉS

Primera edición	....	enero 1960
Segunda „	....	octubre 1961
Tercera „	....	julio 1962
Cuarta „	....	mayo 1964
Quinta „	....	agosto 1965

EDICIONES EN CASTELLANO

Primera edición	....	1962
Segunda „	....	1970

Queda hecho el depósito que marca la ley 11.723 Copyright © - Philco Ford Corporation - Education Operations - Cañada de Gómez 5567 - Bs. As.

Traducido e impreso en la República Argentina por el INSTITUTO SUPERIOR DE ELECTRONICA S. A. I. C. - Tucumán 141 - Buenos Aires.

Prefacio

Es este tomo el segundo de una serie de tres volúmenes preparados por los miembros de Philco - Ford Corporation - Education Operations, y está dedicado al estudio de los fundamentos de la electricidad y la electrónica.

El primer volumen de la serie se relacionaba con los conceptos físicos fundamentales de la electricidad y la electrónica, y su aplicación en los circuitos de corriente continua, utilizando elementos tales como resistores, inductores y condensadores. En este segundo volumen se estudian los conceptos de la corriente alterna y su aplicación a los circuitos con partes componentes; se analiza el funcionamiento de estos circuitos, tanto con entradas sinusoidales como no sinusoidales, y se establecen las bases para la comprensión del funcionamiento del radar y de los sistemas de comunicaciones, radio y otros sistemas similares.

Al igual que en el volumen primero, se mantiene una estrecha vinculación entre la teoría y la práctica, para asegurar así, una instrucción bien equilibrada y el máximo aprovechamiento de la capacidad de aprender del estudiante. El empleo de las matemáticas se mantiene en un nivel mínimo, aunque se necesitan algunos conocimientos de álgebra y trigonometría. Otros conceptos matemáticos necesarios, como el de vectores, se tratan a medida que aparecen en el texto.

Se notará que el orden de presentación de este texto es distinto al empleado en muchos textos fundamentales publicados anteriormente sobre electrónica. La extensa investigación en la enseñanza de Philco - Ford Corporation - Education Operations ha demostrado que este orden de presentación es el más lógico y directo, y es el que permite al estudiante un progreso sistemático de un tema a otro.

Introducción

En el estudio de los circuitos electrónicos es difícil señalar cuál es el concepto más importante que debe aprenderse. Los principios en los que se basa la ciencia electrónica son, en lo fundamental, los estudiados en las ciencias relacionadas: matemáticas, física y química. Para asegurar una progresión adecuada en el estudio de la electrónica, este texto profundiza el análisis de los efectos producidos cuando se conectan la tensión o corriente alternas, a las partes componentes del circuito electrónico.

En el análisis del circuito de corriente continua, que se estudiara anteriormente, se consideraron los efectos de las partes del circuito sobre el flujo de una corriente eléctrica. Calculados sus valores, las partes eran dispuestas de forma tal que las corrientes continuas pudieran controlarse y dirigirse para obtener el resultado deseado. Las corrientes alternas producen efectos algo diferentes en los circuitos eléctricos: sus resistencias presentan también oposición al flujo de la corriente, pero, sin embargo, los capacitores, inductores y transformadores, presentar una oposición a la corriente alterna que es diferente a la oposición a la corriente continua. La acción fundamental de las partes componentes, aunque algo parecida, debe estudiarse con un sentido diferente para lograr el buen funcionamiento del circuito.

Los principios y cálculos relativos a las corrientes alternas en los esquemas fundamentales de los circuitos, son muy importantes para la comprensión de los sistemas y circuitos electrónicos. Se podrá comprobar que el conocimiento de los circuitos de corriente alterna y corriente continua, juntamente con el conocimiento de elementos electrónicos tales como las válvulas y el transistor, hacen posible la comprensión de la electrónica en sus muchas aplicaciones industriales, comerciales y militares.

CAPITULO I

Principios Fundamentales de la Corriente Alterna

1-1 Introducción

Como su nombre lo indica, la corriente alterna es un tipo de corriente eléctrica que fluye primeramente en una dirección durante cierto período de tiempo, y luego invierte su dirección y fluye en sentido contrario durante igual período de tiempo. Es distinta a la corriente continua, ya que ésta alcanza su máximo valor en un corto período de tiempo y se mantiene en dicha magnitud mientras el circuito se halle cerrado, en tanto que la corriente alterna cambia constantemente su magnitud.

Si se observa la gráfica comparativa entre las curvas de corriente alterna y de corriente continua de la fig. 1-1, podrá verse que la corriente alterna se eleva en dirección positiva desde cero hasta su máximo valor, desciende luego a cero y hasta alcanzar el máximo valor en sentido negativo, y vuelve luego a cero. Por esta causa, se define a la corriente alterna (C.A. en forma abreviada) como una corriente que varía constantemente de magnitud y cambia periódicamente de dirección.

De ambos tipos de corriente, fue la continua la que primero se utilizó en forma amplia, pues fue también la primera cuyas características se conocieron. Sin embargo, la corriente continua tiene un número de aplicaciones limitado, como ser: máquinas eléctricas (motores de C.C. y generadores), baterías de acumuladores de C.C. y circuitos electrónicos.

Cuando las máquinas eléctricas se aplicaron en la práctica por primera vez, se pensó que la corriente continua podría aprovecharse más fácilmente que la corriente alterna. Sin embargo, pronto se observó que la corriente continua tenía ciertas desventajas en relación con la corriente alterna, entre otras, que no se podía transmitir a largas distancias porque se experimentaban pérdidas elevadas de energía. Si se transmite desde el punto de origen al de consumo, la resistencia de los conductores entre ambos puntos ocasiona la pérdida, bajo forma de calor, de gran parte de la energía de la corriente continua antes de llegar a destino. La corriente que circula por un alambre está limitada por el diámetro del mismo, por lo cual, si la corriente sobrepasa ese límite, se produce un calentamiento excesivo que origina la pérdida citada. La corriente alterna, por el contrario, puede transmitirse a grandes distancias sin pérdidas apreciables. La C.A. se transmite con las bien conocidas líneas de alta tensión y larga distancia, con un régimen de alta tensión y una intensidad relativamente baja. Como la corriente que fluye en los conductores es baja, la pérdida de energía en la transmisión se reduce considerablemente. En el punto de consumo, esta baja intensidad y alta tensión se transforman fácilmente en la corriente y tensión adecuadas a las necesidades del consumo.

Otra de las desventajas de la corriente continua, es que no puede aplicarse a la irradiación de ondas electromagnéticas al espacio mediante una antena, que es precisamente el fenómeno del cual dependen las comunicaciones radioeléctricas. La capacidad de la corriente alterna para irradiar su energía al espacio desde una antena, ha hecho posible las radiocomunicaciones y las demás artes relacionadas con ellas.

Este capítulo tiene por finalidad estudiar los principios fundamentales de la corriente alterna. Sin embargo, antes de explicar la generación de la corriente alterna, se hará la comparación gráfica entre las ondas de C.C. y C.A. y también un breve estudio acerca del magnetismo en relación con la inducción electromagnética.

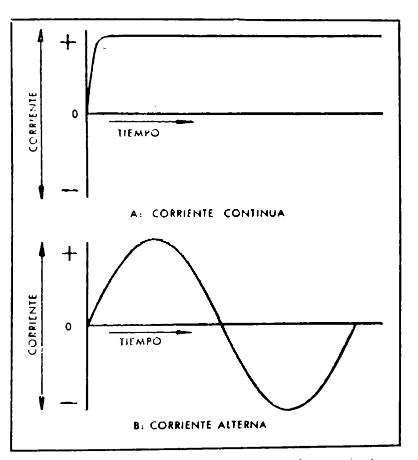


Figura 1-1. Representación gráfica de las corrientes continua y alterna

1-2 COMPARACIÓN DE LA CORRIENTE ALTERNA CON LA CORRIENTE CONTINUA

La corriente continua, o C.C., es el flujo o movimiento de electrones por un circuito en una sola dirección. El flujo de esta corriente se muestra en el circuito simple de C.C. de la figura 1-2. La dirección del flujo de la corriente es, según lo indica la flecha, la que va desde el terminal negativo de la batería y a través del circuito, hasta el terminal positivo de la misma.

La corriente alterna, o C.A., es el flujo de electrones que alterna o cambia periódicamente su dirección de manera que el movimiento de electrones que pasan por un punto dado en el circuito fluye primero en una dirección y luego en la otra. En la figura 1-3 se representa un circuito simple de C.A. Obsérvese que la corriente fluye durante un período, según indica la flecha, en sentido contrario a las agujas del reloj, y durante otro período, según la flecha punteada, fluye en el sentido de las agujas del reloj. Aunque en ambos ejemplos (figuras 1-2 y 1-3), para igual período de tiempo, es el mismo número de electrones el que fluye a través del punto de referencia, la corriente fluye en el primer ejemplo en una sola dirección mientras que alterna su dirección en el segundo. Esta es la causa por la que la primera se llama corriente continua y la segunda, corriente alterna.

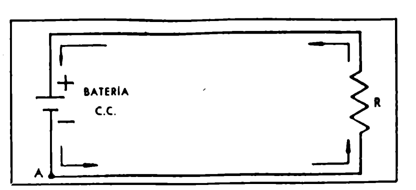


Figura 1-2. Circuito simple de C.C.

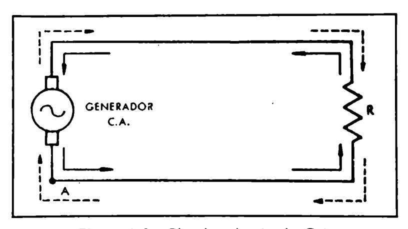


Figura 1-3. Circuito simple de C.A.

Curvas de la corriente continua

La representación gráfica que muestra las variaciones de la tensión o de la corriente en un período de tiempo determinado, se denomina curva. Como la tensión y la corriente en un circuito de corriente continua permanecen constantes mientras haya flujo de electrones, las curvas que las representan constituyen líneas rectas, o sea que, cuando se conecta una carga resistiva a los terminales de una fuente de C.C., y se mide la corriente y la tensión en el circuito a intervalos regulares de tiempo, se encontrará que sus valores permanecen

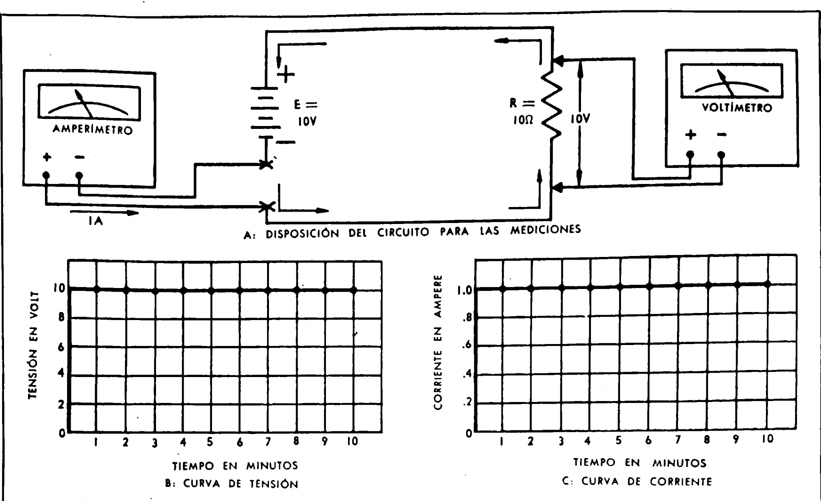


Figura 1-4. Circuito de C.C. y curvas correspondientes

constantes. Estos valores representados en un gráfico dan origen a una "curva" de línea recta.

La figura 1-4 muestra el circuito y las curvas de un circuito de C.C. En la parte A de la figura, se ve una batería de 10 volt conectada en serie con un resistor de 10 ohm, con lo que se obtiene un flujo de corriente de 1 ampere. El amperímetro conectado en serie con la batería y el resistor, indica el valor de la corriente en el circuito mientras que el voltímetro conectado en paralelo sobre el resistor indica la tensión del circuito. Si se supone que se mide la corriente y la tensión a intervalos regulares de tiempo, por ejemplo durante cada minuto y en un período total de diez minutos, se obtendrán valores que, al representarse gráficamente darán las curvas de tensión y corriente indicadas en las partes B y C de la figura 1-4.

Corriente continua pulsante

Obsérvese ahora el circuito que se representa en la parte A de la figura 1-5. Es un circuito similar al de la figura 1-4, salvo que se le ha agregado la llave S_1 en serie con la línea. Esta llave tiene el objeto de abrir o cerrar el circuito cuando se desee, permitiendo o no el flujo de la corriente por el mismo. Si se mide la tensión y la corriente cuando se abre y se cierra la llave, y se representan esas mediciones mediante un gráfico, se obtienen las curvas indicadas en las partes B y C de la figura. Estas curvas se denominan curvas de corriente continua pulsante. Específicamente, una corriente continua pulsante representa variaciones en la magnitud de la tensión y de la corriente, sin que sea invertida la dirección del flujo de la corriente.

Para comprender la forma en que se produce una corriente continua pulsante, se supone primeramente que la llave S_1 está cerrada, o en posición 1. Las mediciones de tensión y corriente que se toman a intervalos de 1 y 2 minutos, indican que dichas magnitudes han alcanzado un máximo valor. Estos valores máximos de tensión y corriente se representan en los gráficos de las partes B y C de la figura, con los intervalos de tiempo determinados.

Si se abre ahora la llave y se la pasa a la posición 2, en el intervalo de 3 minutos, la tensión y la corriente caen instantáneamente a cero, pues el circuito ha dejado de ser completo. Las mediciones de tensión y corriente en los intervalos de 3, 4 y 5 minutos, indican que en el circuito no hay tensión ni corriente. Estos valores se representan también en la gráfica.

Si se abre y cierra alternativamente el circuito

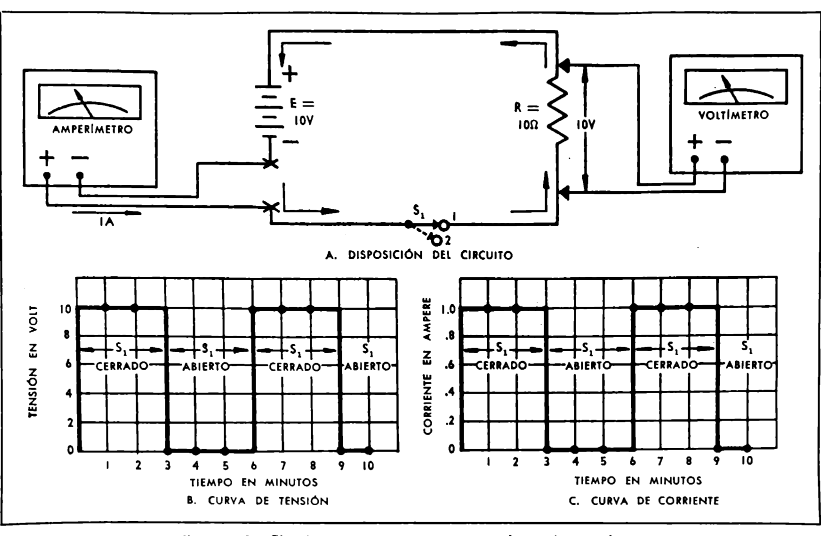


Figura 1-5. Circuito y curvas que representan la corriente pulsante

de C.C., se transforma la corriente del mismo en una *corriente continua pulsante.* Aunque la corriente continua pulsante aumenta hasta un máximo y disminuye hasta cero, en forma alternativa, no puede considerarse por ello como corriente alterna, pues la dirección de la corriente no se invierte. En todo momento esta corriente fluye en una sola dirección, cambiando únicamente su magnitud.

C.C. pulsante respecto de un nivel cero de referencia

En las consideraciones anteriores sobre la corriente continua pulsante, se vio que la magnitud de la tensión y de la corriente varían desde cero hasta el máximo valor positivo. Sin embargo, la corriente continua pulsante no siempre varía entre cero y un máximo valor positivo. Dicha corriente puede hacerse variar arriba o debajo del eje de referencia cero, y en un valor máximo o mínimo que dependerá de la forma del circuito.

La figura 1-6 muestra un ejemplo de corriente continua pulsante que varía desde un nivel de referencia distinto al eje cero. En la parte A de la figura se observa una batería de 5 volt, otra de 10 volt, una llave y un resistor dispuestos de forma tal que pueden obtenerse en el circuito distintos valores de tensión y corriente, según se pase la llave S_1 a una u otra posición. Cuando se coloca la llave en la posición 1, según indica la figura, por el circuito circula una corriente de 0,5 ampere y se tendrá una tensión de 5 volt a través del resistor. Si se miden la tensión y la corriente a intervalos de 1 minuto durante los dos primeros minutos en que está en la posición 1, los valores obtenidos al representarlos en la gráfica, producen una curva de líneas rectas entre el tiempo cero y el tiempo 2 minutos. Estas curvas pueden verse en la parte B y C de la figura.

Se supone ahora que se pasa la llave S_1 a la posición 2 en el intervalo del minuto 3. Este movimiento conecta en serie la batería de 10 volt con la batería de 5 volt (E_2 y E_1), produciendo una tensión total de 15 volt en el circuito. Como la resistencia del circuito continúa siendo la misma, es decir 10 ohm, la intensidad de la corriente en el circuito aumenta de 0,5 a 1,5 ampere. Si se miden la tensión y la corriente a intervalos de un minuto, entre el minuto 3 y el minuto 5, y los valores obtenidos se llevan a la gráfica, se obtendrán las curvas que indica la figura para este

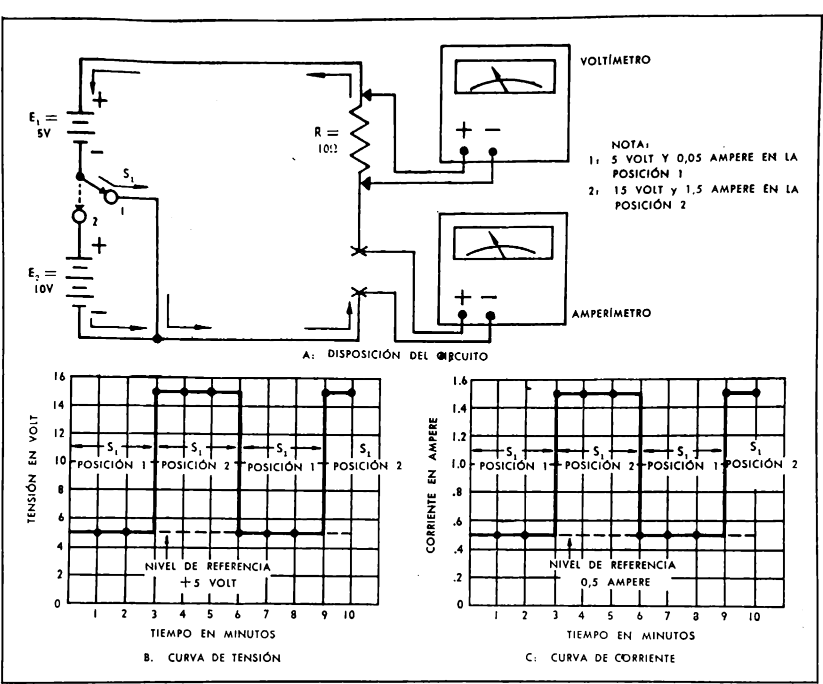


Figura 1-6. C.C. pulsante sobre el nivel cero de referencia

período de tiempo. Debe notarse que aunque las curvas siguen siendo líneas rectas, su valor ha aumentado.

Cuando la llave se pasa nuevamente a la posición 1, se desconecta del circuito la batería de 10 volt y sólo queda la batería de 5 volt como fuente de alimentación de C.C. Reducida así a su valor primitivo la fuente de tensión, también vuelven a su valor primitivo la tensión a través del resistor y la corriente del circuito. Esto se puede ver en los intervalos de los minutos 6, 7 y 8 de la gráfica de tensión y corriente. En el intervalo del minuto 9, se ha colocado nuevamente la llave S_1 en la posición 2, lo que produce un nuevo aumento de la tensión y de la corriente del circuito hasta 15 volt y 1,5 ampere, respectivamente.

Si se comparan ahora las curvas de tensión y corriente de las figuras 1-6 y 1-5, se notará que tienen la misma forma. También puede verse que, en ambos casos, la magnitud del cambio de la tensión es de 10 volt, y la magnitud del cambio de la corriente es de 1 ampere. Otra deducción importante de la comparación entre ambas curvas, es que en ambos casos la corriente fluye por el circuito en la misma dirección. Es decir, la corriente fluye por el resistor R del circuito en un mismo sentido, sin que importe que el eje de referencia sea el cero, como en la figura 1-5, o 5 volt, como en la figura 1-6. De esta forma, en ambos circuitos se tiene una corriente continua pulsante.

También puede producirse una corriente continua pulsante desde un nivel inferior a cero, invirtiendo simplemente las polaridades de la fuente de tensión de C.C. En efecto, la corriente continua

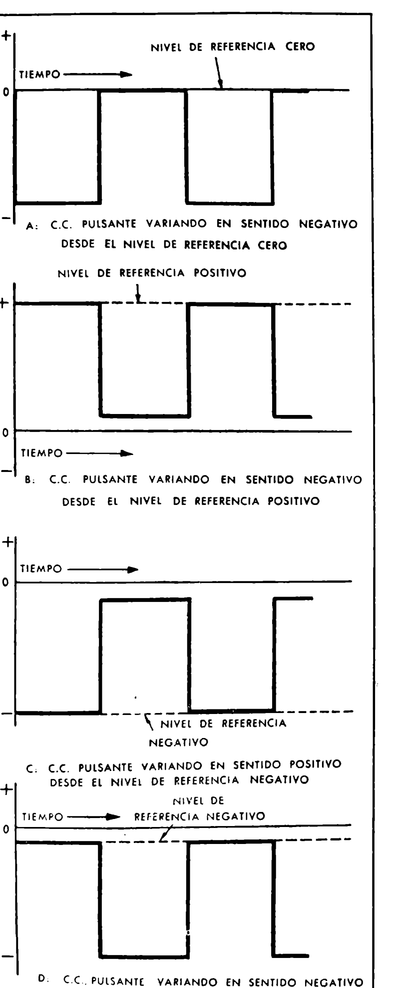


Figura 1-7. Ejemplos de curvas de tensión de C.C. pulsante

pulsante puede hacerse variar, en sentido positivo o negativo, con respecto al nivel de referencia arriba de cero, debajo de cero o sobre el mismo eje cero. La figura 1-7 ofrece ejemplos de tales curvas de tensión de corriente continua pulsante.

Curvas de C.A.

Del análisis de los circuitos de corriente continua y de corriente continua pulsante, se dedujo un hecho importante: la corriente que fluye por el circuito tiene siempre la misma dirección. Aunque varía la magnitud de la intensidad en la corriente continua pulsante, su dirección permanece invariable. Por el contrario, en el caso de la corriente alterna, cambia la dirección del flujo de la corriente y también la magnitud de la misma.

Para comprender la generación de la corriente alterna, se analiza el circuito de la figura 1-8 y las curvas correspondientes de la figura 1-9. La disposición fundamental del circuito consiste, según se ve en la figura 1-8 A, en dos baterías de 10 volt, una llave y un resistor de 10 ohm. Las partes del circuito se han conectado en forma tal que, por medio de la llave, puede circular la corriente por la resistencia en dos direcciones opuestas. Tanto el voltímetro conectado en paralelo sobre el resistor como el amperímetro que está conectado en serie con el mismo, son instrumentos que tienen el cero en el centro de la escala y pueden indicar la magnitud y la polaridad correspondientes.

Cuando la llave S_1 está en la posición 1, no hay camino completo para el flujo de la corriente desde cualquiera de las dos baterías y, en consecuencia, no circula corriente por el circuito. Como no circula corriente a través del resistor, tampoco se produce una caída de tensión en la misma. Esta condición de flujo de corriente cero y caída de tensión cero, se halla indicada por el amperímetro y por el voltímetro en la figura 1-8 A.

Si se pasa la llave S_1 desde la posición 1 a la posición 2, como puede verse en la figura 1-8 B, queda cerrado el circuito y circula corriente. Esta corriente fluye desde el terminal negativo de la batería E_1, a través del amperímetro, el resistor y la llave hasta el terminal positivo de E_1. Como el flujo de la corriente pasa a través del amperímetro y de la resistencia, el amperímetro indica la dirección de la corriente, y el voltímetro indica la polaridad de la caída de tensión a través del resistor. Nótese que hasta ahora continúa abierto el circuito de la batería E_2, de manera que con sólo 10 volt suministrados por la batería E_1, la caída de tensión sobre el resistor de 10 ohm es de 10 volt, y la corriente a través del circuito es de 1 ampere. Si se miden los valores de tensión y corriente con

intervalos de 1 y 2 minutos y se representan gráficamente, las curvas de estos intervalos de tiempo serán líneas rectas. Esto se aprecia claramente en las curvas de la figura 1-9. Si la llave quedara en la posición 2 por un tiempo indefinido, también las dos curvas se mantendrían en los mismos niveles. Sin embargo, como la llave se pasa a la posición 3 en el intervalo del minuto 3, aparecen condiciones distintas.

Se verá ahora la parte C de la figura 1-8. Obsérvese que para pasar S_1 de la posición 2 a la 3, debe pasar previamente sobre 1. Al pasar momentáneamente a la posición 1, deja el circuito abierto y no hay circulación de corriente. Cuando el contacto móvil de S_1 llega a la posición 3, el circuito se cierra nuevamente y permite la circulación de corriente. Ahora la corriente fluye desde el terminal negativo de la batería E_2 y a través de la llave, el resistor y el amperímetro, hasta alcanzar el terminal positivo de E_2. Al comparar la dirección del flujo de la corriente por el resistor de 10 ohm, en las partes B y C de la figura 1-8, se verá que la dirección del flujo de la corriente en la parte C, es opuesta a la de la parte B. Esto lo indica la desviación de la aguja del amperímetro en sentido negativo en la parte C. Como se ha invertido la corriente a través del resistor, también estará invertida la polaridad de la caída de tensión a través del resistor. Esto lo indica la desviación negativa de la aguja del voltímetro en la parte C. Si se mide la tensión y la corriente del circuito en el instante en que S_1 alcanza la posición 3, sus valores corresponderán a los indicados por las curvas de la figura 1-9 en el intervalo del minuto 3. Es decir, suponiendo que no se pierde tiempo al pasar la llave desde la posición 2 a la 3, resultará que la tensión y la corriente del circuito pasan de +10 volt y +1 ampere a —10 volt y —1 ampere. La magnitud de estas cantidades se determina por el valor de la fuente de tensión y el valor de la resistencia del circuito. Mientras se deje a S_1 en la posición 3, los instrumentos indicarán valores negativos de tensión y corriente. Si se toma nota de las indicaciones en el intervalo del minuto 4 y 5, y se trasladan los valores obtenidos a la gráfica, se obtendrá la parte de la curva correspondiente a estos intervalos.

En el intervalo del minuto 6, la llave S_1 se pasa nuevamente a la posición 2. En el momento en que la llave está sobre 1, el circuito queda momentáneamente abierto y no fluye corriente por el resistor de 10 ohm, como sucedía en el intervalo del minuto 3. Cuando la llave alcanza la posición 2, vuelve a circular corriente por el circuito desde la batería E_1 y se establece la condición ilustrada en

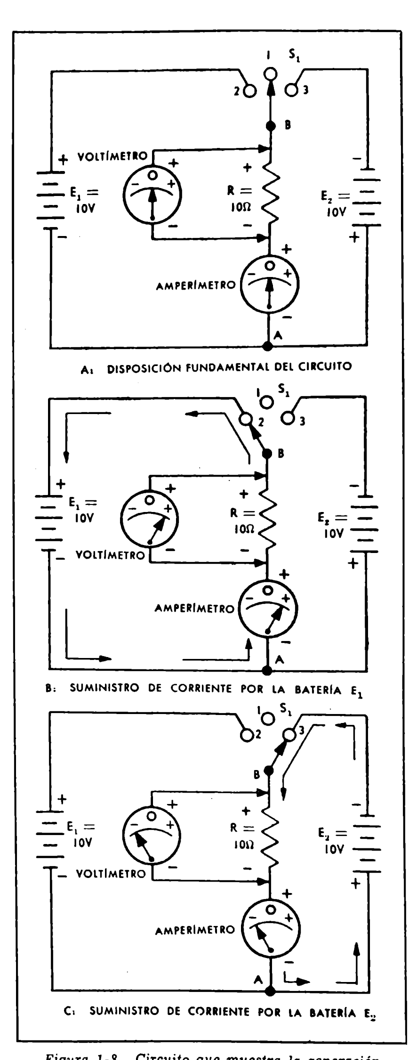


Figura 1-8. Circuito que muestra la generación de una corriente alterna

la parte B de la figura 1-8. Como puede verse en las curvas, la tensión y la corriente se elevan instantáneamente desde —10 volt y —1 ampere a +10 volt y +1 ampere. Al representar gráficamente los valores de tensión y corriente de los intervalos 6, 7 y 8, se obtiene una línea recta para dichos períodos. En el intervalo del minuto 9, la llave se coloca en la posición 3, y la acción se invierte nuevamente. Como puede verse en la figura 1-9, la tensión y la corriente caen en forma instantánea a —10 volt y —1 ampere, respectivamente.

De esta manera, pasando la llave desde la posición 2 a la 3 y viceversa, con intervalos de 3 minutos, y midiendo la tensión y la corriente en el circuito con intervalos de 1 minuto, se obtienen las curvas indicadas en la figura 1-9. La línea divisoria de los valores positivos y negativos de tensión y corriente, es el eje horizontal de tiempo que representa el valor cero de tensión y corriente para cada curva. La parte positiva de la curva de corriente arriba del eje de tiempo, representa el flujo de electrones a través del resistor de 10 ohm en dirección positiva, es decir, desde el punto A al B. De igual manera, la parte negativa de la curva debajo del eje de tiempo, representa el flujo de electrones a través del resistor en dirección negativa, es decir, del punto B al punto A. Debido a la variación periódica del flujo de electrones en el circuito, es decir, a su flujo por un punto dado primeramente con una dirección y luego con otra opuesta, la corriente generada en este circuito resulta ser una corriente alterna.

Compárense las curvas de C.A. de la figura 1-9 con las curvas de corriente continua pulsante de la figura 1-7. Se notará que las curvas de corriente continua no cruzan el eje horizontal de tiempos pero, en cambio, sí lo cruzan las curvas de corriente alterna. Aunque ambas corrientes varían de magnitud, la corriente continua pulsante resulta ser diferente a la C.A. pues no cruza el eje de tiempo.

Corriente alterna superpuesta

En las aplicaciones prácticas de los circuitos electrónicos es frecuente agregar las corrientes o tensiones de C.A., a las corrientes o tensiones de C.C. Cuando las corrientes continua y alterna están presentes al mismo tiempo en un circuito, las curvas resultantes son una combinación de ambas corrientes, e igualmente, la curva de tensión resulta ser la combinación de la tensión de C.A. y de C.C. Tales curvas se denominan curvas *superpuestas de C.A.* En la práctica, la curva de C.A. se agrega a la de C.C., y se toma el valor estable de la corriente o tensión de C.C. como referencia para variación de la tensión de C.A. Para comprender cómo se genera

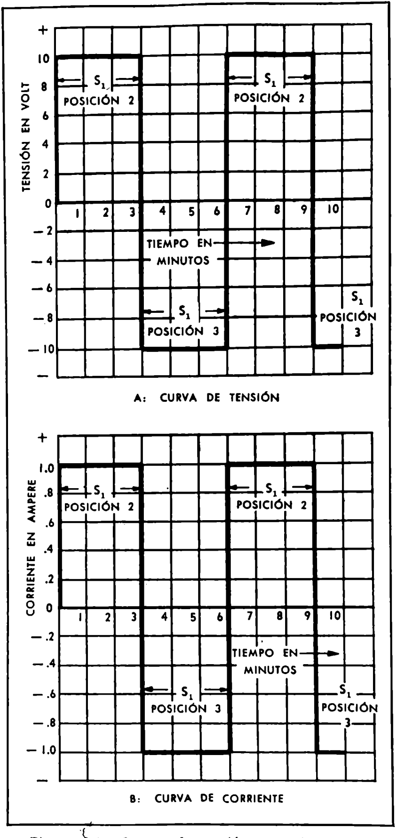


Figura 1-9. Curvas de tensión y corriente para el circuito de la figura 1-8

la corriente y la tensión de C.A. superpuesta, corresponde analizar el funcionamiento del circuito de la figura 1-10 y las curvas correspondientes de la figura 1-11. La estructura fundamental de este circuito consiste en una combinación de los circuitos utilizados para generar C.C. y C.A. (figs. 1-4 y 1-8, respectivamente). Al observar la disposición del circuito en la figura 1-10 A se notará que con la llave en la posición 1, se completa el circuito

para que circule corriente desde la batería E_1 de 15 volt. Esta etapa constituye el circuito generador de C.C. El circuito generador de C.A. es igual al anterior, salvo que tiene también conectada al circuito la batería de 15 volt.

Cuando la llave está en la posición 1, sólo la batería de 15 volt suministra corriente al circuito. La dirección de este flujo de corriente ès la indicada en la figura 1-10 A. Como el valor de la fuente de tensión es de 15 volt y la resistencia del circuito es de 10 ohm, por el circuito circula una corriente de una intensidad de 1,5 ampere, y se produce una caída de tensión de 15 volt a través del resistor. Estas condiciones del circuito se mantienen mientras continúe la llavé S_1 en la posición 1. Las curvas de tensión y corriente son líneas rectas, según lo indican los primeros 3 minutos de la figura 1-11.

Si se coloca la llave S_1 en la posición 2, la batería E_2 de 10 volt queda conectada en serie con la batería de 15 volt y el resistor de 10 ohm (ver la figura 1-10 B). Se deja de considerar por un momento la batería de 15 volt, y se toma como única fuente de alimentación del circuito a la batería de 10 volt. Se tendrá entonces una caída de tensión a través de la resistencia de 10 volt y la intensidad de la corriente será de 1 ampere. La dirección del flujo de corriente por el resistor es la misma que cuando la batería de 15 volt constituía la única fuente de tensión.

Se considerará a continuación que ambas baterías de 10 y 15 volt están conectadas al mismo tiempo al circuito. La tensión y la corriente total del circuito es la suma de la tensión y de la corriente suministradas por cada batería en particular. Es decir, como las baterías se han conectado en serie complementándose, la caída de tensión a través del resistor es ahora de 25 volt y la corriente por el circuito es de 2,5 ampere. Si se supone ahora que no hay pérdida de tiempo cuando se coloca la llave en la posición 2, la tensión y la corriente del circuito alcanzan instantáneamente dichos valores. Cuando se mantiene la llave en la posición 2 durante 3 minutos, se obtendrán para estos valores más elevados curvas en forma de línea recta, según puede verse en los intervalos del minuto 3 y 6 de las curvas de la figura 1-11.

Se supone ahora que no hay pérdida de tiempo mientras se pasa la llave de la posición 2 a la 3, en el intervalo de 6 minutos. El circuito estará constituido por la batería de 10 volt E_3, la batería de 15 volt E_1 y el resistor de 10 ohm (ver parte C de la figura 1-10). Momentáneamente se deja de lado la batería de 15 volt y se considera

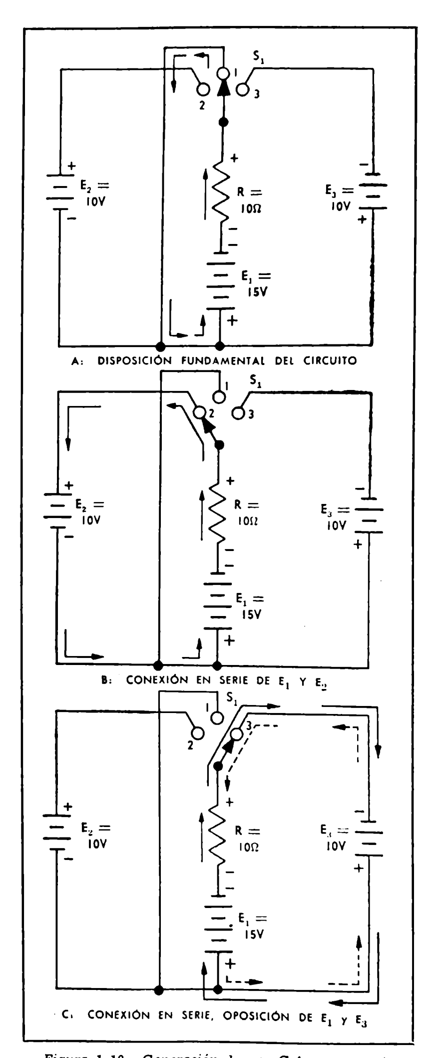


Figura 1-10. Generación de una C.A. superpuesta a un valor de C.C.

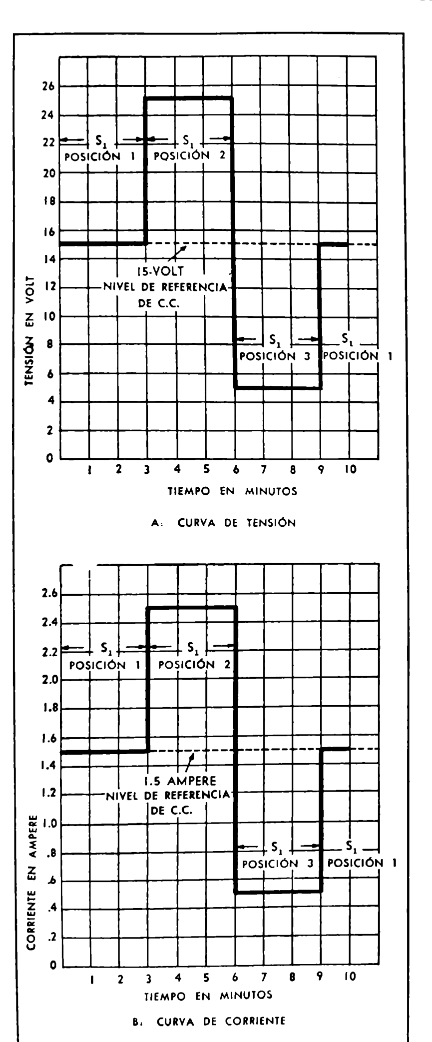


Figura 1-11. Curvas de C.A. superpuestas a un valor de C.C.

a E_3 como única fuente de alimentación del circuito. Para este caso, la caída de tensión a través del resistor será de 10 volt y la intensidad de la corriente de 1 ampere. Ahora la dirección de la corriente desde E_3, como lo indica la flecha punteada, es opuesta a la dirección de la corriente suministrada por E_1.

Considérese ahora que la batería de 15 volt está conectada nuevamente al circuito. Como esta batería y la E_3 están conectadas en serie en oposición debe recordarse que cuando las baterías se conectan de esta manera, la de mayor valor predomina sobre la otra. El flujo de corriente por el circuito tendrá la dirección indicada por la flecha de trazo lleno de la figura 1-10 C. Como las baterías están conectadas en oposición, los valores totales de la tensión y corriente del circuito resultan de la diferencia entre las tensiones de cada batería, y de la diferencia entre las intensidades de ambas corrientes. Es decir, la caída de tensión a través del resistor de 10 ohm será: 15 volt — 10 volt = 5 volt; y la corriente a través del resistor: 1,5 ampere — 1 ampere = 0,5 ampere. Estos valores se obtienen instantáneamente, pues se supone que no hay pérdida de tiempo durante el paso de la llave S_1 de la posición 2 a la 3. En la figura 1-11 se ha registrado esta caída del valor de la tensión y la corriente en el intervalo del minuto 6 de la curva. Si se mantiene la llave en la posición 3 durante 3 minutos, las curvas de tensión y corriente vuelven a ser líneas rectas aunque con valores inferiores.

Cuando S_1 vuelve a la posición 1, el circuito retorna a la condición original de la figura 1-10 A. En esa forma tendrá otra vez como única fuente de tensión la batería de 15 volt. En consecuencia, la caída de tensión a través del resistor será de 1,5 ampere. Esto puede verse sobre la curva en el intervalo del minuto 9.

Compárense ahora las curvas de la figura 1-11 y 1-9. Las curvas de C.A. de la figura 1-9 varían arriba y debajo del nivel de referencia cero de corriente continua. Las curvas superpuestas de C.A. de la figura 1-11, muestran que la tensión varía arriba y debajo del nivel positivo de referencia de corriente continua. Los niveles de referencia de C.C. de 15 volt y 1,5 ampere reemplazan al nivel cero de referencia de corriente y tensión de C.A., y el valor cero de la corriente alterna sustituye ahora estos nuevos niveles. La corriente alterna superpuesta puede hacerse variar en relación a un nivel de referencia de C.C. negativo o positivo. Uno de los métodos para lograrlo es invertir las conexiones de la batería de la tensión

de referencia (en la figura 1-10 es la batería de 15 volt).

En el análisis precedente sobre la generación de corrientes alternas superpuestas, los circuitos utilizados contenían baterías de C.C. y una llave para cambiar la dirección y la magnitud de la corriente del circuito. Aunque tales circuitos resultan útiles para explicar los principios fundamentales de la corriente alterna, no tienen aplicación práctica. Para esta última finalidad se utilizan máquinas eléctricas denominadas generadores de C.A. o alternadores, y también circuitos electrónicos llamados osciladores, que emplean válvulas electrónicas o transistores.

1-3 EL MAGNETISMO Y SU RELACIÓN CON LA CORRIENTE ELECTROMAGNÉTICA

No se podría generar una corriente alterna sin basarse en algunos principios del magnetismo. Entre los hechos probados experimentalmente y de mayor importancia para la producción de la corriente alterna, se encuentran: la existencia de una fuerza invisible entre los polos de un imán, y la inducción de corriente en un conductor por efecto de dicha fuerza. Estos dos factores constituyen la base de lo que se llama comúnmente *inducción electromagnética.*

Se produce inducción electromagnética, cuando las líneas de fuerza magnética atraviesan o cortan las espiras de una bobina de alambre generando una corriente eléctrica. Cuando el campo magnético atraviesa la bobina en una dirección dada, el flujo de corriente también tiene una dirección determinada; e igualmente, cuando se invierte la dirección del campo magnético, también se invierte la dirección del flujo de la corriente. Para producir el flujo de corriente no es imprescindible que el campo magnético atraviese la bobina de alambre; dicho campo puede permanecer estacionario mientras se hace mover la bobina atravesando las líneas de fuerza magnéticas. La dirección del flujo de la corriente dependerá de la dirección en que la bobina de alambre atraviesa las líneas de fuerza magnéticas. La tensión inducida en una bobina por la inducción electromagnética se denomina *tensión inducida,* y el flujo de corriente originado en la tensión inducida recibe el nombre de *corriente inducida.*

1-4 MAGNITUD DE LA TENSIÓN INDUCIDA

La tensión inducida por inducción electromagnética depende de cuatro factores: el número de vueltas de la bobina; la intensidad del campo magnético; la velocidad del movimiento relativo de

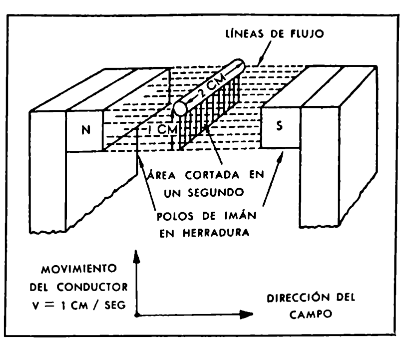


Figura 1-12. Movimiento de un conductor en ángulo recto con respecto de un campo magnético

la bobina con respecto al campo magnético, y del seno del ángulo bajo el cual la bobina corta el campo magnético. Se ha visto experimentalmente que siempre que exista un movimiento relativo entre una bobina y un campo magnético, la magnitud de la tensión inducida es directamente proporcional a los cuatro factores mencionados. En otros términos, la magnitud de la tensión inducida es proporcional al número de líneas de fuerza magnética que corta la bobina en una unidad de tiempo dada. Generalmente, la unidad utilizada es el segundo.

Para que se comprenda mejor la forma en que se genera la tensión inducida por medio de la inducción electromagnética, se estudia a continuación el movimiento de un conductor único que corta un campo magnético. La figura 1-12 lo muestra moviéndose hacia arriba, en dirección vertical, atravesando el campo magnético existente entre los polos norte y sur de un imán en herradura. La zona sombreada debajo del conductor señala el área que corta el mismo en una unidad de tiempo dada (1 segundo), mientras atraviesa el campo. Debe notarse que el área sombreada forma ángulo recto con la dirección de las líneas de flujo del campo. La magnitud de la tensión inducida en el conductor se calcula de la forma siguiente:

Primeramente, se determina en centímetros cuadrados el área que corta el conductor formando ángulo recto con las líneas de flujo. Ello se obtiene multiplicando la longitud del conductor por la distancia recorrida, o sea:

$$A = l \times d$$

donde:

A = área en centímetros cuadrados, en ángulo recto con las líneas de flujo que corta el conductor
l = longitud del conductor en el campo magnético, en centímetros
d = distancia recorrida por el conductor, en centímetros

Luego se determina el número total de líneas de flujo que atraviesan el área. Este total es igual al área en centímetros cuadrados, multiplicada por el número de líneas por centímetros cuadrados (o densidad de flujo) o sea:

$$\phi = A \times B \qquad (1\text{-}1)$$

donde

ϕ = flujo magnético, o número total de líneas de flujo cortadas por el conductor
A = ya definida anteriormente
B = inducción magnética en líneas por centímetro cuadrado

Para calcular la tensión inducida en el conductor, se sustituyen los valores conocidos en la fórmula de tensión inducida, y se resuelve (e) de la siguiente manera:

$$e = \phi \times V \times 10^{-8} \qquad (1\text{-}2)$$

donde:

e = tensión inducida, en volt
ϕ = flujo magnético, o número total de líneas cortadas por el conductor
V = velocidad de la bobina en cm/seg
10^{-8} = constante que expresa la tensión inducida en unidades prácticas

El cálculo de la magnitud de la tensión inducida que se acaba de efectuar, se aplica cuando el conductor se mueve en una dirección vertical o en ángulo recto con el campo magnético. Para considerar otra condición, supóngase que el conductor se mueve en dirección horizontal, paralelamente a las líneas de fuerza magnética. En este caso, si se recuerda que el conductor debe cortar las líneas de flujo para que haya inducción de tensión, resultará claro que el conductor no puede inducir una tensión, pues su movimiento horizontal no corta ninguna línea de fuerza.

Se examinará a continuación, el caso de un conductor que se mueve en una dirección que no es paralela ni perpendicular al campo magnético, para lo cual se emplean los mismos valores de inducción magnética, longitud y velocidad del conductor. En la figura 1-13, se tiene un conductor que se mueve en un campo magnético formando un ángulo de 30° con respecto a dicho campo. Como el movimiento ascendente del conductor forma un ángulo de 30° con el plano de las líneas de flujo, su movimiento vertical con respecto al plano del campo resulta menor que cuando forma ángulo recto con el mismo. La superficie sombreada AEFB representa el área que corta el conductor formando ángulo recto con las líneas de flujo. Si se compara esta parte sombreada con la que muestra la figura 1-12, se ve claramente que el movimiento del conductor de la figura 1-13 corta menos líneas de fuerza.

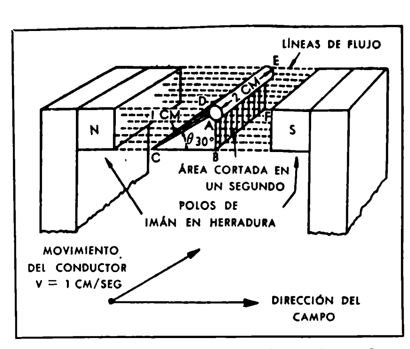


Figura 1-13. Movimiento de un conductor dentro de un campo magnético, angularmente al mismo

Para determinar la tensión inducida en el conductor, es necesario calcular primeramente el área de AEFB en centímetros cuadrados. Según la figura 1-13 se ha formado un triángulo rectángulo, cuyo lado (CA) lo constituye el movimiento del conductor; el lado o cateto (AB) representa el recorrido vertical del mismo, y el cateto (CB), el plano horizontal del campo magnético. Como la velocidad del conductor es conocida, se puede determinar fácilmente el valor de (CA), que es la hipotenusa del triángulo rectángulo. El ángulo también es un factor conocido y se le denomina ángulo θ (theta). En este caso θ tiene 30°. El factor desconocido, o recorrido vertical que forma el cateto (AB), se determina simplemente por trigonometría. Por ser el cateto opuesto al ángulo θ del triángulo rectángulo, se aplica la siguiente función trigonométrica:

$$\text{sen}\ \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{(AB)}{(CA)} \qquad (1\text{-}3)$$

El seno del ángulo de 30° se determina utilizando la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A. Mediante otras multiplicaciones se

obtiene la dimensión de (AB), y luego se puede determinar el área total AEFB. Una vez determinada el área AEFB, se calcula el número total de líneas de flujo que atraviesa el área, multiplicando la inducción magnética (B) por el área que atraviesan las líneas de flujo (véase la ecuación 1-1). Por último, el reemplazo de los valores anteriores en la fórmula de la tensión inducida, ecuación (1-2), permite obtener el valor de la tensión.

De lo visto, se deduce que cuando un conductor atraviesa un campo magnético con un ángulo de 90°, es inducida en el conductor una tensión mayor que cuando atraviesa dicho campo a un ángulo distinto al de 90°. Es decir, la máxima tensión es inducida en el conductor cuando su movimiento es perpendicular al del campo.

Como la magnitud de la tensión inducida en un conductor depende de su velocidad y de la intensidad del campo magnético que atraviesa, se pueden establecer las siguientes conclusiones:

1. La tensión inducida en un conductor es máxima cuando el mismo corta el campo magnético en ángulo recto (90°, fig. 1-2).

2. La tensión inducida en un conductor es cero cuando el mismo se mueve paralelamente al campo magnético.

3. La tensión inducida es un valor comprendido entre el máximo y el cero cuando el conductor atraviesa el campo magnético con un ángulo distinto al de 90° ó 0°. En este caso, la tensión inducida depende del seno del ángulo formado por la dirección del movimiento del conductor y el plano del campo magnético (fig. 1-13).

También debe tenerse presente que la tensión inducida es directamente proporcional a la intensidad del campo magnético, velocidad a la que la bobina (o conductor) corta dicho campo, y a la longitud del conductor o número de vueltas de la bobina. Estas propiedades se representan con las letras B, v y l, respectivamente, cuando se utilizan las fórmulas generales de la tensión inducida y en textos avanzados que consideran el tema desde un punto de vista matemático.

Polaridad de la tensión inducida

Ya se ha visto que cuando una bobina se mueve a través de un campo magnético, se induce una tensión en la misma. También se ha establecido que uno de los factores que afectan la magnitud de la tensión inducida, es el ángulo con que la bobina corta el campo magnético. Aunque la magnitud de la tensión inducida resulta igual si la bobina atraviesa el campo hacia arriba o lo atraviesa hacia abajo, su polaridad es diferente en cada caso. Es decir, la polaridad de la tensión inducida depende de la dirección del movimiento de la bobina a través del campo magnético. Para determinar la dirección de la tensión inducida se aplica una regla denominada: *regla de la mano izquierda para generadores,* la que establece lo siguiente: colocados perpendicularmente entre sí los dedos pulgar, índice y mayor de la mano izquierda, se apunta con el índice en la dirección del campo magnético y con el pulgar en dirección al movimiento del conductor; el dedo mayor quedará indicando entonces la dirección de la corriente inducida resultante.

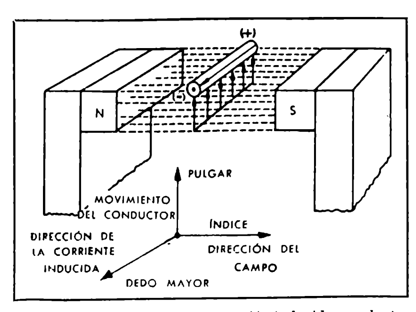


Figura 1-14. Polaridad de la tensión inducida; conductor en movimiento sobre una trayectoria ascendente y vertical a través del campo magnético

En la figura 1-14 se tiene una aplicación de la regla de la mano izquierda para generadores. En este ejemplo, el conductor atraviesa el campo magnético en dirección ascendente. Si se apunta en esta dirección con el pulgar de la mano izquierda, y con el índice se señala la dirección del campo magnético, el dedo mayor indicará la dirección de la corriente inducida resultante. Esta dirección es hacia afuera del conductor como lo indica el símbolo ⊙, que representa el punto del extremo de una flecha. La polaridad de la tensión inducida en el conductor es la que se indica en la figura. Debe notarse que la dirección del flujo de corriente inducida en el conductor es de positivo (+) a negativo (—); lo que concuerda perfectamente con los conceptos que se aprendieron primero sobre el flujo de la corriente desde el positivo al negativo, *dentro* de la fuente de tensión. Cuando el conductor se mueve hacia abajo a través del campo magnético, se invierten, a la vez, la dirección de la corriente inducida y la polaridad de la tensión inducida. Esto puede verse en la figura 1-15. La

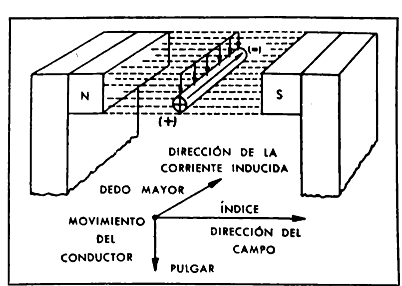


Figura 1-15. Polaridad de la tensión inducida; conductor en movimiento según una trayectoria descendente y vertical a través del campo magnético

regla de la mano izquierda para generadores indica, en este ejemplo, que la dirección de la corriente inducida es hacia adentro del conductor, Ello se representa mediante el símbolo ⊕ que corresponde a las plumas de la cola de una flecha que penetra en el conductor. Si se compara la figura 1-15 con la figura 1-14, se encontrará que las tensiones inducidas de las dos figuras tienen polaridad opuesta.

Considérese ahora el caso de la espira de alambre de la figura 1-16, que se mueve a través de un campo magnético. Cuando la espira gira en dirección contraria a las agujas del reloj, su lado AB atraviesa el campo magnético hacia abajo, mientras que a su lado CD lo hace hacia arriba. Al aplicar la regla de la mano izquierda para generadores al lado AB de la espira, resultará que la dirección de la corriente inducida en este lado es hacia adentro del alambre, como lo indica el símbolo ⊕ Debido a que el lado CD atraviesa el campo hacia arriba, la dirección de la corriente inducida es hacia afuera del alambre, según lo indica el punto del extremo de la flecha, símbolo ⊙. Como ya lo muestra la figura, las tensiones inducidas en ambos lados de la bobina tienen polaridad opuesta; sin embargo, desde que están conectados en serie complementaria por el lado posterior de la espira (lado BC), la tensión resultante inducida en la bobina será igual a la suma de las tensiones inducidas en cada lado.

Se supone ahora que se ha invertido la dirección de rotación de la bobina, es decir, que ahora la bobina gira en el sentido de las agujas del reloj. En este caso el lado AB de la espira atraviesa el campo magnético hacia arriba, y el lado CD lo atraviesa hacia abajo. La aplicación de la regla de la mano izquierda para generadores a cada

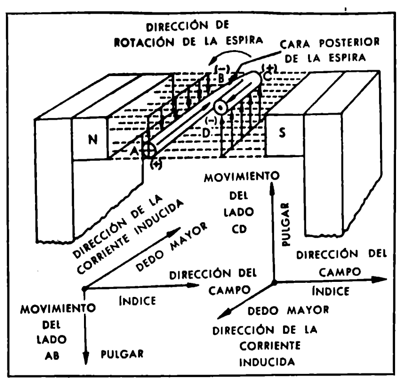


Figura 1-16. Polaridad de la tensión inducida en una sola espira

uno de los lados, también revela que están igualmente invertidas la tensión inducida y la corriente inducida resultante.

Por lo tanto, puede establecerse que la dirección de la rotación de una espira de alambre en un campo magnético, determina la polaridad de la tensión inducida y la dirección de la corriente inducida en la espira. La dirección de la rotación no afecta la magnitud de la tensión inducida, pero sí la afecta el ángulo en que la espira corta el campo. Si se comprende bien este hecho, ayudará a entender el funcionamiento de un generador simple de C.A. La figura 1-17 representa un corte transversal, con la dirección de la tensión inducida para diversas posiciones del conductor en un campo magnético.

1-5 GENERACIÓN DE LA CORRIENTE ALTERNA

En los párrafos anteriores, se consideró un solo conductor para ilustrar los factores que afectan la magnitud de la tensión producida por la inducción electromagnética. También se utilizó un conductor y una espira única de alambre para determinar la polaridad de dicha tensión. Pero generar una corriente alterna subiendo o bajando una espira en un campo magnético, o introduciendo y sacando un imán en una bobina, resultaría muy poco práctico. Sin embargo, se puede producir una corriente alterna haciendo girar una bobina dentro de un campo magnético estacionario, y esta rotación uniforme continua de la bobina a través del campo es inobjetable desde el punto de vista mecánico.

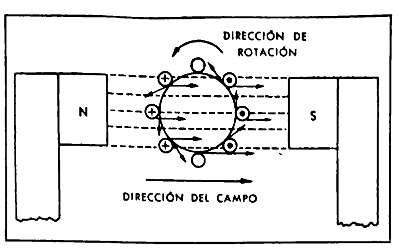


Figura 1-17. Sección transversal de un conductor en un campo magnético

Generadores simples de C.A. bipolar

Las máquinas que se emplean para generar tensiones de corriente alterna se denominan generadores de C.A. o alternadores. En la figura 1-8 puede apreciarse un generador simple bipolar. Los polos norte (N) y sur (S) del imán permanente suministran un campo magnético de inducción magnética uniforme. La dirección del campo magnético entre los polos es siempre de norte a sur. La espira formada por los lados X e Y gira dentro del campo magnético, y sus extremos están conectados a los anillos colectores, que permiten girar a la espira mientras la mantienen conectada a un circuito eléctrico interno. El circuito externo es el resistor de carga R, conectado a los anillos colectores por medio de contactos deslizantes denominados escobillas. Cuando la espira gira a velocidad constante, en ella se induce tensión por efecto de la inducción electromagnética. La magnitud de la tensión inducida en cada lado de la espira dependerá del número de líneas de flujo que corta en una unidad de tiempo dada. La tensión inducida en un lado de la bobina, es siempre igual a la del otro lado, pero de polaridad opuesta. Como ambos lados de la bobina están conectados en serie complementaria por el lado posterior de la espira, la tensión generada es el doble de la inducida en un solo lado.

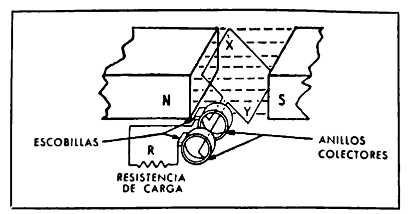


Figura 1-18. Generador elemental de C. A.

Una revolución completa de la espira dentro del campo produce un ciclo de tensión, es decir, que a medida que gira la espira se está generando una tensión desde cero hasta un máximo, ésta cae después a cero, alcanza el máximo en dirección opuesta y cae nuevamente a cero al término de la rotación. Dicho ciclo de tensión de C.A. se representa generalmente con una *sinusoide*, pues uno de los factores que afectan la magnitud de la tensión, es el seno del ángulo formado entre la dirección del movimiento del lado de la espira y el campo magnético. Es importante comprender que la magnitud de la tensión inducida es proporcional al *seno del ángulo*, y no proporcional al ángulo mismo.

Para aplicaciones prácticas los generadores de C.A. tienen generalmente más de un par de polos magnéticos, y también una bobina de más de una espira o vuelta. Sin embargo, todo generador posee los siguientes elementos fundamentales de construcción y diseño:

1. Un elemento para asegurar un campo de inducción magnética uniforme.
2. Una bobina que gira dentro del campo magnético.
3. Anillos colectores que mantienen la bobina conectada a una carga externa mientras está girando.
4. Escobillas para conectar los anillos colectores con la carga externa.

Generación de una onda sinusoidal

En la figura 1-19 se aprecia la forma en que se genera la tensión de C.A. El generador de C.A. que se utiliza en este método es igual al tipo considerado en los párrafos anteriores, aunque para simplificar el diagrama se han eliminado las líneas de fuerza del campo magnético. La curva correspondiente a cada parte del diagrama, muestra la forma de representar en función del tiempo a la tensión generada para obtener una curva sinusoidal. Como la tensión generada en la bobina es el doble de la tensión inducida en un lado de la misma, sólo resta analizar cómo cambia la tensión de un lado de la bobina en función del tiempo. Para este análisis se tomará el lado X de la bobina.

La figura 1-19 presenta 9 posiciones de la bobina, separadas por ángulos de 45° alrededor del eje de giro. Supóngase que se hace girar la bobina a velocidad constante en el sentido de las agujas del reloj, y que la primera revolución se inicia

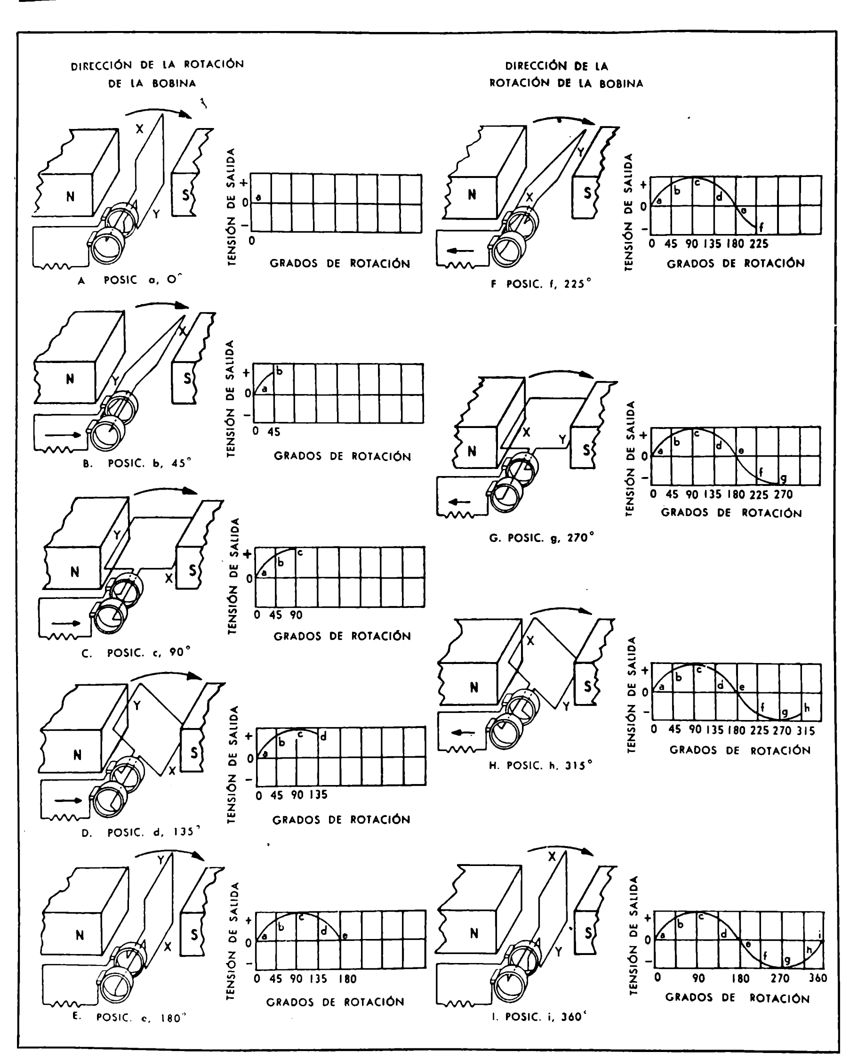


Figura 1-19. Formación de una onda sinusoidal

con la posición indicada por la figura 1-19 A. La tensión inducida en este instante en la bobina es cero, puesto que los lados de la bobina no cortan líneas de fuerza sino que son paralelos a las mismas. Por esta causa, la gráfica correspondiente a la parte A de la figura queda en blanco, puesto que no hay tensión inducida en ese tiempo. También debe notarse que no se produce flujo de corriente a través del resistor de carga.

A medida que la bobina avanza en el sentido de las agujas del reloj, el lado X comienza a cortar las líneas de fuerza del campo magnético, y cuanto mayor es el ángulo de corte, mayor es la proporción de líneas de fuerza que corta la bobina. Por esta causa, la tensión inducida en la bobina continúa aumentando en magnitud. Cuando la bobina alcanza la posición b, el lado X corta las líneas de fuerza con un ángulo de 45°. La tensión inducida en la bobina para este ángulo es la correspondiente a la gráfica de la parte B de la figura.

Cuando la bobina avanza hacia la posición c, o de 90°, el lado X atraviesa perpendicularmente las líneas de fuerza. El corte de líneas de fuerza por el lado X alcanza entonces la máxima proporción, y también la magnitud de la tensión inducida en la bobina es máxima, según puede apreciarse en la gráfica de la parte C de la figura. Ahora el lado de la bobina pasa el punto c, y prosigue su avance hacia la posición d, y de esta forma, disminuye el ángulo con que el lado X corta las líneas de fuerza. Debido a esta disminución del ángulo de corte también disminuye la tensión inducida en la bobina. Cuando la bobina alcanza la posición d, a 135 grados de su rotación, su lado X corta las líneas de flujo en el mismo ángulo que en la posición b. Por ello la magnitud de la tensión inducida es igual en ambos casos. Esto se aprecia claramente comparando la gráfica de la parte D de la figura con la de la parte B.

A medida que prosigue la rotación de la bobina hacia la posición e, disminuye aún más la relación en que su lado X corta al campo magnético. Por último, cuando los lados de la bobina quedan paralelos a las líneas de fuerza, como en la posición de 180° (posición e), la tensión cae nuevamente a cero como lo muestra la parte E de la figura. En este punto la bobina ha completado una mitad de revolución.

Durante la primera mitad de la revolución, a medida que el lado X de la bobina atravesaba el campo magnético hacia abajo, la regla de la mano izquierda para generadores indicaba que la dirección de la corriente en el lado X, era hacia el lado posterior de la bobina. Inversamente, aplicando esta misma regla al lado Y, muestra que la dirección de la corriente en este lado es hacia los anillos colectores. Como ambos lados de la bobina están conectados en serie complementaria, la corriente fluye desde el lado Y de la bobina hacia el resistor de carga, a través de ésta en la dirección indicada por la flecha, y retorna a la bobina por el lado X. Debido a que en el circuito externo conectado a la fuente, la corriente fluye del negativo al positivo, el terminal cargado del lado Y de la bobina debe ser negativo, y el terminal del lado X, positivo. En la bobina giratoria del generador, como en otras fuentes de tensión, la corriente fluye desde el terminal positivo al terminal negativo de la bobina.

A medida que gira la bobina en la mitad siguiente de la revolución, entre 180° y 360°, el lado X pasa de la posición e, a la i. Estas posiciones corresponden a las de la bobina en la primera mitad de la revolución, desde a, a e, pues, al igual que en dicha primera mitad, el lado X corta las líneas de fuerza en una relación idéntica, y la magnitud de la tensión inducida varía de igual manera en ambos casos. Sin embargo, ahora el lado X atraviesa el campo hacia arriba, y, aunque la magnitud de la tensión inducida varía de cero al máximo y cae nuevamente a cero en forma idéntica a la primera revolución, ahora la polaridad de la tensión resulta invertida.

En las gráficas correspondientes F a I de la figura 1-19, pueden verse las curvas obtenidas en la segunda mitad de la revolución. Las curvas indican claramente que la tensión generada en la segunda mitad de la revolución, es de igual magnitud que la de la primera, pero de polaridad opuesta.

En resumen, a medida que gira la bobina del generador, la tensión inducida aumenta desde cero a un máximo, disminuye a cero, aumenta luego al máximo en dirección opuesta y cae nuevamente a cero, para cada revolución. Debido a que la corriente cambia periódicamente de dirección, es decir, alterna su dirección, este tipo de corriente se denomina *corriente alterna.* Como la magnitud de la corriente varía en relación al seno del ángulo con que la bobina corta al campo magnético, la curva correspondiente a dicha corriente se llama curvá de corriente sinusoidal.

La curva sinusoidal obtenida cuando la bobina gira en el sentido de las agujas del reloj, se obtiene también haciendo girar la bobina en sentido contrario a las agujas del reloj. La única diferencia es que esta última es en sentido inverso, es decir, el aumento de la curva es en sentido negativo, de 0° a 90°, disminuyendo luego hasta el

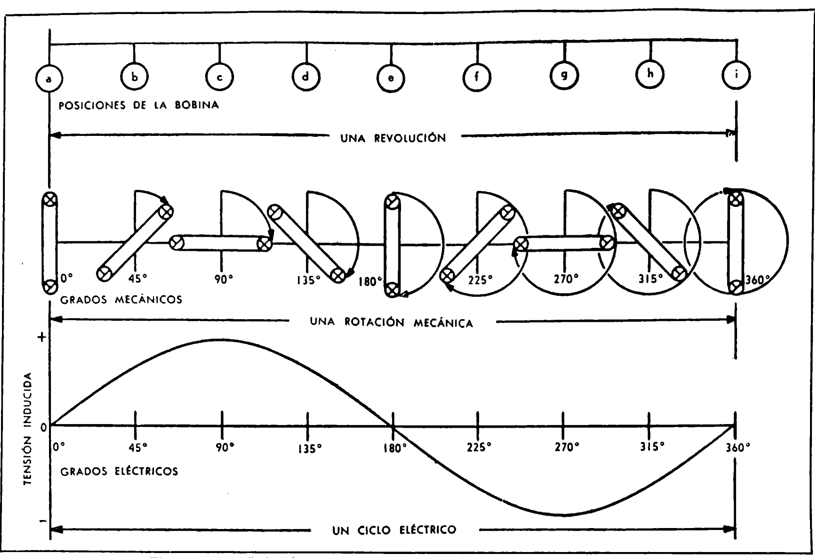


Figura 1-20. Relación entre los grados mecánicos y los grados eléctricos

cero a 180°, luego la curva aumenta en sentido positivo desde 180° a 270° y cae a cero en los 360°. En todo momento la curva es una onda sinusoidal.

Grados eléctricos

La curva sinusoidal obtenida con un generador simple de corriente alterna, correspondiente a la revolución completa de su espira, constituye un ciclo de corriente alterna. Como la estructura fundamental de todo generador es idéntica al generador simple de C.A., resulta muy importante la relación entre el movimiento mecánico de su bobina y la tensión generada.

La figura 1-20 muestra la relación entre los grados mecánicos (ángulo de rotación de la bobina) y los grados eléctricos. En la parte central de la figura se ve en sección transversal, la rotación mecánica de la bobina en grados mecánicos para cada una de sus posiciones. Las posiciones de la bobina indicadas en esta figura, ocrresponden exactamente a las de la figura 1-19. La curva sinusoidal representa la tensión generada durante una revolución completa de la bobina.

Cuando la bobina completa una revolución, cada lado de la bobina sigue una trayectoria que forma un círculo completo. En la figura 1-2 se ve el recorrido del lado X de la bobina. Este recorrido, que es la circunferencia del círculo, tiene 360 divisiones iguales o grados. La posición de la bobina en cualquier punto de su revolución, se determina midiendo en grados dicho punto de la circunferencia. En este caso el eje horizontal o eje de tiempo, ha sido marcado en grados o unidades de rotación, en lugar de marcarse en segundos. Por ejemplo, la posición a, del lado X de la bobina, representa cero grados de rotación. Cuando la bobina gira a la posición b, ha recorrido la octava parte de los 360°, o sea 45°. En la posición c, el lado X de la bobina ha avanzado la cuarta parte de la revolución o sea 90°. En la posición d y e, el lado de la bobina ha girado respectivamente, 135 y 180°. En esta posición e, la bobina ha completado su primera mitad de revolución mecánica. El lado de la bobina continúa girando y alcanza las posiciones f (225°), g (270°) y h (315°), hasta completar en i la segunda mitad de la revolución. Al terminar una revolución completa, cuando vuelve a su posición

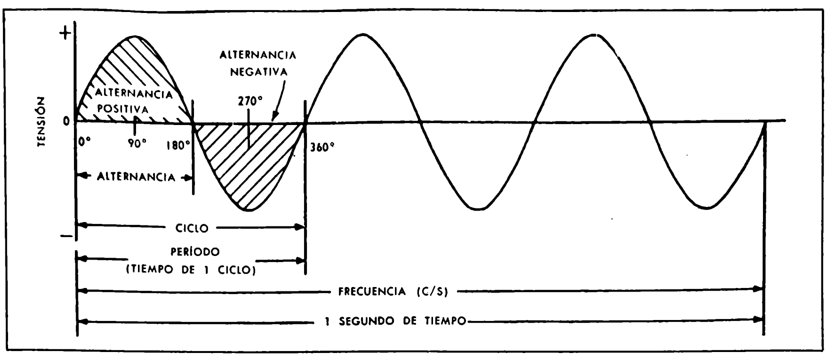


Figura 1-21. Terminología usada en corriente alterna

original, el lado X ha recorrido los 360 grados de una rotación.

Obsérvese nuevamente la curva sinusoidal de la figura 1-20. El eje horizontal de dicha curva representa el tiempo, y un ciclo completo corresponde al tiempo empleado para una rotación de la bobina. El ciclo de una corriente alterna se divide en 360 grados eléctricos. En esta bobina de una sola vuelta de un generador bipolar de C.A., la rotación que efectúa a través de los 360 grados mecánicos (una rotación mecánica), genera una tensión que varía a través de 360 grados eléctricos (un ciclo eléctrico). Por lo tanto, para este caso, el eje horizontal de tiempo indica el hecho de que un grado eléctrico representa el mismo intervalo de tiempo que un grado mecánico. El eje vertical sobre una curva sinusoidal es la medida del seno del ángulo de la rotación de la bobina. Como la tensión generada es proporcional al seno del ángulo, el eje vertical puede dividirse directamente en unidades de tensión. En la misma figura 1-20 puede apreciarse la amplitud relativa y la polaridad de la tensión de C.A. para las diversas posiciones de la bobina.

1-6 TERMINOLOGÍA CORRESPONDIENTE A LA CORRIENTE ALTERNA

Cuando se consideran las curvas de corriente alterna o cuando se examinan sus circuitos, se emplean con frecuencia una serie de términos especiales. Antes de pasar al estudio del generador simple multipolar de C.A., se explicarán los términos de uso más corriente que se representan en la figura 1-21.

Ciclo

Cuando la bobina de un generador completa una revolución, se dice que ha completado un *ciclo*. El ciclo de una curva de tensión sinusoidal se compone de un recorrido positivo completo y uno negativo completo, de los 360 grados eléctricos. El recorrido positivo del ciclo se realiza cuando se genera la tensión desde cero hasta su máximo valor positivo, para caer nuevamente a cero. El recorrido negativo se realiza desde que comienza a generarse la tensión en cero hasta el máximo valor negativo, que completa al caer nuevamente a cero.

Alternancia

Se define la *alternancia* como la mitad de un ciclo. La parte de la sinusoide arriba del eje horizontal de tiempo (fig. 1-21), se denomina *alternancia positiva* o *semiciclo positivo*. Inversamente, la parte de la sinusoide debajo del eje de tiempo recibe el nombre de *alternancia negativa* o *semiciclo negativo*. Los términos positivo y negativo corresponden a la dirección de la tensión inducida con respecto al eje horizontal de tiempo. La alternancia negativa de tensión está en dirección opuesta a la alternancia positiva, lo que ocurre un semiciclo de tiempo más tarde. Debe recordarse que la polaridad de la tensión inducida para cada posición de la bobina, se ha obtenido aplicando la regla de la mano izquierda para generadores; de manera que la primera alternancia de una curva sinusoidal es positiva o negativa, se-

gún que la bobina gire en el sentido de las agujas del reloj o en sentido contrario.

Frecuencia

Se denomina frecuencia de la corriente sinusoidal al número de ciclos completos de ondas sinusoidales generadas por segundo. Por ejemplo, cuando la bobina de espira única gira en el campo entre los dos polos del campo a un régimen de 1 revolución por segundo, se genera una tensión de corriente alterna de 1 ciclo por segundo. Si la bobina gira a una velocidad de 60 revoluciones por segundo, también es generada una tensión de corriente alterna de 60 ciclos por segundo. En el primer caso, la frecuencia de la sinusoide generada es de un ciclo por segundo (1 c/s), y en el segundo caso la frecuencia es de 60 ciclos por segundo (60 c/s). De esta manera, puede calcularse la frecuencia de un generador de corriente alterna si se conoce la velocidad de rotación y el número de pares de polos. La fórmula que se utiliza para calcular la frecuencia es:

$$f = \frac{P \times N}{60} \qquad (1\text{-}4)$$

en la que:

f = frecuencia de la tensión generada de C.A., en ciclos por segundo

P = número de pares de polos del generador

N = revoluciones por *minuto* de la bobina en el campo magnético

60 = constante que representa el número de segundos en un minuto

Se calcula a continuación la frecuencia de un generador simple bipolar de C.A., cuya bobina gira a 60 revoluciones por segundo. Obsérvese que la velocidad de rotación está dada en el problema en revoluciones por segundo, por lo tanto, como la velocidad de rotación en la fórmula está expresada en *revoluciones por minuto* (N), corresponde multiplicar esta velocidad en segundos por 60 para obtener este factor en revoluciones por minuto. Se calcula entonces la frecuencia como sigue:

$$f = \frac{P \times N}{60}$$

$$= \frac{1 \times (60 \times 60)}{60}$$

$$= \frac{3600}{60}$$

$$f = 60 \text{ ciclos por segundo}$$

Del ejemplo anterior puede deducirse que la frecuencia (f) de un generador de C.A., depende directamente de la velocidad de rotación de la bobina y del número de polos magnéticos del generador.

Espectro de frecuencias

La frecuencia de las tensiones de C.A. utilizables en aplicaciones electrónicas, varía desde unos pocos ciclos por segundo hasta muchos millones de ciclos por segundo. A esta gama de frecuencias se la denomina *espectro de frecuencias*. La energía eléctrica en sus diversas frecuencias de espectro tiene variadas aplicaciones, por ejemplo, la electricidad que alimenta las lámparas, los motores y otros aparatos del hogar, se recibe en la llamada *frecuencia de línea*. En la Argentina y otros países, esta frecuencia es de 50 ciclos por segundo, y en los Estados Unidos se emplea generalmente una frecuencia de 60 c/s.

Las frecuencias entre 20 y 20000 ciclos por segundo se denominan audiofrecuencias, porque son las frecuencias audibles de las oscilaciones electromagnéticas para el oído humano normal. De esta manera, si una corriente alterna de 1000 ciclos de frecuencia por segundo fluye a través de la bobina móvil de un altoparlante, el diafragma de este último tendrá una vibración acorde y se escuchará un tono de una frecuencia de 1000 c/s. Según sean más altas o más bajas las audiofrecuencias, así serán también los tonos. Por lo general, el oído humano no puede captar frecuencias superiores a los 20000 c/s.

Cuando la corriente alterna fluye a través de un conductor, irradia al espacio, desde el conductor, algo de su energía. En audiofrecuencias, la energía irradiada es muy pequeña; sin embargo, a medida que aumenta la frecuencia también aumenta la cantidad de energía irradiada. Las frecuencias que pueden utilizarse en la irradiación de energía para las comunicaciones, se llaman *radiofrecuencias*. En las radiofrecuencias se incluyen las que se utilizan en radiodifusión, estaciones de aficionados, equipos de barcos y aviones, televisión, radar y en comunicaciones de microondas. Las frecuencias empleadas en radio son del orden de millares y millones de ciclos por segundo. Para facilitar su empleo, se representa el millar de ciclos por segundo con el término *kilociclo* (Kc/s), y el millón de ciclos por segundo con el término megaciclo (Mc/s). Las frecuencias utilizadas en radar y en comunicaciones de microondas son del orden de millares de megaciclos o kilomegaciclos (KMc/s). En la Tabla 1-1 se representan las relaciones entre los diversos alcances de frecuencia.

TABLA 1-1. RELACIÓN DE RANGOS DE FRECUENCIA

Frecuencia (C/S)	EQUIVALENCIA		
	Kilociclos (Kc)	Megaciclos (Mc)	Kilomegaciclos (KMc)
1,000,000,000	1,000,000	1,000	1
1,000,000	1,000	1	1×10^{-3}
1,000	1	1×10^{-3}	1×10^{-6}
1	1×10^{-3}	1×10^{-6}	1×10^{-9}

Período

El tiempo necesario para generar un ciclo de uno onda sinusoidal de C.A., se denomina *período* de la onda sinusoidal. El período se mide en segundos o en fracciones de segundo y se designa con la letra T. Para una frecuencia de 60 ciclos por segundo, cada uno de los ciclos se genera en 1/60 de segundo, es decir, el período de la onda sinusoidal es 1/60 de segundo. En otros términos, el período de una sinusoide es igual a la recíproca de la frecuencia (1/f). El período de cualquier onda sinusoidal puede calcularse utilizando la fórmula:

$$T = \frac{1}{f} \qquad (1\text{-}5)$$

donde:

T = período de la onda sinusoidal, en segundos
f = frecuencia de la onda sinusoidal, en c/s

Se calcula a continuación el período de la onda sinusoidal de 60 c/s como aplicación práctica de la ecuación (1-5), en la siguiente forma:

$$T = \frac{1}{f}$$
$$= \frac{1}{60}$$
$$= 0{,}0167$$
$$T = 16{,}7 \times 10^{-3} \text{ segundo, o sea } 16{,}7 \text{ milisegundos}$$

De esta manera, se deduce que cuando la frecuencia es de 60 c/s se genera un ciclo completo cada 16,7 milésimas de segundo.

1-7 GENERADOR MULTIPOLAR DE CORRIENTE ALTERNA

Como su nombre lo indica, el generador multipolar de C.A. tiene más pares de polos que el generador simple de C.A. Por lo tanto, cuando gira la bobina conductora, el número de grados eléctricos de la tensión generada será mayor que el número de grados mecánicos de la rotación. La relación entre los grados eléctricos y mecánicos depende del número de pares de polos de la máquina. En todos los generadores multipolares de C.A., el número de grados eléctricos de la tensión generada de C.A. es siempre mayor que el número de grados mecánicos de la rotación de la bobina.

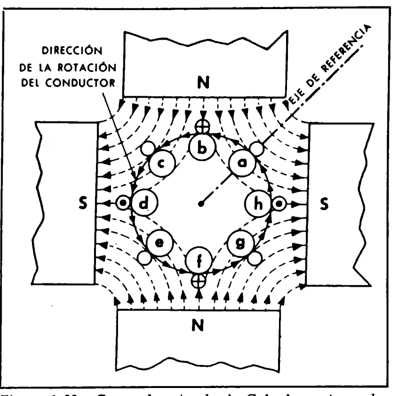


Figura 1-22. Generador simple de C.A. de cuatro polos

Generador cuadripolar de C.A.

En la figura 1-22 puede apreciarse una sección transversal de un generador cuadripolar de C.A. Se notará que los dos polos norte y dos polos sur de ambos imanes están opuestos entre sí, y con esta disposición de los polos se obtiene el campo magnético indicado en la figura.

Recuérdese que la tensión inducida en un conductor que gira dentro de un campo magnético, es máxima cuando el conductor atraviesa perpendicularmente la dirección de las líneas de fuerza, y que la tensión inducida es cero cuando el conductor se mueve paralelamente a la dirección de las mismas. De esta manera, en la posición marcada a, en la que el conductor se mueve paralelamente al campo magnético, la tensión inducida en el conductor es cero. En la figura 1-23, que muestra los grados mecánicos de rotación y los grados eléctricos de la tensión generada, puede apreciarse que ambos resultan cero en la posición a.

A medida que el conductor gira en sentido contrario a las agujas del reloj, aumenta su ángulo de corte de las líneas de flujo hasta alcanzar en la posición b, el máximo corte de líneas. En esta posición, el conductor se mueve perpendicularmente a la dirección del campo y, por lo tanto,

la tensión generada es máxima. Por medio de la regla de la mano izquierda para generadores, se determina la polaridad de la tensión generada en dicha posición y el flujo de corriente resultante. La dirección del flujo de corriente resultante, según indica la figura 1-22, es hacia adentro del conductor; que está representado con el símbolo ⊕ en la posición b. Como la tensión inducida es máxima, la misma ha recorrido 90 grados eléctricos (desde cero al máximo), pero, sin embargo, el conductor sólo ha recorrido en el mismo tiempo 45 grados mecánicos de rotación (desde la posición a hasta la posición b).

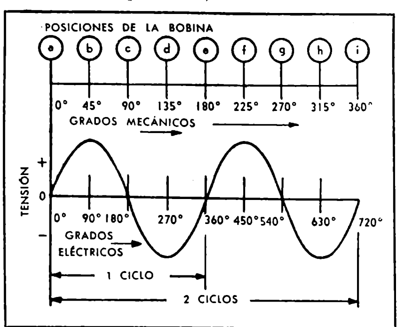


Figura 1-23. Forma de la tensión de C.A. producida por un generador de cuatro polos

A medida que el conductor gira hacia la posición c, el ángulo de corte del campo disminuye. Para alcanzar la posición c, el conductor ha recorrido 45 grados mecánicos. Como su movimiento en dicha posición es paralelo al campo, la tensión inducida en el conductor resulta cero. Esta tensión inducida cero significa que la misma ha recorrido otros 90 grados eléctricos (desde el máximo a cero). La magnitud de la tensión generada entre b y c está representada por la parte de la curva entre 90 y 180 grados. En consecuencia, para cada grado mecánico de rotación del conductor, la tensión generada de C.A. ha recorrido dos grados eléctricos.

Cuando el conductor avanza hacia la posición d, aumenta su ángulo de corte hasta el mismo punto d, en el que corta el máximo número de líneas de fuerza. Si se aplica la regla de la mano izquierda para generadores en dicha posición del conductor, se verá que la dirección del flujo de corriente resultante es hacia afuera del conductor, como lo indica el símbolo ⊙, y que la polaridad de la tensión es negativa. Como la tensión inducida es máxima, ello indica que ha recorrido nuevamente 90 grados eléctricos y el conductor sólo ha recorrido, en cambio, 45 grados mecánicos. A medida que avanza hacia la posición e, en la que el conductor se mueve paralelamente al campo, la tensión generada de C.A. disminuye desde un máximo negativo hasta cero. Por lo tanto, a la rotación del conductor a través de otros 45 grados mecánicos, corresponde otra rotación de la tensión inducida a través de 90 grados eléctricos. En la posición e, de la curva de la figura 1-23, se ve que la tensión inducida completa un ciclo, o 360 grados eléctricos, en el mismo período de tiempo en que el conductor ha girado únicamente 180 grados mecánicos.

La curva muestra entre los grados eléctricos 360 y 720, la tensión de C.A. generada por el conductor en la segunda mitad de su revolución. Mientras el conductor gira desde la posición e a la posición i, atraviesa otros 180 grados mecánicos y, en este mismo tiempo, es generado el segundo ciclo completo de tensión de C.A. Como en el generador cuadripolar de C.A. un grado mecánico genera dos grados eléctricos, una rotación mecánica de 360 grados genera 720 grados eléctricos, o sea, dos ciclos eléctricos completos.

Frecuencia de los generadores multipolares de corriente alterna

En el análisis del generador cuadripolar de C.A. se estableció que un grado mecánico equivalía a dos grados eléctricos. Mediante un análisis similar, puede demostrarse que en un generador de seis polos cada grado mecánico equivale a tres grados eléctricos, y que para un generador de ocho polos un grado mecánico es igual a cuatro grados eléctricos. En consecuencia, para convertir grados mecánicos en grados eléctricos deben multiplicarse los grados mecánicos por el *número de pares de polos del generador.* Esto se establece en la fórmula siguiente:

$$E^\circ = M^\circ \times P \qquad (1\text{-}6)$$

en la que:

E° = número de grados eléctricos
M° = número de grados mecánicos
P = número de pares de polos

Como ejemplo, se calculará el número de grados eléctricos de una tensión de C.A., generada por un generador cuadripolar de C.A. que ha completado una revolución mecánica. Como una revolución equivale a 360 grados mecánicos, y como un generador cuadripolar tiene dos pares de polos, el número de grados eléctricos será

$$E^\circ = M^\circ \times P$$
$$= 360^\circ \times 2$$
$$E^\circ = 720^\circ$$

Si se compara el cálculo anterior con la curva de la figura 1-23, se verá que en la posición i de la curva, donde la bobina ha completado una revolución, la curva de tensión ha recorrido 720 grados.

La frecuencia de un generador cuadripolar de C.A. se determina de la misma forma que la frecuencia del generador bipolar simple. Por ejemplo, la frecuencia de un generador cuadripolar de C.A. cuya bobina gira a 3.600 revoluciones por minuto, se calcula como sigue:

$$f = \frac{P \times N}{60}$$

Se sustituye el número de pares de polos P por 2, y a N por 3600

$$f = \frac{2 \times 3600}{60}$$
$$= \frac{7200}{60}$$
$$f = 120 \text{ ciclos por segundo}$$

Como otro ejemplo, se calcula a continuación la frecuencia de un generador de C.A. de seis polos cuya bobina gira a igual velocidad que la anterior. Se tendrá:

$$f = \frac{P \times N}{60}$$
$$= \frac{3 \times 3600}{60}$$
$$= \frac{10800}{60}$$
$$f = 180 \text{ ciclos por segundo}$$

De los ejemplos anteriores se deduce claramente que cuando se aumenta el número de polos de un generador de C.A., mientras se conserva constante la velocidad de rotación de la bobina, la frecuencia del generador también aumenta. Es importante recordar que al calcular la frecuencia de un generador de C.A. con la fórmula anterior, debe tomarse el número de pares de polos y no el número individual de polos.

1-8 RESUMEN

Una corriente alterna es un tipo de corriente eléctrica que fluye primeramente en una dirección, por un período de tiempo dado, e invierte luego su dirección para fluir en sentido opuesto durante igual período de tiempo. Esto es precisamente lo contrario de la corriente continua, la que fluye en una dirección única a través del circuito eléctrico. Además, la corriente alterna varía continuamente de magnitud, mientras que la corriente continua alcanza rápidamente su máximo valor y se mantiene en dicho máximo tanto tiempo como el circuito esté cerrado. Dos de las ventajas más significativas que tiene la corriente alterna sobre la corriente continua son: primero, puede transmitirse a larga distancia sin pérdidas considerables de energía, y segundo, puede irradiar su energía al espacio desde una antena.

Se obtiene la corriente alterna para aplicaciones prácticas mediante máquinas eléctricas denominadas generadores de C.A. Los generadores de C.A. funcionan en base al principio de la inducción electromagnética, concepto que incluye las relaciones que existen entre la electricidad y el magnetismo. Siempre que exista un movimiento relativo entre una bobina y un campo magnético, es inducida una tensión en el alambre de la bobina, cuya magnitud será proporcional al número de líneas magnéticas de fuerza que corta la bobina en una unidad de tiempo dada. Los factores específicos que afectan la magnitud de la tensión inducida son: el número de vueltas de la bobina, la intensidad de campo magnético, la velocidad del movimiento relativo entre la bobina y el campo magnético, y el ángulo en que la bobina corta el campo magnético. La tensión inducida en esta forma alcanza su máximo valor cuando el conductor corta el campo magnético en ángulo recto, mientras que su valor cae a cero cuando el conductor se mueve paralelamente al campo. Cuando el conductor atraviesa el campo magnético en ángulo distinto al recto, la tensión inducida tendrá su valor comprendido entre cero y el máximo, dependiendo el valor exacto del seno del ángulo de corte. La polaridad de la tensión inducida depende de que la bobina atraviese el campo magnético hacia arriba o hacia abajo, y puede determinarse fácilmente utilizando la regla de la mano izquierda para generadores.

El método práctico para generar una corriente alterna, es la rotación de una bobina de alambre en forma continua dentro de un campo magnético. Es ésta la base fundamental del funcionamiento del generador de corriente alterna. Todo generador de C.A. tiene los siguientes elementos de diseño y constructivos:

1. Un medio para establecer un campo magnético.

2. Una bobina que puede girar dentro del campo magnético.

3. Anillos colectores que permiten girar a la bobina mientras la mantienen conectada a la carga externa.

4. Escobillas para conectar los anillos colectores a la carga externa.

Cuando la bobina giratoria del generador de C.A. ha completado una revolución, se dice que ha completado un ciclo. Dicho ciclo de tensión se representa generalmente con una curva sinusoidal, pues uno de los factores que afectan la magnitud de la tensión inducida es el seno del ángulo en que la bobina corta el campo magnético.

El número de ciclos completos de onda sinusoidal generados en cada segundo se denomina frecuencia de la onda sinusoidal. La frecuencia de un generador de C.A. depende de la velocidad de rotación de la bobina y del número de pares de polos magnéticos de la máquina eléctrica. Se denomina período de la onda sinusoidal, al tiempo requerido para generar un ciclo de una onda sinusoidal de corriente alterna, y se mide en segundos o en fracciones de segundo. El período constituye la recíproca de la frecuencia.

En los generadores multipolares de C.A., el número de grados eléctricos de la tensión de C.A. generada no es igual al número de grados mecánicos de la rotación de la bobina, sino que ambos grados tienen una relación que depende del número de pares de polos de la máquina eléctrica. Para convertir grados mecánicos a grados eléctricos, deben multiplicarse los primeros por el número de pares de polos del generador.

CUESTIONARIO

1. Descríbase brevemente la diferencia entre la corriente continua y la corriente alterna.
2. Menciónense dos de las ventajas de la corriente alterna sobre la corriente continua.
3. Dibújese una curva que represente la tensión o la corriente de C.C.
4. Defínase la corriente continua pulsante.
5. Dibújese una curva que represente la tensión o la corriente pulsante de C.C. que varía desde un nivel de referencia positivo.
6. Dibújese una curva que represente la corriente o la tensión de C.A.
7. ¿Cuál es la diferencia entre la corriente continua pulsante y la corriente alterna?
8. Explíquese brevemente el significado de C.A. superpuesta.
9. La tensión inducida en un conductor que atraviesa en ángulo recto las líneas de fuerza de un campo magnético es ....
10. La tensión inducida en un conductor que se mueve paralelamente a las líneas de fuerza de un campo magnético es ....
11. La tensión inducida en un conductor que se mueve en un campo magnético en forma no paralela a las líneas de fuerza, y en ángulo de corte distinto al recto, depende del ....
12. Calcúlese la tensión inducida en un conductor por la inducción electromagnética con los siguientes datos: longitud del conductor, 3 cm; velocidad de corte, 2 cm por segundo; líneas de flujo por cm^2, 10 billones; y ángulo de corte, 30 grados.
13. ¿De qué depende la polaridad de la tensión inducida por la inducción electromagnética?
14. Enumérense cuatro factores que son la base fundamental en el diseño y construcción de todos los generadores de C.A.
15. Dibújese una curva que represente la tensión producida por un generador de C.A.
16. ¿Qué representa el eje horizontal y el eje vertical de una curva sinusoidal?
17. ¿Qué es lo que constituye un ciclo de una onda sinusoidal de tensión?
18. Explíquese brevemente el significado del término *alternancia.*
19. ¿Cuáles son los dos factores que determinan la frecuencia de un generador de C.A.?
20. ¿Cuál es el significado del término *espectro de frecuencias?*
21. El tiempo requerido para generar un ciclo de una sinusoide de C.A. se llama .... de la sinusoide.
22. Calcúlese la frecuencia y el período de un generador bipolar de C.A. cuya bobina gira a una velocidad de 7200 revoluciones por minuto.
23. ¿Qué factor determina la relación entre los grados mecánicos de rotación de la bobina, y los grados eléctricos de una tensión sinusoidal generada en un generador multipolar de C.A.?
24. ¿Cómo pueden convertirse los grados mecánicos de rotación de la bobina, en grados eléctricos en un generador multipolar de C.A.?
25. Calcúlese la frecuencia y el período de un generador multipolar de C.A. de ocho polos, cuya bobina gira a una velocidad de 3600 revoluciones por minuto.

CAPITULO II

Vectores y Relaciones de Fase

1-2 Introducción

En el capítulo anterior se han visto los principios fundamentales de la corriente alterna y la generación de la curva de corriente alterna. La corriente y la tensión de C.A. cambian de polaridad y magnitud en función del tiempo. El tipo más común de tensión de C.A., la tensión sinusoidal u onda sinusoidal, varía de magnitud o polaridad de acuerdo con el seno o el ángulo formado entre la bobina y el campo magnético estacionario del generador.

Las tensiones y corrientes sinusoidales pueden representarse gráficamente mediante vectores. El vector es una representación gráfica que tiene magnitud y dirección. Los diagramas de vectores pueden utilizarse para representar corrientes alternas, tensiones de corrientes alternas y otras magnitudes eléctricas de los circuitos de C.A. También pueden utilizarse para estudiar las relaciones de tiempo entre diversas magnitudes eléctricas de dichos circuitos.

La tensión inducida en un instante indeterminado en una bobina que gira en un campo magnético, se llama tensión *instantánea.* Por lo tanto, el valor de la tensión instantánea depende del ángulo de corte que forman la bobina y el campo magnético en el instante de realizarse la medición. Cuando la bobina corta el campo magnético con un ángulo de 90 grados, corta el máximo número de líneas de fuerza y, por lo tanto, la tensión inducida en ese instante se denomina *tensión máxima* de C.A. o *tensión de pico.* El promedio de tensiones instantáneas en una alternación se llama *valor medio* de la tensión de C.A.

Para expresar y medir la corriente alterna y la tensión de C.A., se utilizan las mismas unidades empleadas para la corriente continua y la tensión de C.C. Sin embargo, la tensión y la corriente en un circuito de C.A. aumentan y disminuyen continuamente de valor e invierten periódicamente su polaridad durante cada ciclo. Por esta causa, resulta conveniente indicar el valor de la corriente y de la tensión de C.A. utilizando un valor entre la máxima y mínima fluctuación de una corriente alterna, haciéndolo equivalente al de una corriente continua cuyo efecto de calentamiento sea igual al de la corriente alterna. Este valor se denomina *valor eficaz* de la corriente alterna.

Este capítulo trata sobre los vectores, diagramas vectoriales y los valores instantáneos, de pico, medio y eficaz de la corriente alterna y de la tensión de C.A. Este capítulo también estudia la relación existente entre la tensión y la corriente, en un circuito de C.A. que tenga sólo resistencia y, además, analiza las relaciones de fase entre la corriente y la tensión de C.A.

2-2 VECTORES Y DIAGRAMAS VECTORIALES

En los circuitos de C.A., la tensión, corriente y otras magnitudes eléctricas, se representan mediante vectores para simplificar los cálculos del circuito. El vector se representa gráficamente con una flecha que forma un ángulo con un eje o vector de referencia. La longitud de la línea representa la magnitud del vector, y la punta de la flecha y el ángulo indican la dirección del vector con respecto al eje de referencia. En la figura 2-1 puede verse un diagrama vectorial típico. Se notará que los vectores parten de un punto común sobre el eje de referencia, que se denomina origen. El ángulo entre el eje de referencia y cada vector se designa con la letra griega θ (theta). El ángulo del vector E_1 se ha designado θ_1 y el ángulo de E_2, θ_2.

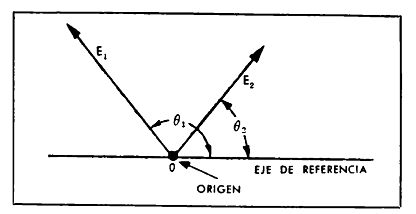


Figura 2-1. Típico diagrama vectorial

En la figura 2-2 se pueden ver vectores de *igual dirección*. Se dice que los vectores tienen igual dirección cuando se han dibujado paralelos entre sí, y de forma que la recta que une sus puntos de origen no corta al segmento que une sus puntas de flecha. Ambos vectores A y B de la figura 2-2 cumplen esta condición. Por el contrario, cuando los vectores se dibujan paralelos entre sí, y de forma que la recta que une sus puntos de origen corta el segmento que une sus puntos terminales, se dice que son vectores de *dirección opuesta*. En la figura 2-3 puede apreciarse este tipo de vectores. Se dice

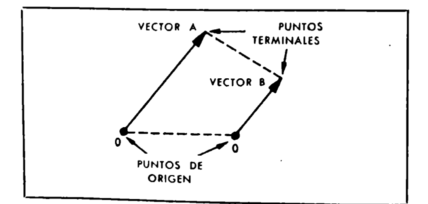


Figura 2-2. Vectores con la misma dirección

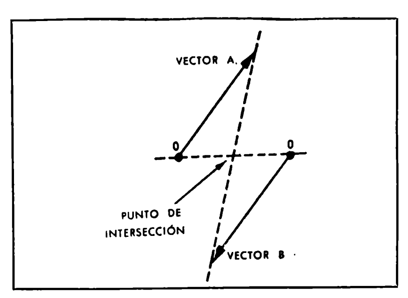


Figura 2-3. Vectores con direcciones opuestas

que los vectores son iguales cuando tienen *la misma magnitud y la misma dirección*. En la figura 2-4 se representan dos vectores iguales. Cuando se hacen cálculos con vectores puede reemplazarse cualquier vector dado, por un vector igual. Los vectores tienen ángulo positivo (+) cuando se mide desde el eje de referencia en sentido contrario a las agujas del reloj, y negativo (—), cuando se mide en el sentido de las agujas del reloj.

Cuando se resuelven problemas de circuitos de C.A., es común sumar o restar vectores para obtener un solo vector, que recibe el nombre de *resultante*. La suma o resta de vectores consiste en disponerlos nuevamente para formar un triángulo o paralelogramo, de manera que se puede hallar gráficamente o matemáticamente el vector resultante.

Suma de vectores

Una cantidad que se expresa por un número y no incluye el concepto de dirección, se denomina *magnitud escalar*. La cantidad escalar, por lo tanto, sólo tiene magnitud. Las magnitudes escalares se suman algebraicamente, teniéndose en cuenta los

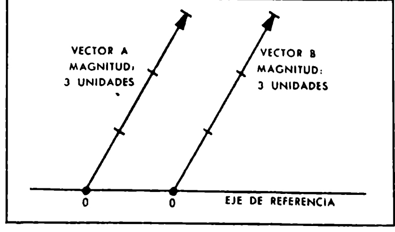


Figura 2-4. Vectores iguales

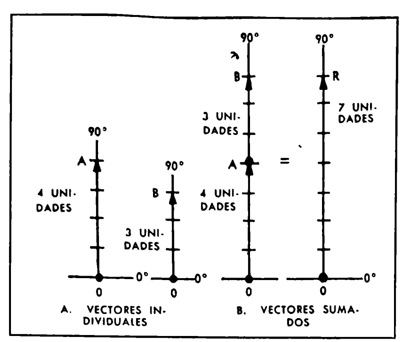


Figura 2-5. Suma de vectores de la misma dirección

signos que las preceden. Los siguientes son ejemplos de suma de magnitudes escalares:

50 kilómetros + 25 kilómetros = 75 kilómetros
75 centavos + (—25) centavos = 50 centavos
40 ohm + 10 ohm = 50 ohm

Como los vectores cantidades poseen dirección y también magnitud y sentido, pueden sumarse geométricamente. En la suma de vectores debe considerarse el ángulo formado entre cada vector y el eje de referencia.

Suma de vectores de igual dirección

Considérese el caso de la suma de dos vectores que tienen la misma dirección, según puede apreciarse en la figura 2-5 A. El primer paso en la suma de tales vectores, consiste en trasladarlos de forma que queden sobre la misma línea. Esto es lo que se ha realizado en la parte B de la figura. Nótese que el punto de origen del vector B se ha trasladado al punto terminal del vector A. El vector resultante R, tiene la misma dirección que los vectores A y B, y su magnitud es igual a la suma de los dos vectores individuales. Como la magnitud del vector A es de 4 unidades y la del vector B, de 3 unidades, la magnitud resultante de R será de 7 unidades. Por lo tanto, cuando se suman vectores de igual dirección, la magnitud del vector resultante es igual a la suma matemática de las magnitudes de los vectores individuales. La dirección del vector resultante es la misma que la dirección de los vectores originales.

Suma de vectores de direcciones opuestas

En la figura 2-6 A pueden verse dos vectores de direcciones opuestas. En la parte B de la figura, los vectores han sido trasladados de forma de tener el mismo punto de origen. La suma de dos vectores de dirección opuesta se efectúa restando matemáticamente la magnitud del vector menor de la del mayor, y asignando a la resultante la dirección del vector mayor. En este caso, cuando la magnitud del vector B de 3 unidades, se resta del vector A de 4 unidades, la magnitud resultante es una unidad.

Ahora se considerará el caso de la figura 2-7, en la que el vector B es el mayor de los dos vectores. Cuando se resta la magnitud A de 3 unidades de la magnitud B de 4 unidades, la magnitud resultante sigue siendo una unidad. Sin embargo, como la magnitud del vector B es ahora la mayor de las dos magnitudes, el vector resultante, vector R, tendrá la misma dirección que el vector B. En consecuencia, puede establecerse que cuando se suman dos vectores de dirección opuesta, la magnitud del vector resultante es la diferencia matemática entre los dos vectores, y su dirección es también la misma que la del vector mayor.

Suma de vectores que forman un ángulo de 90 grados

En la figura 2-8 se representa la suma de vectores

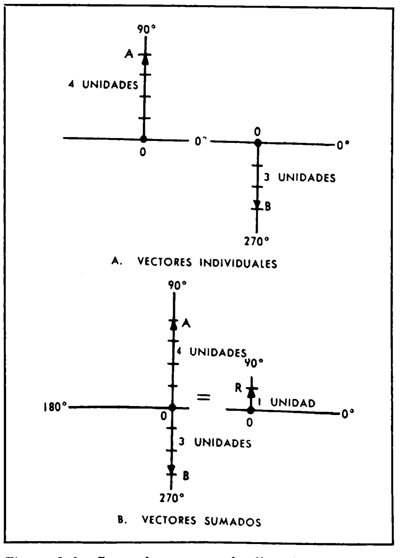


Figura 2-6. Suma de vectores de direcciones opuestas, siendo el vector A mayor

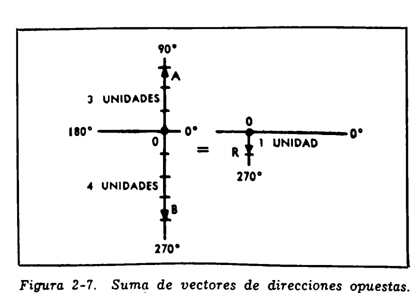


Figura 2-7. Suma de vectores de direcciones opuestas. El vector B es mayor

que forman un ángulo de 90 grados. Aunque los vectores que deben sumarse, indicados en la parte A de la figura, tienen magnitudes iguales a los de los ejemplos anteriores, debe notarse que la dirección del vector B es la misma del eje horizontal de referencia. Por lo tanto, el ángulo del vector B es de cero grado y el del vector A es de 90 grados, con respecto al eje de referencia.

Para sumar dos vectores que forman un ángulo de 90 grados, primeramente se disponen en forma de un triángulo rectángulo, según puede verse en la parte B de la figura. Se debe notar que cuando se usa este método del triángulo rectángulo, los puntos de origen de los dos vectores están juntos. A continuación, el vector A puede reemplazarse por un vector equivalente: el vector punteado A′, que es paralelo al primero y tiene su punto de origen en el extremo del vector B. Para determinar el vector resultante R, se traza un vector desde el punto de origen, O, hasta el extremo del vector A′. Los vectores A′, B y R forman ahora un triángulo rectángulo de vectores. Como en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados del triángulo, según lo establece el Teorema de Pitágoras, se tendrá:

$$c^2 = a^2 + b^2 \qquad (2\text{-}1)$$

o sea,

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

donde:

c hipotenusa del triángulo rectángulo
a = lado vertical del triángulo rectángulo
b = lado horizontal del triángulo rectángulo

Cuando se aplica el teorema de Pitágoras es importante expresar todos los factores en las mismas unidades de medida (volt, ampere, ohm, etc.). Este teorema se aplica a la resolución del triángulo de vectores, por lo cual se utiliza la fórmula arriba indicada para determinar la magnitud del vector resultante R en la parte B de la figura 2-8. En este caso el vector R es la hipotenusa, el vector A′ es el lado vertical, y el vector B es el lado horizontal del triángulo rectángulo. El cálculo es e siguiente:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

o sea:

$$R = \sqrt{(A')^2 + B^2}$$

se sustituyen A′ y B por sus valores correspondientes, o sea:

$$R = \sqrt{(4)^2 + (3)^2}$$
$$= \sqrt{16 + 9}$$
$$= \sqrt{25}$$
$$R = 5 \text{ unidades}$$

Esta solución geométrica o vectorial, no sólo representa el valor correcto del vector R, sino que demuestra también que el vector R es la suma vectorial, o resultante, de sus componentes, o vector vertical A y vector horizontal B.

Las relaciones de longitud entre los lados o catetos de un triángulo rectángulo, con respecto a uno de sus ángulos agudos (ángulos menores de 90°), se llaman funciones trigonométricas del ángulo agudo. Estas relaciones se expresan con distintos nombres, siendo las relaciones o funciones trigonométricas más importantes: el *seno*, el *coseno* y la *tangente*. Se escriben en forma abreviada, *sen*, *cos* y *tg*. Las funciones trigonométricas del

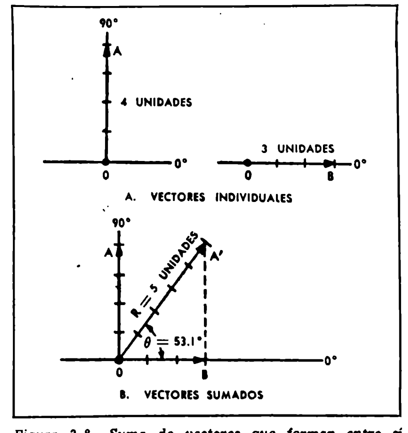


Figura 2-8. Suma de vectores que forman entre sí un ángulo de 90°

ángulo agúdo θ, de un triángulo rectángulo se definen como sigue:

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \qquad (2\text{-}2)$$

$$\cos \theta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} \qquad (2\text{-}3)$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \qquad (2\text{-}4)$$

Los valores numéricos de las funciones trigonométricas para ángulos entre cero y 90°, se hallan en la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A.

En el triángulo rectángulo de vectores de la figura 2-8 B, el ángulo θ es el ángulo entre el vector resultante R (hipotenusa) y el vector B (cateto adyacente). La relación entre el vector A′ (cateto opuesto) y el vector B (cateto adyacente) representa la tangente del ángulo θ. En consecuencia, el valor de este ángulo puede calcularse usando la función trigonométrica tangente en el triángulo rectángulo de vectores, o sea:

$$\theta = \text{arc tg} \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \qquad (2\text{-}5)$$

en la que la expresión *arc tg* significa *ángulo cuya tangente es*. Se sustituye el cateto opuesto por el valor de 4 unidades del vector A′, y el cateto adyacente por el valor de 3 unidades del vector B:

$$\theta = \text{arc tg} \frac{4}{3}$$

$$\theta = \text{arc tg } 1{,}333$$

Mediante la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A, se hallará que el *ángulo cuya tangente es* 1,333 mide aproximadamente 53,1 grados. En consecuencia, se dice que el vector resultante R tiene una magnitud de 5 unidades, que forma un ángulo de 53,1° con respecto al eje de referencia. Es necesario comprender que para la completa solución del problema, deben especificarse la magnitud y el ángulo del vector resultante.

Suma de vectores que forman un ángulo menor de 90 grados

Los vectores separados por un ángulo menor de 90 grados pueden sumarse con el método del triángulo vectorial o con el método del paralelogramo. El triángulo vectorial se diferencia del triángulo vectorial rectángulo en que no forma ningún ángulo de 90 grados. La figura 2-9 muestra el método del triángulo vectorial para sumar dos vectores que forman un ángulo menor de 90 grados. La parte A de la figura presenta los vectores individualmente, y la parte B, la posición de los vectores una vez sumados. Obsérvese que el vector B ha sido trasladado de manera que su punto de origen está ubicado en el punto terminal del vector A. El vector resultante, R, ha sido trazado con su punto de origen desde el vector A y con su extremo sobre el punto terminal del vector B. De esta forma, el vector R representa la suma vectorial de los dos vectores individuales.

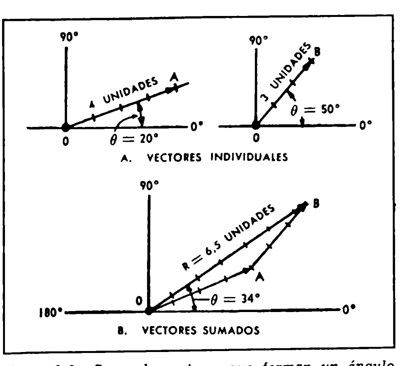


Figura 2-9. Suma de vectores que forman un ángulo menor de 90 grados; método del triángulo vectorial

Como se puede comprobar, el triángulo formado por los vectores A, B y R no es un triángulo rectángulo; por lo tanto, no pueden utilizarse las relaciones trigonométricas de un triángulo rectángulo para determinar la magnitud y el ángulo del vector resultante. Sin embargo, dibujando los vectores a escala y empleando un transportador para medir el ángulo, puede determinarse la magnitud y el ángulo del vector resultante con una precisión adecuada. En este caso, el vector resultante R tiene una magnitud de 6,5 unidades, y forma un ángulo de 34 grados.

Con el método del triángulo vectorial pueden sumarse tres o más vectores para obtener el vector resultante. En la figura 2-10 se muestra un ejemplo de este tipo: tres vectores individuales (A, B y C), indicados en la parte A de la figura, se han sumado para obtener el vector resultante R, de la parte B de la figura. Nótese que el origen del vector B está ubicado sobre el extremo del vector A, y que el origen del vector C está sobre el extremo del vector B. El vector resultante se traza desde el origen del vector A al extremo de C. Aunque la figura de la parte B no representa un triángulo, se da igualmente a este método de suma de vectores el nombre de método del triángulo vectorial, pues el

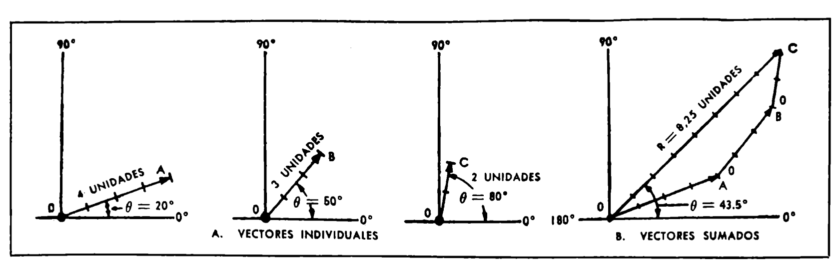


Figura 2-10. Suma de tres vectores; método del triángulo vectorial

vector resultante se obtiene de la misma manera, es decir, la recta que une el origen del primer vector con el extremo del vector terminal, es el vector resultante. Puede sumarse cualquier número de vectores de esta forma, siempre que se representen con la dirección y magnitud correspondientes. La magnitud del vector resultante es la longitud de su recta (si está dibujada a escala) desde el punto de origen del primer vector al extremo del último vector. Por lo tanto, en el caso de la figura 2-10 B el vector R tiene una magnitud de 8,25 unidades y un ángulo de 43,5 grados.

Un paralelogramo es una figura de cuatro lados, cuyos lados opuestos tienen igual dimensión y son paralelos entre sí. En la figura 2-11 se puede apreciar el método del paralelogramo para sumar dos vectores que forman un ángulo menor de 90 grados. Se observará en la figura que cuando se utiliza el método del paralelogramo, los vectores se colocan con sus orígenes sobre un punto común. Debe recordarse también que, como los vectores pueden reemplazarse por vectores equivalentes, los vectores punteados A′ y B′ representan en este caso los vectores equivalentes de A y B. Los vectores originales y equivalentes forman así el paralelogramo. Luego se traza el vector resultante R, desde el punto de origen de los vectores originales (A y B) hasta los extremos de los vectores equivalentes (A′ y B′). La magnitud y el ángulo del vector resultante pueden determinarse en forma similar al método del triángulo vectorial, y con precisión adecuada, siempre que los vectores se hayan dibujado a escala y se mida el ángulo con un transportador. Como las magnitudes y direcciones de los vectores A y B de este ejemplo son idénticas a las utilizadas en la solución del triángulo vectorial (figura 2-9), la magnitud y dirección del vector resultante también es igual, es decir, 6,5 unidades a 34 grados. En otros términos, el método del triángulo vectorial y del paralelogramo para la suma de dos vectores que formen ángulo menor de 90 grados, produce el mismo vector resultante.

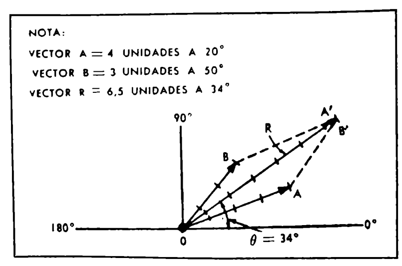


Figura 2-11. Suma de vectores que forman ángulos de menos de 90°; método del paralelogramo

El método del paralelogramo puede utilizarse también para determinar el vector resultante correspondiente a tres o más vectores individuales. Ello puede verse en la figura 2-12, donde los vectores individuales A, B y C tienen igual magnitud y dirección que los de la figura 2-10 A. Obsérvese nuevamente que cuando se emplea el método del paralelogramo, los vectores individuales se trazan desde el mismo punto de origen. En el primer paso se determina el vector resultante para un par cualquiera de vectores, por ejemplo los vectores A y B. Se traza a continuación el vector A′ paralelo al vector A, y el vector B′ paralelo al vector B, obteniéndose así un paralelogramo cuya resultante, vector R_1 se determina inmediatamente. Nótese que este vector resultante se ha trazado desde el punto común de origen de los vectores A y B hasta los extremos de los vectores A′ y B′. El vector resultante R_1 representa la magnitud y dirección de la suma vectorial de los vectores A y B.

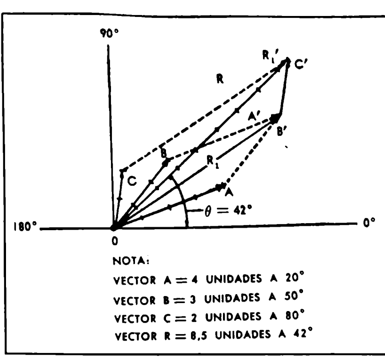


Figura 2-12. Suma de tres vectores; método del paralelogramo

Si ahora se traza el vector R'_1 paralelamente al vector R_1 y el vector C' paralelo al vector C, se obtiene un paralelogramo limitado por los lados R_1, C', R'_1 y C. El vector resultante de este paralelogramo, R, trazado desde el punto común de origen de los vectores R_1 y C hasta los extremos de los vectores R'_1 y C', representa la magnitud y dirección de la suma vectorial de los vectores R_1 y C.

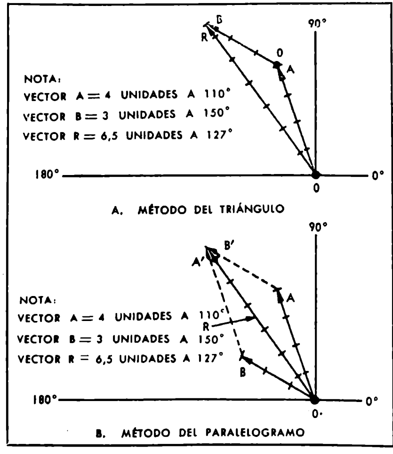


Figura 2-13. Suma de vectores entre 90° y 180°

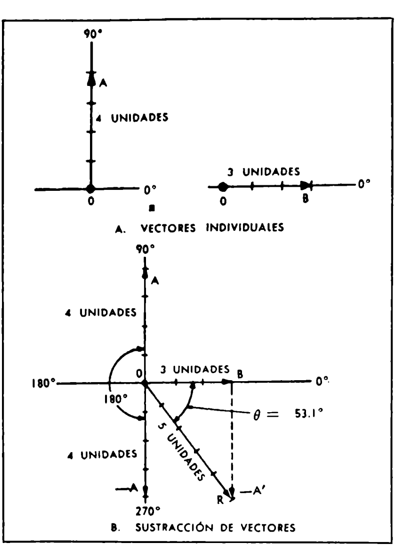


Figura 2-14. Sustracción de vectores que forman ángulos de 90°

Como el vector R_1 es a la vez la resultante de la suma de los vectores A y B, el vector resultante R representa la suma vectorial de los tres vectores originales A, B y C. En este ejemplo la magnitud y dirección del vector resultante son iguales a las determinadas con el método del triángulo vectorial (figura 2-10), pues se han utilizado los mismos vectores individuales.

Los métodos para sumar vectores que forman ángulos menores de 90 grados, empleados en el ejemplo anterior, pueden utilizarse también para sumar vectores entre 90 y 180 grados. En las partes A y B de la figura 2-13, se muestran ejemplos típicos del método del triángulo vectorial y del paralelogramo para sumar vectores que forman ángulos entre 90 y 180 grados.

Sustracción de vectores

Para obtener la resultante de la resta de dos vectores, el vector que debe restarse de otro, o sustraendo, se gira primeramente 180° en sentido contrario a las agujas del reloj, y luego se suma al otro vector. Si los dos vectores son paralelos se suman algebraicamente empleando el teorema de Pitágo-

ras una vez formado el triángulo rectángulo, y si no pueden formarlo se emplea el método del triángulo vectorial o del paralelogramo.

Sustracción de vectores que forman un ángulo de 90 grados

Obsérvense los dos vectores de la figura 2-14 A. El vector A de 4 unidades de magnitud, forma un ángulo de 90 grados con respecto al vector B, que tiene una magnitud de 3 unidades. Para restar el vector A del vector B, se hace girar primeramente el vector A 180 grados en sentido contrario a las agujas del reloj, hasta la posición del vector —A, según puede apreciarse en la parte B de la figura. Se construye luego un triángulo vectorial trazando un vector equivalente para el vector —A, esto es, el vector punteado —A'. Luego se traza el vector resultante R desde el punto de origen común hasta el extremo del vector —A'. La magnitud del vector resultante, calculada según el teorema de Pitágoras, es:

$$
\begin{aligned}
C &= \sqrt{A^2 + B^2} \\
R &= \sqrt{(-A')^2 + (B)^2} \\
&= \sqrt{(4)^2 + (3)^2} \\
&= \sqrt{16 + 9} \\
&= \sqrt{25} \\
R &= 5 \text{ unidades}
\end{aligned}
$$

El valor del ángulo se determina empleando la función trigonométrica tangente del ángulo θ, de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
\theta &= \text{arc tg} \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} \\
&= \text{arc tg} \frac{4}{3} \\
\theta &= \text{arc tg } 1{,}333
\end{aligned}
$$

En el apéndice A, la tabla de funciones trigonométricas indica que el ángulo cuya tangente es 1,333, mide aproximadamente 53,1°. Sin embargo, como en este caso el ángulo θ se ha medido en sentido contrario a las agujas del reloj con respecto al eje de referencia (0 grados), se le agrega el signo (—), es decir, que el vector resultante de la resta de los dos vectores individuales tiene una magnitud de 5 y un ángulo de —53,1 grados. Compárese el vector resultante de la figura 2-14 B con el indicado en la figura 2-8 B. Se podrá notar que ambos son iguales en todo, salvo que el ángulo del vector resultante en la parte B de la figura 2-14 lleva el signo negativo.

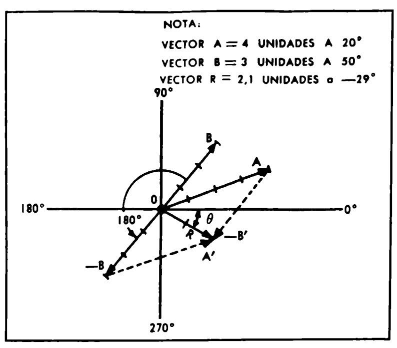


Figura 2-15. Sustracción de vectores que forman ángulos de menos de 90°; método del paralelogramo

Sustracción de vectores que forman un ángulo menor de 90 grados

En la figura 2-15 se representa la resta de vectores con ángulo menor de 90 grados. Para restar el vector B del vector A, se hace girar el vector B 180° en el sentido contrario a las agujas del reloj, figura. Trazando el vector —B' desde el extremo del vector A y trazando el vector A' desde el extremo del vector —B, se ha obtenido un paralelogramo. El vector trazado desde el punto común de origen a los extremos de los vectores equivalentes —B' y A', es el vector resultante de la resta entre los vectores B y A. Podrá determinarse la magnitud y dirección del vector resultante, si los vectores se dibujan a escala y se emplea un transportador para medir el ángulo del vector resultante. En el ejemplo considerado, la magnitud del vector resultante es de 2,1 unidades, y su dirección de —29 grados. Nuevamente en este caso, el signo negativo que precede al ángulo, indica simplemente que éste se ha medido en sentido contrario a las agujas del reloj con respecto al eje de referencia de cero grado.

El vector resultante de los dos primeros ejemplos puede determinarse en forma igualmente fácil empleando el método del triángulo vectorial. Sin tener en cuenta el método usado, es importante recordar que cuando se restan vectores que no son paralelos entre sí, deben observarse las siguientes reglas:

1. Hacer girar el vector que debe restarse 180 grados en sentido contrario a las agujas del reloj.
2. Sumar el vector que se ha girado al otro vector, aplicando el teorema de Pitágoras si forman

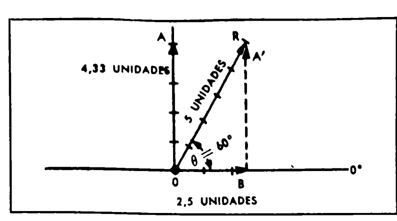


Figura 2-16. Descomposición de un vector en sus componentes

un triángulo rectángulo, o construyendo un rectángulo vectorial o un paralelogramo si no forman triángulo rectángulo.

Descomposición de un vector en sus componentes

Así como dos vectores individuales pueden combinarse para hallar su resultante, también un vector solo puede descomponerse en dos vectores individuales. A esto se denomina *descomposición* del vector en sus vectores individuales, y a estos vectores individuales se les llama componentes del vector. Generalmente, los vectores se descomponen en una componente horizontal y una vertical.

En la figura 2-16, se muestra la forma en que un vector único, R, de 5 unidades de magnitud y un ángulo de 60 grados, se descompone en sus componentes. La componente vertical se determina trazando una línea perpendicular al eje de referencia, entre el extremo del vector resultante y dicho eje. En la figura se la representa con la línea punteada. Esta línea se convierte en vector, vector A', dibujándole una flecha en su extremo, y así resulta equivalente a la componente vertical de la resultante. La componente vertical verdadera se representa con un vector vertical de trazo lleno, el vector A, dibujado desde el punto de origen común. El vector que representa la componente horizontal de la resultante, vector B, se obtiene dibujando una punta de flecha sobre el eje de referencia, en la base del vector equivalente A'.

Como el vector dado, y los vectores equivalentes a sus componentes vertical y horizontal, forman un triángulo rectángulo vectorial, cuyo ángulo agudo θ se conoce, podrá determinarse la magnitud de los vectores componentes vertical y horizontal utilizando las funciones trigonométricas seno y coseno del ángulo θ, respectivamente.

La componente vertical, vector A', se determina como sigue:

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen } 60° = \frac{A'}{5}$$

Reemplazando el valor numérico 0,8660 (obtenido en la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A, para el seno de 60 grados), se tendrá:

$$0{,}8660 = \frac{A'}{5}$$

y multiplicando en cruz:

$$A' = 4{,}33 \text{ unidades}$$

En consecuencia, la componente vertical equivalente A' y, por lo tanto, la verdadera componente vertical, el vector A, tienen una magnitud de 4,33 unidades.

El vector B, o componente horizontal, se calcula como sigue:

$$\cos \theta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos 60° = \frac{B}{5}$$

Se reemplaza el valor numérico de 0,5, obtenido en el Apéndice A para el coseno de 60 grados, y se tiene:

$$0{,}5 = \frac{B}{5}$$

y multiplicando en cruz:

$$B = 2{,}5 \text{ unidades}$$

En consecuencia, empleando las funciones coseno del ángulo dado, se determina que la componente horizontal tiene una magnitud de 2,5 unidades. Además, de los anteriores análisis pueden deducirse las siguientes conclusiones:

1. La componente vertical de un vector es la proyección del vector sobre el eje vertical. La magnitud de la componente vertical, es igual a la magnitud del vector multiplicada por el *seno* del ángulo que forma con el eje de referencia.

2. La componente horizontal de un vector es la proyección del vector sobre un eje horizontal. La magnitud de la componente horizontal es igual a la magnitud del vector multiplicada por el *coseno* del ángulo que forma el vector con el eje de referencia.

Vectores rotativos

En los párrafos anteriores se ha descrito el vector como a una representación gráfica que posee magnitud y dirección. También puede suponerse que el vector gira libremente alrededor de su eje, es decir, sobre su punto de origen. Por lo tanto, a medida que el vector cumple una revolución completa, con respecto a su eje de referencia, su

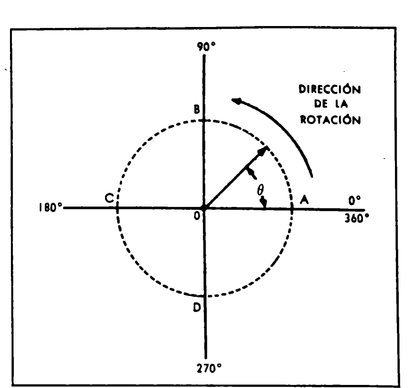


Figura 2-17. Ejemplo de vector giratorio

extremo también realiza un recorrido circular.

En la figura 2-17 puede verse un vector giratorio. Cuando el vector gira en sentido contrario a las agujas del reloj, desde la posición A a la B, su extremo sigue el arco de círculo de A a B. El ángulo entre el eje de referencia y el vector en la posición B es de 90 grados, o sea un ángulo recto. A medida que el vector continúa girando pasa por las posiciones C y D hasta volver a la posición A. Resulta claro que una revolución completa del vector equivale a una rotación angular de 360 grados; por lo tanto, una revolución parcial del vector giratorio podrá medirse en grados. Si se descompone el vector en sus componentes verticales para cada grado de rotación, podrá representarse la magnitud de la componente vertical como una curva sinusoidal. Esto se ha hecho en la figura 2-18, en la que se ha supuesto que el vector gira en sentido contrario a las agujas del reloj y con una velocidad angular uniforme de una revolución por segundo. El eje horizontal de referencia del vector giratorio, se ha prolongado a la derecha para formar el eje horizontal de tiempo que muestra la figura. Para simplificar el dibujo se ha descompuesto el vector en sus componentes verticales a intervalos de 45 grados, en lugar de hacerlo por cada grado. Por esta causa, el eje horizontal de tiempo se ha dividido en ocho segmentos de tiempo igual, representando cada uno de ellos un octavo de segundo, o sea, 45 grados de rotación. El eje vertical de la curva representa la magnitud de la componente vertical del vector giratorio.

El vector comienza a girar a cero grado, en la posición A, y al término de un octavo de segundo ha girado 45 grados y está en la posición B. La proyección de la componente vertical del vector en la curva, produce la magnitud que indica la curva en la posición de 1/8 del tiempo. Al término de 1/4 de segundo, el vector ha girado otros 45 grados hasta llegar a la posición de 90 grados (posición C). La proyección de este punto sobre la curva, indica la magnitud de la misma en la posición de tiempo de 1/4 de segundo. A medida que el vector gira a través de las posiciones D, E, F, G, H, hasta alcanzar nuevamente la posición A, la proyección de dichos puntos en la gráfica forman la curva completa que muestra la figura.

Obsérvese que la curva representada en la figura 2-18, es una sinusoide similar en apariencia a la generada por la espira giratoria del generador de C.A., considerado en el Capítulo I. Por ello, la curva que describe la magnitud de la componente vertical de un vector giratorio, es similar a la curva que describe la salida de tensión de una bobina giratoria en un generador de corriente alterna.

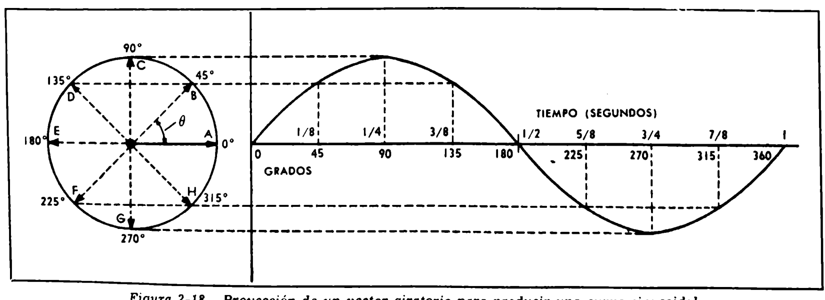


Figura 2-18. Proyección de un vector giratorio para producir una curva sinusoidal

2-3 VALOR INSTANTÁNEO DE LA CORRIENTE Y TENSIÓN ALTERNAS

Al considerar la generación de sinusoides (Capítulo I), se estableció que la tensión inducida es máxima cuando la espira se halla a 90° y 270°, y cero cuando la bobina está a cero grado o a 180°. Sin embargo, lo que se necesita conocer a veces es el valor *instantáneo* de la tensión, o la tensión generada en un instante cualquiera y en un ángulo intermedio. Debido a la relación existente entre un vector giratorio y una curva sinusoidal, y a la relación entre la tensión de salida de una bobina giratoria en un generador de C.A. y una curva sinusoidal, se utiliza frecuentemente el vector giratorio para representar la tensión de salida cuando se desea determinar el valor instantáneo de la corriente y tensión alterna.

Por ejemplo, supóngase que el valor máximo de la tensión es de 100 volt, y se desea saber el valor instantáneo de la tensión en un ángulo de 30 grados. La primera etapa para determinar dicho valor es trazar un vector giratorio que forma un ángulo de 30 grados con respecto al eje horizontal de referencia, como se muestra en la figura 2-19 A. La longitud del vector E_m representa el valor máximo de tensión, o sea, 100 volt, y la componente vertical de este vector representa el valor instantáneo de la tensión generada. La tensión instantánea se designa con la letra e minúscula.

Recuérdese que se utiliza la función trigonométrica de seno del ángulo θ, para descomponer el vector en sus componentes verticales, por lo cual, para calcular el valor instantáneo de la tensión se aplica la fórmula:

$$e = E_m \text{ sen } \theta \qquad (2\text{-}6)$$

donde:

e = valor instantáneo de la tensión
E_m = valor máximo de la tensión
sen θ = ángulo recorrido por la rotación del vector

El valor de la tensión instantánea en un ángulo de 30 grados, cuando la tensión máxima es de 100 volt, se calcula como sigue:

$e = E_m \text{ sen } \theta$
$e = 100 \text{ sen } 30°$

y reemplazando el valor numérico 0,5, indicado en el Apéndice A para sen 30°, se tendrá:

$e = 100 \times 0{,}5$
$e = 50$ volt

La tensión instantánea a un ángulo de 90 grados es la máxima tensión, tal como puede apreciarse en la figura 2-19 C. Se calcula de la siguiente manera:

$e = E_m \text{ sen } \theta$
$e = 100 \text{ sen } 90°$

como el sen 90° tiene un valor numérico de 1,

$e = 100 \times 1$
$e = 100$ volt

Los ejemplos anteriores han mostrado la forma en que pueden utilizarse los vectores, para representar los cambios instantáneos que ocurren durante un ciclo de C.A., y también la manera de utilizar los vectores para determinar los valores de tensión instantánea en cualquier ángulo. De igual forma pueden utilizarse los vectores para la corriente, cambiando simplemente el vector E_m para que I_m represente el valor máximo de corriente, y además sustituyendo e por i, que representa el valor instantáneo de la corriente. Nótese que los valores instantáneos están representados por letras minúsculas, mientras que los valores máximos de corriente y tensión alterna se representan con letras mayúsculas.

Aunque en este ejemplo se ha utilizado el generador de C.A. de una espira como fuente de corriente alterna, los vectores se aplican en forma

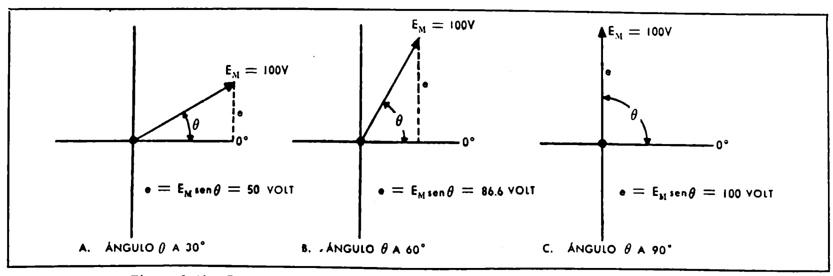


Figura 2-19. Determinación del valor instantáneo de la tensión para varios ángulos

exactamente igual a cualquier corriente alterna o tensión que varíe en forma sinusoidal.

2-4 VALORES DE PICO, MEDIO Y EFICAZ DE LA CORRIENTE Y TENSIÓN ALTERNAS

Como la corriente y la tensión de un circuito de C.A. aumentan y disminuyen continuamente de magnitud, e invierten periódicamente la polaridad durante cada ciclo, el cálculo de los valores instantáneos de tensión y corriente de un circuito de C.A., resulta bastante dificultoso. Para simplificar los cálculos de los circuitos de C.A., se utilizan comúnmente para representar las tensiones y corrientes sinusoidales, los siguientes valores: *el pico,* o máximo valor instantáneo; *el valor medio, y el valor eficaz o rmc* (raíz media cuadrática). Una tensión o corriente sinusoidal se define perfectamente cuando se especifican sus valores de pico, medio y eficaz, juntamente con la frecuencia. Por ejemplo, la tensión de C.A. que se utiliza en la mayoría de los hogares, puede describirse como una tensión de C.A. de 50 ciclos por segundo y de un valor de tensión eficaz de 220 volt en algunos países o 60 c/s y 117 volt en otros.

Valor de pico de la corriente y tensión alternas

El valor de pico de la corriente o tensión alterna, se define como el máximo valor instantáneo de tensión o corriente producido en un ciclo. Según puede observarse en la tensión sinusoidal de la figura 2-20, el valor de pico de la tensión es el máximo valor instantáneo indicado en las posiciones de 90° y 270°. Esto está de acuerdo con el hecho de que la máxima tensión instantánea, E_m, es el valor de la tensión en el instante en que el movimiento de la bobina corta el máximo número de líneas de flujo.

La tensión de pico puede ser positiva ($+E_p$), o negativa ($—E_p$). En ambos casos la amplitud del valor de pico es igual. En consecuencia, se puede

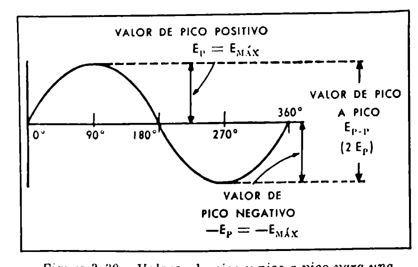


Figura 2-20. Valores de pico y pico a pico para una tensión sinusoidal

establecer que para una sinusoide de tensión pura, el valor positivo de pico es siempre igual al pico negativo.

Es muy común describir las corrientes y tensiones de C.A. en función de sus valores de *pico a pico.* El valor pico a pico de la tensión sinusoidal, designado como E_{p-p} se mide desde el máximo valor positivo de pico' ($+E_p$), hasta el máximo valor negativo de pico ($—E_p$) de la sinusoide, como se indica a la derecha de la figura 2-20. Como en una onda sinusoidal pura los picos positivos y negativos tienen un valor igual, el valor de pico a pico de una tensión sinusoidal pura resulta doble que el valor de pico. Para determinar el valor de pico a pico de una tensión de C.A., cuando se conoce el valor de pico, se multiplica simplemente el valor de pico por dos. Expresado en fórmula:

$$E_{p-p} = 2E_p \qquad (2\text{-}7)$$

Como ejemplo, se calcula a continuación la tensión de pico a pico de una sinusoide que tiene un valor de pico de 200 volt.

$$E_{p-p} = 2\ E_p$$
$$= 2 \times 200$$
$$E_{p-p} = 400 \text{ volt}$$

A la vez, trasponiendo los términos de la fórmula cuando se conoce el valor de pico a pico, puede determinarse el valor de la tensión de pico de un sinusoide. En este caso se divide el valor de pico a pico por 2, esto es:

$$E_p = \frac{E_{p-p}}{2} \qquad (2\text{-}8)$$

Aunque en los ejemplos anteriores se utilizaron únicamente tensiones de pico y de pico a pico, también se calculan de la misma forma los valores de corriente de pico I_p, y de corriente de pico a pico I_{p-p}.

Valor medio de la corriente y tensión alternas

El valor medio es otro de los valores que se emplean en las aplicaciones de C.A. El valor medio

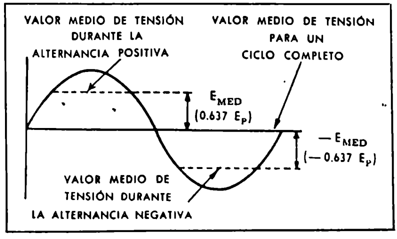


Figura 2-21. Valor medio de una tensión sinusoidal

de una tensión o corriente sinusoidal es cero, puesto que la alternancia negativa es equivalente y opuesta a la alternancia positiva. Sin embargo, el término *valor medio* cuando se aplica a una tensión o corriente alterna, se emplea como el valor medio de *una alternancia* o semiciclo. La alternancia elegida puede ser positiva o negativa puesto que en una onda sinusoidal pura ambas son iguales. En la figura 2-21 se observa el valor medio de una tensión sinusoidal.

El valor medio de una sinusoide es el promedio de todos los valores instantáneos de una alternancia. El valor medio exacto del promedio de la tensión, E_{med} es igual al valor de pico (o máximo valor instantáneo) multiplicado por 0,637. Esto se expresa con la fórmula:

$$E_{med} = 0{,}637\ E_p \qquad (2\text{-}9)$$

El factor numérico 0,637 se obtiene calculando el valor medio de la función sinusoidal, es decir, dividiendo la superficie de una alternancia por la base misma.

En el ejemplo siguiente se calcula el valor medio de una tensión alterna, cuando su valor de pico es de 200 volt:

$$E_{med} = 0{,}637\ E_p$$
$$= 0{,}637 \times 200$$
$$E_{med} = 127{,}4 \text{ volt}$$

Puede determinarse el valor de pico de la tensión de C.A., conociendo el valor medio y trasponiendo los términos de la fórmula. Se supone en este ejemplo que la tensión media es de 100 volt, por lo tanto:

$$E_p = \frac{E_{med}}{0{,}637}$$
$$= \frac{100}{0{,}637}$$
$$E_p = 157 \text{ volt}$$

De una forma similar a la anterior puede determinarse el valor de pico de la corriente alterna (I_p), cuando se conoce el valor medio de la corriente (I_{med}); o a la inversa, obtener este último valor si se conoce el primero. Cuando se transforma el valor de pico en valor medio de tensión o corriente alternas, o viceversa, es importante recordar que el valor medio es el promedio de una sola alternancia y no del ciclo completo.

Valor eficaz (RMC)* de la tensión y corriente alternas

La potencia disipada en forma de calor en el resistor de un circuito de corriente continua, es igual al cuadrado de la corriente multiplicado por la resistencia ($P = I^2R$). En el caso de la corriente alterna que fluye a través de una resistencia, la potencia disipada no es constante a lo largo de todo el ciclo, pues el valor instantáneo de la corriente varía constantemente en relación al tiempo. Sin embargo, la potencia disipada en cualquier instante por este resistor es igual al cuadrado de la corriente instantánea (i), multiplicado por la resistencia: ($P = i^2R$). El valor de i es siempre un valor positivo aunque el valor de i resulte negativo durante la alternancia negativa de la corriente. Esto se explica si se tiene en cuenta que el cuadrado de un número negativo siempre da un resultado positivo.

Las unidades de tensión e intensidad de C.A., tienen una base común con las de C.C. en la definición misma del ampere de corriente alterna, que es el flujo de corriente que produce calor exactamente en la misma relación que un ampere de corriente continua. A este valor se lo denomina valor eficaz de la corriente alterna. Si se elevan al cuadrado los valores instantáneos de la corriente en diversos intervalos de una alternancia, se halla su valor medio, y si a este valor medio se le extrae la raíz cuadrada, se obtiene un número que es igual al valor de la corriente continua que produciría el mismo efecto térmico. Como este número es la raíz cuadrada del promedio de varios cuadrados de valores instantáneos de corriente durante una alternancia, también se denomina al valor eficaz, valor de la *raíz media cuadrática* o valor RMC.

Cuando se calcula de acuerdo con el procedimiento anterior, se puede demostrar que la corriente eficaz es equivalente a la máxima corriente instantánea o pico (I_p), dividida por la raíz cuadrada de 2. Lo que se establece con la fórmula:

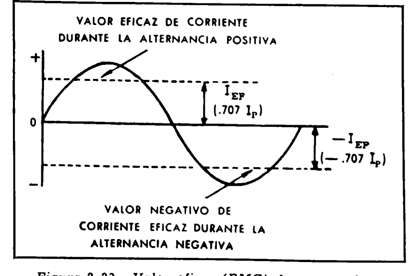


Figura 2-22. Valor eficaz (RMC) de una corriente sinusoidal

* N. del Editor: En textos en castellano suele usarse también la abreviatura inglesa sin traducir, es decir RMS.

$$I_{ef} = \frac{I_p}{\sqrt{2}} \qquad (2\text{-}10)$$

o sea:

$$I_{ef} = \frac{I_p}{1{,}414}$$

Como la recíproca de la raíz cuadrada de 2 es igual a 0,707, la fórmula puede escribirse también:

$$I_{ef} = 0{,}707\ I_p$$

El valor eficaz de la corriente sinusoidal se representa en la figura 2-22.

De manera semejante puede expresarse el valor eficaz de una tensión alterna, aplicando una de las siguientes fórmulas:

$$E_{ef} = \frac{E_p}{1{,}414} \qquad (2\text{-}11)$$

$$E_{ef} = 0{,}707\ E_p$$

A continuación, se toma como ejemplo la determinación del valor eficaz de una tensión alterna cuyo valor de pico es de 200 volt, la que resulta:

$$E_{ef} = 0{,}707\ E_p$$
$$= 0{,}707 \times 200$$
$$E_{ef} = 141{,}4 \text{ volt}$$

Al comparar los valores anteriores de tensión eficaz con los que se calcularan previamente de tensión media, para igual tensión de pico, se notará que el valor eficaz es algo mayor. Ello se debe a que la tensión eficaz se ha obtenido de la raíz cuadrada del valor promedio de todos los valores instantáneos elevados al cuadrado, mientras que el valor medio de la tensión se determina tomando simplemente el promedio de los valores instantáneos. Para la medición del valor eficaz o RMC, se utilizan instrumentos de medición de C.A. como los voltímetros y amperímetros.

Relaciones entre los valores de pico, medio y eficaz

Una vez definidos los valores de pico, medio y

TABLA 2-1
TABLA DE CONVERSIÓN PARA LAS TENSIONES SINUSOIDALES

Conversión del valor	al valor Eficaz (rmc)	Medio	Pico	Pico a Pico
Eficaz (rmc)		0.901	1.414	2.828
Medio	1.110		1.570	3.141
Pico	0.707	0.637		2.000
Pico a Pico	0.354	0.318	0.500	

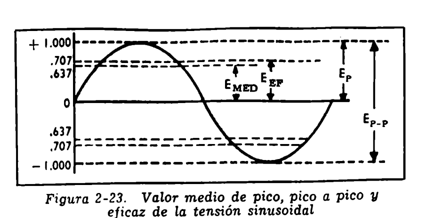


Figura 2-23. Valor medio de pico, pico a pico y eficaz de la tensión sinusoidal

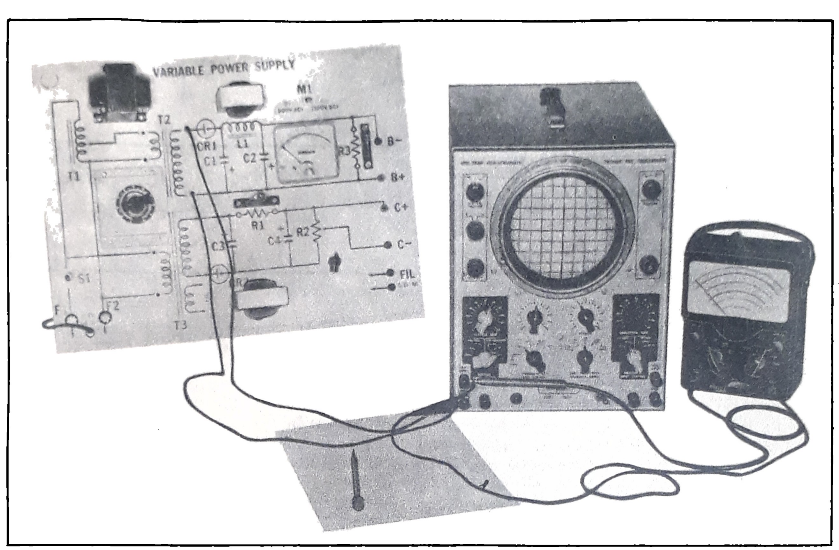
eficaz de la tensión y corriente alternas, corresponde notar que los valores de pico de la tensión y corriente en un circuito de C.A., son considerablemente mayores que los valores eficaz y medio. Por esta causa, los circuitos de C.A. deben diseñarse para soportar los valores de pico, aun cuando no se presenten más que dos veces en cada ciclo. La tabla siguiente ofrece el medio de convertir un valor en otro. También en la figura 2-23 puede apreciarse gráficamente el conjunto de las magnitudes.

2-5 RELACIONES DE FASE ENTRE TENSIÓN Y CORRIENTE

Si se representan en un gráfico las sinusoides de tensión y corriente de un circuito de C.A. que tenga resistencia pura, ambas sinusoides estarían *en fase*, es decir, la tensión y la corriente pasarían por el valor de pico y de cero al mismo tiempo. Si las sinusoides no alcanzan su valor de pico y de cero al mismo tiempo y en el mismo sentido de variación se dice que están *desfasadas* y que la corriente se adelanta o retrasa con respecto a la tensión. Se puede saber la diferencia en grados entre curvas de este último tipo, calculando el número de grados de la rotación efectuada entre los tiempos en que la curva adelantada y la retrasada pasan por un mismo punto de referencia. A esta diferencia en grados entre las dos curvas se le da el nombre de *ángulo de fase*.

Fase

Cuando una serie de sucesos se repite con regularidad, se dice que cada suceso en particular constituye una *fase* de la serie. Por ejemplo, cuando se dice que la luna está en su primero, segundo, tercero o cuarto cuarto lunar, se está indicando que cada cuarto es una fase particular del ciclo lunar. En forma semejante, cada punto de la curva de una sinusoide constituye una fase del ciclo de la sinusoide. El punto en que la curva tiene el máximo positivo constituye una fase, y donde la curva tiene el máximo negativo se tiene otra fase, y así en todos los demás puntos. En conse-



Mediciones, cálculo y comparación de tensiones pico a pico y eficaces de varias amplitudes

cuencia, se puede expresar que cada punto de la curva representa una fase diferente del ciclo.

Recuérdese que el tiempo de un ciclo de corriente alterna se expresa generalmente en grados eléctricos. Así, por ejemplo, 90 grados se consideran como una cuarta parte del ciclo, y representan una cantidad de tiempo que depende de la frecuencia de la corriente o tensión alternas. Por

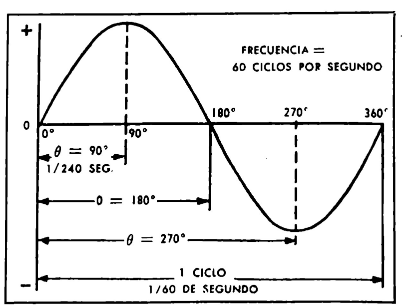


Figura 2-24. La fase de varios puntos en una sinusoide

ejemplo, con una corriente alterna de 60 ciclos por segundo, como la que se muestra en la figura 2-24, un ciclo se completa en una sexagésima parte de un segundo, 1/60. Luego, 90 grados o una cuarta parte del ciclo, representan 1/4 de 1/60 de segundo, o también 1/240 de segundo, y se dice que en este punto la fase de la corriente alterna es de 90 grados. Por lo tanto, la fase de un punto se define como la diferencia de tiempo entre dicho punto en el ciclo y el comienzo del ciclo. Generalmente, se considera como comienzo del ciclo al punto en que el ciclo pasa por cero mientras asciende en sentido positivo.

Aunque no es común considerar la fase cuando se trata de tensiones únicas de C.A., sin embargo, adquiere importancia cuando se presentan en el mismo circuito dos tensiones o corrientes alternas. Para tales aplicaciones, generalmente es necesario determinar la posición (o fase) de una tensión con respecto a la otra, en cualquier instante dado.

Ángulo de fase y corrimiento de fase

Se consideran ahora las curvas de la figura 2-25, que representan las tensiones producidas por dos

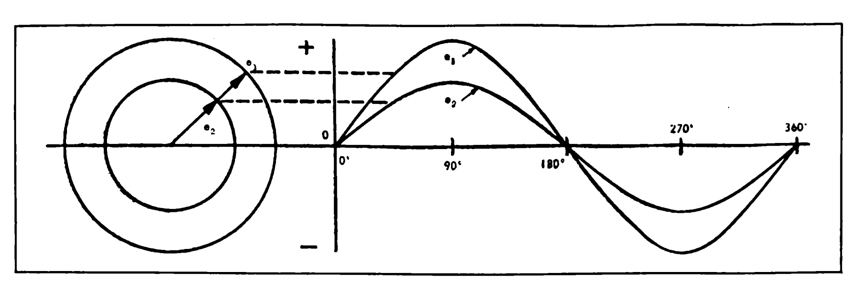
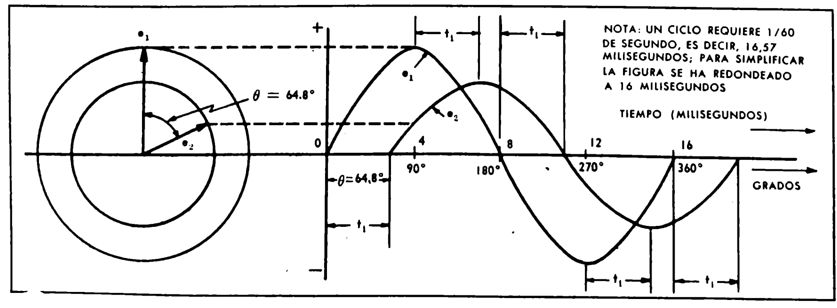


Figura 2-25. Dos tensiones alternadas en fase

generadores de C.A. conectados a un circuito. Dichos generadores se representan con los dos vectores rotativos e_1 y e_2. Como se supone que ambos generadores inician su funcionamiento en forma tal que los rotores parten de la misma posición de sus campos magnéticos, las dos tensiones variables aumentan, caen e invierten su dirección a un mismo tiempo. Como las dos tensiones pasan por su valor de pico al mismo tiempo, se dice que ambas tensiones están *en fase*. Pero si los generadores de C.A. inician el funcionamiento de forma que las tensiones de salida no aumenten y disminuyan al mismo tiempo, sus valores de pico se producirán en tiempos diferentes, y esta diferencia se expresa en grados. Se dice entonces, que las tensiones de los dos generadores están *desfasadas,* y que existe una diferencia de fase entre ambas tensiones. Cuando se mide en grados la diferencia de fase existente entre dos tensiones de C.A., o dos intensidades de C.A., o entre una tensión y su corriente alterna, dicha diferencia recibe el nombre de *ángulo de fase*. El símbolo del ángulo de fase es la letra griega θ (theta).

En la figura 2-26 se ven los vectores rotativos y las curvas de tensión, producidas por dos generadores iguales de C.A. fuera de fase. Se notará que la tensión e_2 comienza sólo después de transcurrido un cierto tiempo (t_1 segundos) de haberse iniciado la tensión e_1. En consecuencia, si el intervalo t_1 equivale a 3 milisegundos, y la tensión e_1 alcanza su máximo valor después de 4 milisegundos, la tensión e_2 alcanzará su máximo valor después de $4 + 3 = 7$ milisegundos. De manera que los puntos cero de e_1 y e_2 están separados por t_1 segundos, y los puntos máximos también están separados por el mismo intervalo de tiempo. Por otra parte, la tensión e_1 pasa por su valor cero t_1 segundos antes que e_2. En consecuencia, la curva de e_2 es una reproducción de la curva e_1 corrida hacia la derecha un valor de t_1 segundos.

El intervalo de tiempo entre e_1 y e_2, puede convertirse en grados eléctricos hallando el producto entre el intervalo de tiempo (en segundos), la fre-



2-26. *Diferencia de fase (ángulo de fase), entre dos tensiones de C.A.*

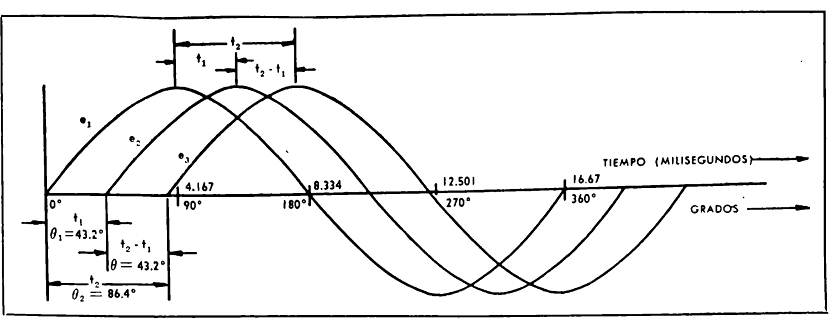


Figura 2-27 Diferencia de fase de tres tensiones alternas

cuencia del generador de C.A. (en c/s) y los 360 grados. Cuando se expresa en grados eléctricos el intervalo de tiempo t_1 se llama ángulo de fase. Cuando se conocen el intervalo de tiempo entre dos tensiones de C.A. y su frecuencia, se determina el ángulo de fase aplicando la fórmula siguiente:

$$\theta = t_1 \times f \times 360° \quad (2\text{-}12)$$

donde:

θ = ángulo de fase
t_1 = intervalo de tiempo entre ambas tensiones
f = frecuencia de los generadores de C.A.

Con los valores indicados en la figura 2-26: frecuencia 60 c/s, y retraso 3 milisegundos, resultará un ángulo de fase entre ambas tensiones de:

$$\theta = t_1 \times f \times 360°$$
$$= 3 \times 10^{-3} \times 60 \times 360$$
$$= 180 \times 10^{-3} \times 360$$
$$\theta = 64{,}8°$$

En consecuencia, la tensión producida por el segundo generador alcanza su máximo valor de pico, y pasa a través de su valor cero, 64,8 grados, después de haberlo hecho el primer generador. Como la curva de tensión para e_2 es la reproducción de la curva para e_1, y como está corrida a la derecha en un ángulo de 64,8 grados, la tensión e_2 está atrasada con respecto a la tensión e_1, y de ella se dice que tiene un *corrimiento de fase* de 64,8 grados con respecto a e_1.

Supóngase ahora que se tienen tres generadores iguales de C.A. de 60 ciclos, conectados al mismo circuito y que arrancan de la manera indicada por las curvas de la figura 2-27. La tensión e_1 del generador 1, alcanza primero su pico, y la tensión e_2 del generador 2 alcanza su pico 2 milisegundos más tarde (intervalo de tiempo t_1). La tensión e_3 alcanza su pico 4 milisegundos después del generador 1 (intervalo de tiempo t_2), es decir, 2 milisegundos después del generador 2 (intervalo t_2-t_1).

Mediante la ecuación (2-12), las diferencias de tiempo se convierten en ángulos de fase, o en grados eléctricos equivalentes de la diferencia de fase.

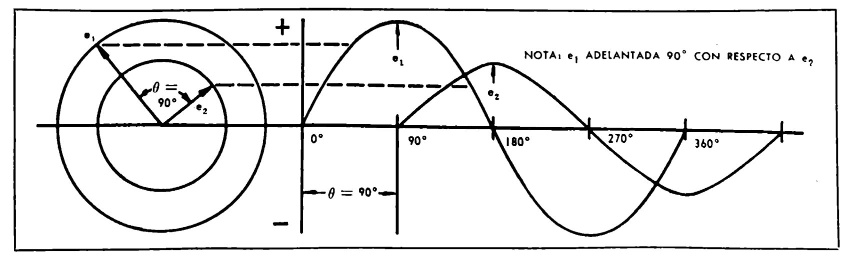


Figura 2-28. Tensiones de C.A., desfasadas 90°

El ángulo de fase entre e_1 y e_2 es:

$$\theta_1 = t_1 \times f \times 360°$$
$$= (2 \times 10^{-3}) \times 60 \times 360$$
$$= (120 \times 10^{-3}) \times 360$$
$$\theta = 43{,}2°$$

Por lo tanto, la tensión e_1 adelanta a la tensión e_2 en 43,2 grados. El ángulo de fase entre e_1 y e_3 es:

$$\theta_2 = t_2 \times f \times 360°$$
$$= (4 \times 10^{-3}) \times 60 \times 360$$
$$= (240 \times 10^{-3}) \times 360$$
$$\theta = 86{,}4°$$

Como el intervalo de tiempo entre e_1 y e_3 es el doble del que existe entre e_1 y e_2, es evidente que el ángulo de fase existente entre e_1 y e_3 también es el doble del que existe entre e_1 y e_2. Si, por lo tanto, restamos la diferencia de fase entre e_1 y e_2 (43,2°) de la diferencia de fase entre e_1 y e_3, (86,4°), se obtendrá la diferencia de fase entre e_2 y e_3, o sea, 43,2°. Este valor también puede calcularse utilizando la fórmula anterior.

En la práctica se utiliza en lugar de tres generadores independientes, un solo generador que produce tres fases de C.A., al que se llama generador trifásico de C.A. Los vectores rotativos que representan las tensiones producidas por dicho generador, están separados igualmente alrededor del círculo, es decir, 120 grados uno de otro.

Ángulo de adelanto o atraso

En la figura 2-28 se ven las curvas de tensión de dos generadores de C.A. que están desfasados de 90°. Los vectores rotativos a la izquierda de dichas curvas, representan generadores de C.A. Si el generador 2 arranca un cuarto de ciclo después que el generador 1, las tensiones que generan están separadas por un período de tiempo indicado con 90 grados. Esto se define expresando que la tensión generada por el generador 1, e_1, ***adelanta*** en 90 grados a la tensión e_2 generada por el generador 2. También se expresa que la tensión e_1 ***está adelantada*** en un ángulo de 90° en relación a la tensión e_2, e inversamente, se dice que la tensión e_2 ***está atrasada*** en un ángulo de 90° con respecto a e_1.

Como la correlación del eje horizontal de tiempo avanza de izquierda a derecha, todo punto que quede a la izquierda de cualquier otro le adelanta en tiempo, es decir, está adelantado sobre el otro punto. Por el contrario, todo punto a la derecha de otro sobre el eje de tiempo está atrasado en tiempo. De esta forma, como el punto e_1 está 90 grados a la izquierda de e_2, se dice que e_1 adelanta a e_2 en 90°, o que e_2 atrasa con respecto a e_1 90°

En la figura 2-29 pueden apreciarse las curvas resultantes cuando un generador arranca 180 grados después que otro. Se notará en dichas curvas que ambas tensiones alcanzan sus valores mínimos y máximos al mismo tiempo; sin embargo, cuando e_1 es positivo, e_2 resulta negativo, o viceversa, es decir, las dos tensiones siempre están opuestas entre sí. Esto se expresa indicando que la tensión e_1 está adelantada a e_2 en 180 grados, o que e_2 está atrasada con respecto a e_1 en 180°. Si los valores instantáneos de las dos tensiones fueran iguales se anularían completamente entre sí y la tensión resultante sería cero.

Cuando la diferencia de tiempo del arranque de dos generadores es de un ciclo completo, las tensiones permanecen en fase. Una diferencia en tiempo de un ciclo y cuarto, se expresa como fracción de un ciclo, es decir en grados, como 90° de diferencia de fase. De ello se deduce que si la diferencia de tiempo entre dos tensiones de C.A. es un múltiplo entero de ciclo las tensiones estarán en fase. En todos los demás casos la diferencia de tiempo se expresa en grados, desde cero a 180°. Si una tensión adelanta a otra en un ángulo mayor de 180 grados, se dice que esta segunda está atrasada con respecto a la primera en

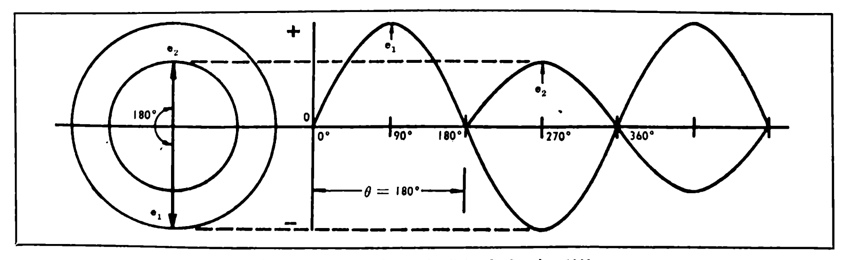


Figura 2-29. Tensiones de C.A., desfasadas 180°

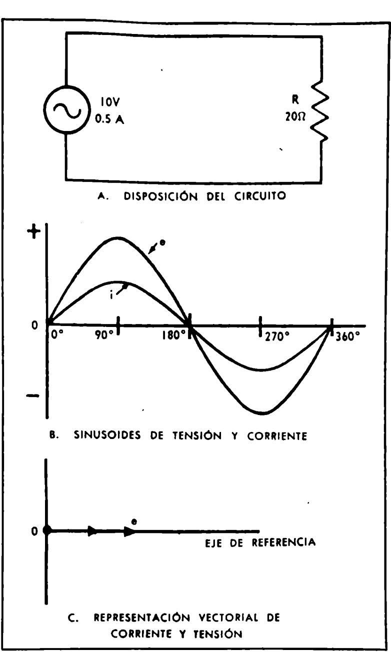


Figura 2-30. Circuito resistivo de corriente alterna

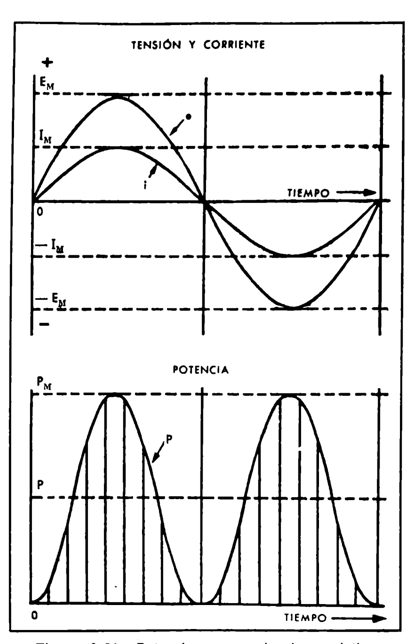


Figura 2-31. Potencia en un circuito resistivo de corriente alterna

360 grados menos el ángulo citado. Por ejemplo, un adelanto de 225 grados de la primera tensión, se expresa también como un atraso de 135° de la segunda tensión (360° — 225° = 135°).

Aunque en todos los ejemplos anteriores se utilizaron tensiones de C.A., se aplican los mismos principios de ángulo de fase, corrimiento de fase y ángulo de adelanto o atraso para dos o más corrientes alternas, o entre una tensión y su corriente alterna asociada.

Circuito resistitivo de C.A.

Las relaciones entre tensión, corriente, resistencia y potencia en circuitos de C.C., son las mismas para circuitos de C.A. que sólo tengan resistencia. Por ejemplo, si se aplican 10 volt de alterna a través de un resistor de 20 ohm, por ésta fluirá una corriente de 0,5 ampere.

Considérese ahora el circuito resistivo de la figura 2-30, que incluye también en su parte B las curvas sinusoidales de tensión y corriente sinusoidales. Aunque la corriente y la tensión están en unidades diferentes, ambas curvas pueden representarse sobre el mismo eje de tiempo y, de esta manera, se podrán comparar gráficamente las relaciones de fase existentes entre la corriente y la tensión en el circuito.

La curva de tensión representa los valores instantáneos de tensión suministrados por el generador de 60 c/s, mientras que la curva de la corriente resulta de dividir la tensión instantánea por la resistencia. Puede verse que ambas curvas pasan por el cero en el mismo instante, y que esto también sucede en el valor máximo, manteniéndose esta relación en todo el ciclo. En estas condiciones la tensión y la corriente están en fase. Por lo tanto, en un circuito de corriente alterna que sólo tenga resistencia, la tensión y la corriente están en fase. En la parte C de la figura un dia-

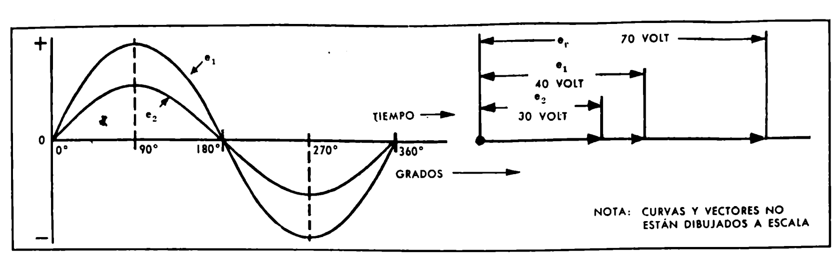


Figura 2-32. Suma de tensiones alternas en fase

grama de vectores representa la condición de la corriente y tensión en fase.

En la figura 2-31 pueden apreciarse las relaciones entre la potencia, tensión y corriente de un circuito resistivo de C.A. La potencia en cualquier instante (potencia instantánea) es el producto de la corriente por la tensión en dicho instante, es decir:

$$P = e \times i \qquad (2\text{-}13)$$

En el instante en que los valores de tensión y corriente alcanzan su máximo valor positivo, $I_{máx}$ y $E_{máx}$, respectivamente, la potencia se expresa:

$$P_{máx} = E_{máx} I_{máx}$$

Cuando los valores instantáneos de tensión y corriente son cero, la potencia es igualmente cero.

A medida que e é i aumentan en sentido negativo hasta sus máximos valores negativos ($-E_{máx}$ y $-I_{máx}$) la potencia aumenta en un sentido positivo. Esto se explica porque el productó de dos números negativos da un número positivo. De esta forma, la potencia en un circuito resistivo de C.A. varía entre su valor máximo y cero en una relación doble de la frecuencia aplicada.

La potencia media, indicada por la línea que atraviesa la curva de potencia, es igual a una mitad de la potencia máxima, es decir:

$$P_{med} = \frac{P_{máx}}{2} \qquad (2\text{-}14)$$

Como la potencia máxima es el producto de la máxima tensión y corriente instantáneas, la potencia media podrá expresarse también:

$$P_{med} = \frac{E_{máx} I_{máx}}{2}$$

Se separan los términos de tensión y corriente cambiando la fórmula a:

$$P_{med} = \frac{E_{máx}}{\sqrt{2}} \times \frac{I_{máx}}{\sqrt{2}}$$

Se recordará que las expresiones $\frac{E_{máx}}{\sqrt{2}}$ e $\frac{I_{máx}}{\sqrt{2}}$ representan respectivamente los valores *eficaces* de tensión y corriente. Es decir, la raíz cuadrada de 2 es 1,414, y la recíproca de este valor (0,707), multiplicada por el valor máximo de tensión o corriente es igual al valor eficaz de tensión o corriente. En consecuencia, puede establecerse que en un circuito resistivo de corriente alterna, la potencia es igual al producto de la tensión eficaz por la corriente eficaz. Esto se expresa con la fórmula:

$$P = E_{ef} I_{ef} \qquad (2\text{-}15)$$

Como la fórmula es esencialmente igual a la empleada en el cálculo de circuitos de C.C., resulta claro que empleando los valores eficaces de tensión y corriente alternas, la potencia disipada en forma de calor es equivalente a la que disipa un circuito de corriente continua que tiene iguales valores de tensión y corriente.

2-6 SUMA DE CORRIENTES Y TENSIONES ALTERNAS

Cuando se desean sumar las tensiones de dos o más fuentes de C.C., se procede simplemente a sumar sus valores individuales. Sin embargo, en el caso de la suma de corrientes o tensiones alternas, esto no resulta tan simple debido a su continuo cambio en amplitud y dirección. Además, el problema se complica aún más cuando las tensiones y corrientes alternas no están en fase. Para simplificar el cálculo de circuitos de C.A. las tensiones y corrientes sinusoidales se representan mediante vectores. Se recordará que un vector es una cantidad que tiene magnitud, dirección y sentido, y que puede girar libremente alrededor de un punto. A continuación se emplean los vectores para representar la suma de dos tensiones de C.A. cuando tienen igual frecuencia y están en fase, y también desfasadas 180°, 90°, y menos de 90°. Aunque en estos ejemplos se ha considerado

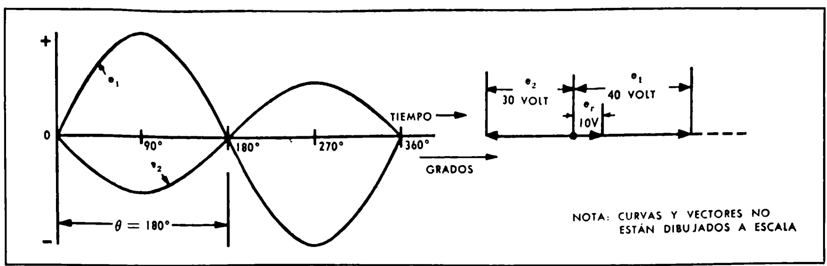


Figura 2-33. Suma de tensiones alternas desfasadas 180°

únicamente la suma de tensiones alternas, se aplica igual procedimiento cuando se suman corrientes alternas con relaciones de fase similares.

Suma de tensiones alternas en fase

En la figura 2-32 se representan las curvas y diagramas vectoriales correspondientes a las tensiones alternas en fase. Como en este caso e_1 y e_2 están en fase, alcanzan al mismo tiempo sus máximos valores positivos y también sus valores cero. El ángulo de fase entre ambas tensiones es cero grado.

El diagrama vectorial que muestra las relaciones de fase entre e_1 y e_2 también muestra, una vez sumadas las dos tensiones, la tensión resultante e_r. La construcción del diagrama vectorial se realiza de la siguiente forma: se toma como vector de referencia al vector e_1, que representa la tensión e_1, trazándolo a lo largo del eje de referencia desde el punto de origen O. Como e_1 y e_2 están en fase, se traza en igual forma y con igual dirección el vector e_2, que representa la tensión e_2. Debido a que la tensión resultante e_r es la suma de los dos vectores individuales, tiene igual dirección que los vectores e_1 y e_2. Si se supone que los valores de tensión para e_1 y e_2 son de 40 volt y 30 volt respectivamente, la tensión resultante es de 70 volt. En consecuencia, cuando se suman dos tensiones alternas de igual fase, la tensión resultante es igual a la suma matemática de ambas y está en fase con ellas.

Suma de tensiones alternas desfasadas 180 grados

En la figura 2-33 se representan dos tensiones alternas desfasadas 180°, con sus curvas y diagramas vectoriales correspondientes. La figura muestra que la tensión e_1 pasa por el punto 0 en dirección positiva en el tiempo cero, mientras que la tensión e_2 pasa el punto cero en dirección positiva 180 grados después del tiempo cero. En consecuencia, existe un ángulo de fase de 180 grados entre ambas tensiones y la tensión e_1 adelanta a la tensión e_2 en 180°. En cualquier instante, la resultante de ambas tensiones es igual al valor de e_1 menos el valor de e_2, puesto que las tensiones son opuestas entre sí en todo momento.

El diagrama vectorial en este caso, muestra nuevamente que el vector e_1 es el vector de referencia

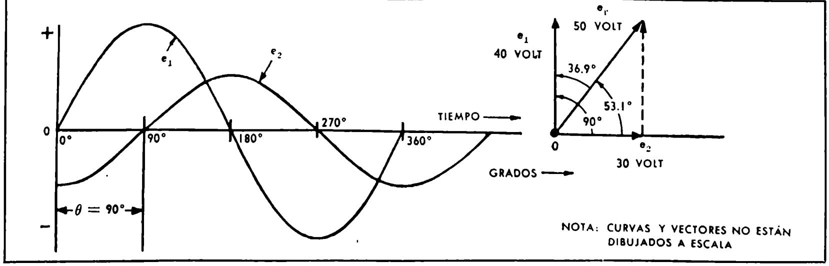


Figura 2-34. Suma de tensiones alternas desfasadas 90°

y se ha trazado, por lo tanto, desde el punto de origen a lo largo del eje de referencia. Como el ángulo de fase entre las dos tensiones es de 180 grados, el vector e_2 se traza desde el origen formando un ángulo de 180 grados con el vector e_1. En este caso, el vector resultante e_r es equivalente al vector e_1 menos el vector e_2, y tiene igual dirección que el vector e_1. Si se consideran valores iguales de tensión que en el ejemplo anterior, 40 volt para e_1 y 30 volt para e_2, la tensión resultante tendrá un valor de 10 volt. Por lo tanto, cuando se suman dos tensiones alternas desfasadas 180 grados, la tensión resultante es igual a la diferencia matemática entre ambas, y está en fase con la tensión mayor.

Suma de tensiones alternas desfasadas 90 grados

En la figura 2-34 se representan las curvas y diagramas vectoriales correspondientes a dos tensiones sinusoidales, e_1 y e_2, que están desfasadas 90 grados. Nótese que la tensión e_1 pasa por el cero en dirección positiva en el tiempo cero, mientras que la tensión e_2 pasa por el cero en dirección positiva 90 grados después del tiempo cero. Se tiene así, un ángulo de fase de 90 grados entre las dos tensiones, y la tensión e_1 adelanta a la tensión e_2. En todo momento el valor de la tensión resultante e_2 es igual a la suma de los valores instantáneos de las tensiones e_1 y e_2.

El diagrama vectorial indica para este caso, que el vector e_1, que representa la tensión e_1, se ha trazado desde el punto de origen con una dirección ascendente que forma un ángulo de 90 grados con el eje de referencia. Puesto que la tensión e_2 atrasa 90° con respecto a la tensión e_1, el vector e_2 que la representa, se traza desde el punto de origen a lo largo del eje de referencia.

Como los vectores pueden reemplazarse por vectores equivalentes, se traza un vector punteado equivalente y paralelo al vector e_1 desde el extremo del vector e_2. Finalmente, se dibuja el vector resultante e_r, desde el punto común de origen al extremo del vector punteado equivalente, obteniéndose así un triángulo rectángulo. Se aplica luego el Teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo y se obtendrá la tensión resultante. Por ejemplo, asignando a las tensiones e_1 y e_2 los valores de 40 y 30 volt, respectivamente, el valor de la tensión resultante e_r será:

$$e_r = \sqrt{(e_1)^2 + (e_2)^2}$$
$$= \sqrt{(40)^2 + (30)^2}$$
$$= \sqrt{1600 - 900}$$
$$- = \sqrt{2500}$$
$$e_r = 50 \text{ volt}$$

Por el diagrama vectorial podrá verse que la fase de la tensión resultante no es igual que las fases de las tensiones e_1 o e_2, sino que está entre las fases de ambas tensiones. La fase de la tensión resultante e_r puede determinarse empleando la función trigonométrica tangente, o sea:

$$\theta = \text{arc tg}\,\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$
$$= \text{arc tg}\,\frac{e_1}{e_2}$$
$$= \text{arc tg}\,\frac{40}{30}$$
$$\theta = \text{arc tg } 1{,}333$$

En la tabla de las funciones trigonométricas del Apéndice A, el ángulo cuya tangente es 1,333 mide aproximadamente 53,1 grados. Por lo tanto, la tensión resultante e_r adelanta a la tensión e_2 en 53,1 grados, y está atrasada con respecto a la tensión e_1, 36,9 grados.

Suma de tensiones desfasadas menos de 90 grados

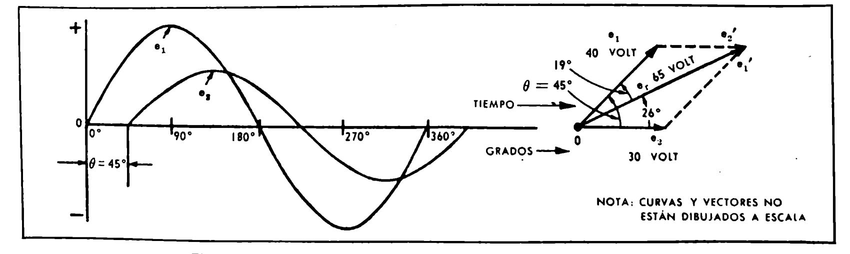


Figura 2-35. Suma de tensiones alternas desfasadas menos de 90°

En la figura 2-35 se representan las curvas y diagramas vectoriales correspondientes a dos tensiones alternas, desfasadas menos de 90 grados. Se puede observar en la figura que la tensión e_2 pasa por cero en dirección positiva, 45 grados, después de haberlo hecho la tensión e_1 por igual punto y dirección. Por lo tanto, existe entre ambas tensiones un ángulo de fase de 45 grados, y la tensión e_1 está adelantada con respecto a la tensión e_2. Al igual que en los ejemplos anteriores, el valor de la tensión resultante es en todo instante igual al valor de la tensión e_1 más el de la tensión e_2 para ese instante.

El diagrama vectorial muestra la forma en que se suman las dos tensiones para obtener la tensión resultante e_r. Si se trazan los vectores en una escala adecuada (6,35 mm = 10 volt, ó ¼ de pulgada = 10 volt), midiendo los ángulos de fase con un transportador, pueden determinarse tanto la magnitud del vector resultante como la relación de fase de dicho vector con respecto a los vectores originales. El vector e_1 que representa la tensión e_1, se traza desde el origen formando un ángulo de 45 grados con el eje de referencia, mientras que el vector e_2 que representa la tensión e_2, se dibuja a lo largo del eje de referencia, desde el origen. Se determina el vector resultante e_r, completando el paralelogramo mediante el vector equivalente e'_1, trazado paralelamente al vector e_1; y el vector e'_2 trazado paralelamente al vector e_2. Luego se dibuja el vector resultante desde el punto de origen común, hasta los extremos de los vectores equivalentes e'_1 y e'_2.

Mediante la aplicación de la escala mencionada anteriormente, se comprueba que e_1 tiene una longitud de 25,4 mm (1 pulgada), que representa una magnitud de 40 volt; el vector e_2 tiene una longitud de 19 mm (¾ de pulgada) y representa una magnitud de 30 volt; y el vector e_r tiene una longitud de 41,27 mm (1,625 pulgadas) correspondiente a una magnitud de 65 volt. Si se mide el ángulo del vector resultante con un transportador, se comprobará que está adelantado en un ángulo de fase de 26 grados en relación al vector e_2, y que está atrasado en un ángulo de fase de 19 grados con respecto al vector e_1.

Por lo tanto, puede establecerse que cuando se suman dos tensiones alternas desfasadas en menos de 90 grados, uno de los métodos para determinar la tensión resultante es el de representar a escala el diagrama vectorial, y emplear un transportador para medir el ángulo de fase entre la resultante y cada una de las tensiones originales. El ángulo de fase así obtenido estará siempre comprendido entre la tensión cero grado y el ángulo de fase que separa los dos vectores originales.

Los métodos aplicados anteriormente para medir la magnitud y las relaciones de fase de las tensiones alternas, también se aplican para determinar la resultante cuando se combinan corrientes alternas. Como la corriente y la tensión se miden con unidades diferentes, no es posible combinar y sumar sus vectores. Sin embargo, el ángulo de fase entre la tensión y la corriente puede representarse gráficamente, sea dibujando las curvas sinusoidales o los vectores que las representan.

2-7 RESUMEN

Los vectores son representaciones gráficas que tienen magnitud, dirección y sentido. Se utilizan para representar las corrientes y tensiones alternas y otras cantidades eléctricas en los circuitos de C.A., y también para estudiar las relaciones de tiempo entre diversas cantidades eléctricas de los circuitos de C.A. El vector se representa gráficamente con una recta con punta de flecha, que forma ángulo con el eje de referencia. La longitud de la recta determina la magnitud del vector, y la punta de la flecha y el ángulo indican la dirección del vector en relación al eje de referencia.

Para resolver los problemas de los circuitos de C.A. se suman o restan los vectores para hallar un vector único, llamado la resultante, o vector resultante. La suma y la resta vectorial consiste en trasladar los vectores gráficamente para formar un triángulo o un paralelogramo, y en determinar luego matemática o gráficamente el vector resultante.

Cuando se separa un vector resultante en dos vectores individuales, denominados componentes vertical y horizontal, se dice que se ha descompuesto el vector resultante en sus componentes. La magnitud de la componente vertical es igual a la magnitud del vector multiplicada por el seno del ángulo formado por el vector y el eje horizontal de referencia. La magnitud de la componente horizontal es igual a la magnitud del vector multiplicada por el coseno del mismo ángulo.

El vector que gira libremente sobre su punto de origen se denomina vector giratorio. Si se descompone el vector giratorio en su componente vertical para cada grado de rotación, las magnitudes obtenidas producen una curva sinusoidal. Debido a la relación existente entre la tensión de salida (o corriente) de la bobina giratoria de un generador de C.A., y una curva sinusoidal, es muy común utilizar un vector giratorio para representar las tensiones o corrientes alternas cuando se analizan circuitos de C.A.

CUESTIONARIO

1. Explíquese brevemente el término vector y la forma en que se emplean los vectores en los circuitos de C.A.
2. Dibujar: dos vectores que tengan la misma dirección, dos vectores de dirección opuesta, y dos vectores iguales.
3. Dos vectores, uno de una magnitud de 6 unidades, y el otro de 4 unidades, tienen dirección opuesta. Dibujar un diagrama vectorial que indique la magnitud y dirección de la resultante cuando se suman ambos vectores.
4. Un vector que tiene una magnitud de 10 unidades y que forma un ángulo de 90 grados con el eje horizontal de referencia, se suma a otro vector de una magnitud de 15 unidades y que se ha trazado a lo largo del eje de referencia. Dibujar el diagrama vectorial que muestre la suma de ambos vectores. Indicar la magnitud y ángulo del vector resultante.
5. Descríbase brevemente la forma en que se descompone un vector en sus componentes vertical y horizontal.
6. ¿Por qué es posible utilizar un vector giratorio para representar la tensión de salida de una bobina giratoria de un generador de C.A.?
7. Explíquese el significado del valor instantáneo de la tensión y corriente alterna.
8. Enúnciese la fórmula para hallar el valor instantáneo de una tensión de C.A.
9. Definir los valores de pico y de pico a pico de la tensión y corriente alterna.
10. El máximo valor positivo de una tensión sinusoidal es 58 volt, ¿cuál es el valor de pico a pico de la tensión?
11. Definir el valor medio de la tensión y corriente alterna.
12. El máximo valor instantáneo de una corriente alterna es 15 ampere, ¿cuál es el valor medio de corriente?
13. Definir el valor eficaz o RMC de la tensión y corriente alterna.
14. El máximo valor instantáneo de una tensión de C.A. es 157 volt, ¿cuál es el valor eficaz de la tensión?
15. Determinar el valor de pico, medio y eficaz de una tensión alterna cuyo valor de pico a pico es 250 volt. Determinar igualmente el valor instantáneo de la tensión en un ángulo de 30°.
16. Si se tiene un circuito de C.A. con una tensión RMC de 110 volt y una corriente RMC de 5 ampere, ¿cuáles son los valores de la máxima tensión y corriente de pico del circuito?
17. ¿Qué significan los términos fase y ángulo de fase?
18. ¿Cómo se determina si el ángulo de fase está adelantado o atrasado?
19. ¿Qué significan los términos en fase, desfasado 90°, y desfasado 180°?
20. ¿Cómo se expresa un ángulo de fase mayor de 180 grados?
21. ¿Cuál es la relación de fase entre dos tensiones alternas separadas por una diferencia de tiempo de un ciclo completo?
22. ¿Cuál es la relación de fase entre la tensión y la corriente de un circuito de C.A. que sólo tiene resistencia?
23. Se aplica a un resistor una tensión alterna de un valor RMC de 115 volt. La corriente a través del resistor tiene un valor RMC de 3 ampere. ¿Cuál es el valor de la potencia disipada por el resistor?
24. Una tensión alterna de una magnitud de 90 volt y un ángulo de 90 grados, se suma a una tensión alterna de 110 volt de magnitud y de un ángulo de 270 grados. Ambos ángulos se miden en sentido contrario a las agujas del reloj desde el eje horizontal de referencia. Dibujar el diagrama de vectores que muestre la suma de las dos tensiones y calcular la magnitud y fase de la tensión resultante.
25. Supóngase que el valor de la tensión de 90 volt (de la pregunta 24) permanece en un ángulo de 90 grados, y que los 110 volt tienen anora un ángulo de cero grado a lo largo del eje horizontal de referencia. Trácese un diagrama vectorial para indicar la suma de estos valores, y calcúlese la magnitud del ángulo de fase de la tensión resultante.

CAPITULO III

Reactancia Inductiva e Impedancia

3-1 Introducción

La corriente alterna reacciona ante las diversas propiedades de los circuitos en forma diferente a la corriente continua, y produce efectos que no existen en esta última. Por ejemplo, en un circuito de C.A. que sólo tiene resistencia, la tensión y la corriente alternas están siempre en fase, es decir, alcanzan su máximo valor positivo, negativo y de cero en el mismo instante. Sin embargo, en los circuitos de C.A. que contengan además de la propiedad de resistencia, las de inductancia y capacidad, puede suceder que la tensión y la corriente no se hallen en fase y que, por el contrario, ambas alcancen el máximo valor positivo y negativo de cero en diferentes instantes. La magnitud en que las propiedades de la inductancia y la capacidad afectan a la corriente alterna, depende en gran parte de la frecuencia de la corriente. Esto es, las corrientes alternas tienen propiedades diferentes en bajas frecuencias en relación a las de altas frecuencias, y estas grandes diferencias hacen que la misma corriente continua se considere como una corriente alterna de frecuencia cero.

La oposición que las propiedades de inductancia o capacidad ofrecen al flujo de una corriente alterna, se denominan reactancia inductiva, y reactancia capacitiva. Cuando una o ambas de estas propiedades se combinan con la propiedad de resistencia, a esta combinación se le da el nombre de impedancia. Por lo tanto, el total de la oposición al flujo de la corriente alterna que presentan las propiedades combinadas de inductancia, capacidad y resistencia en un circuito de C.A., se denomina impedancia del circuito. Este capítulo trata de los fundamentos de la inductancia, y de la relación entre la reactancia inductiva y la impedancia en circuitos sencillos inductivo-resistivos de C.A., en serie y en paralelo.

3-2 CARACTERÍSTICAS DE LA INDUCTANCIA

Una corriente eléctrica no puede alcanzar instantáneamente su máximo valor, es decir, transcurre un intervalo de tiempo entre la aplicación de la tensión y el momento en que la corriente alcanza su máximo valor. En un circuito de C.C. este efecto (inercia eléctrica) generalmente no se nota, pues es muy reducido. Por el contrario, en un circuito de C.A. el efecto de la inercia eléctrica (que puede denominarse inductancia) está presente en todo momento, pues una corriente alterna cambia continuamente de magnitud y dirección.

Por definición, la inductancia es la propiedad de un circuito eléctrico que tiende a oponerse a cualquier cambio de la corriente en el mismo. Debe notarse que la inductancia se diferencia de la resistencia, en que esta última se opone a *todo* flujo de corriente. La inductancia se opone tanto a un aumento de la corriente como a una disminución de la misma, y es una propiedad inseparable de todo circuito eléctrico o electrónico.

3-3 FUERZA ELECTROMOTRIZ INDUCIDA. INDUCTANCIA PROPIA O AUTOINDUCTANCIA

Como se explicó anteriormente, la inductancia presenta una oposición constante al flujo de la corriente alterna. Esta oposición adicional se origina en la fuerza electromotriz inducida en el inductor.

En un circuito eléctrico esta fuerza es una tensión inducida en los conductores del circuito o en sus inductores, por el campo magnético que rodea todo conductor por el que fluye una corriente. Todo cambio en la corriente cambia la intensidad del campo magnético y, por lo tanto, cambia la tensión inducida resultante: en consecuencia, la fuerza electromotriz inducida (f.e.m. inducida) es una tensión de autoinducción. La propiedad del circuito que produce la f.e.m. inducida se llama inductancia propia. En realidad, todos los elementos de un circuito, incluyendo los alambres de conexiones, tienen cierta inductancia propia; sin embargo, en la práctica sólo se conocen como inductores o inductancias aquellos elementos específicamente diseñados para hacer uso de sus propiedades inductivas.

En los estudios anteriores se estableció que la unidad de inductancia es el *henry.* Se lo define de la siguiente forma: un inductor tiene una inductancia de un henry, cuando la corriente que fluye por él varía un ampere por segundo y produce una f.e.m. inducida de un volt.

3-3 GENERACIÓN DE LA F.E.M. INDUCIDA

En el caso del generador simple de C.A. se estableció que para producir la tensión inducida, era necesario el movimiento del conductor o del campo magnético. El equivalente de este movimiento para la inductancia propia es el cambio en la inducción magnética de las líneas de fuerza alrededor del conductor, producido por la elevación y caída de la corriente que por él fluye. En consecuencia, como la corriente en un circuito de C.A. varía constantemente, la inductancia propia también está presente en forma constante, mientras que, al contrario, en el circuito de C.C. sólo se hace presente en el momento de abrirlo o cerrarlo.

El hecho de que la tensión inducida por la inductancia propia es una f.e.m. inducida, fue establecido por primera vez por el físico alemán Lenz. Lenz llegó a la conclusión de que si la tensión inducida no constituía una f.e.m. de polaridad opuesta a la tensión aplicada, un aumento de la intensidad de la corriente aumentaría la tensión aplicada, y cada aumento de ésta produciría otra vez un aumento de la corriente, hasta llegar por repetición del proceso a una corriente de magnitud infinita, lo que resultaría en una condición absurda ante el principio de conservación de la energía, pues en dicho caso habría creación de energía. Lenz llegó así a la conclusión de que cuando la corriente fluye por un circuito variando de magnitud, se produce un campo magnético variable que crea una tensión inducida y opuesta a la variación de la corriente que la produce.

Magnitud de la f.e.m. inducida

La magnitud de la f.e.m. inducida depende de los mismos factores que rigen toda tensión inducida. Uno de ellos es el número de líneas de flujo cortadas por segundo. En la inductancia propia no hay movimiento físico del conductor o de las líneas de fuerza; sin embargo, el ritmo de cambio de la inducción magnética es equivalente a dicho movimiento. Es decir, que la inducción magnética alrededor del conductor, que es directamente proporcional a la corriente en el mismo, actúa como un campo magnético móvil puesto que su magnitud aumenta o disminuye alternativamente. La magnitud de la tensión autoinducida depende directamente del ritmo de cambio de la corriente en el circuito. Por ello, una corriente que varía rápidamente induce una tensión mayor que la que varía más lentamente.

El ritmo de variación de la corriente depende de la frecuencia, o número de ciclos por segundo de la corriente alterna. En conclusión, puede decirse que la f.e.m. inducida en un circuito de C.A. depende directamente de la frecuencia. Por esta causa,

los circuitos de C.A. de baja frecuencia, debido al ritmo de variación de la corriente relativamente lento, emplean generalmente valores elevados de inductancia (utilizando comúnmente núcleos de hierro) para obtener una f.e.m. inducida elevada. Por el contrario, los circuitos de C.A. de alta frecuencia, debido al rápido régimen de cambio de la corriente, casi siempre obtienen suficiente f.e.m. inducida empleando inductores con núcleo de aire.

Otro factor que influye sobre la magnitud de la f.e.m. inducida, es el valor de inductancia del inductor. De la misma manera en que una resistencia grande ofrece más oposición a la corriente, también una inductancia grande ofrece más oposición al cambio de la corriente y, en consecuencia, un inductor grande produce una f.e.m. inducida mayor.

3-4 REACTANCIA INDUCTIVA

Según lo visto anteriormente, la oposición de la inductancia a la variación de la corriente se denominó f.e.m. inducida, es decir, la tensión inducida que se opone al cambio de la corriente, y que también se mide en volt. Sin embargo, como en los circuitos de C.C. toda oposición al flujo de la corriente se denomina resistencia y se mide en ohm, resulta también conveniente para los circuitos de C.A. medir en ohm la oposición inductiva en lugar de emplear unidades de la f.e.m. inducida, o volt. Este tipo de oposición al flujo de la corriente se denomina *reactancia inductiva* y se designa con el símbolo X_L para diferenciarlo del de la resistencia de C.C.

Se ha establecido que la f.e.m. inducida (reactancia inductiva), depende directamente del valor de la inductancia y del ritmo de cambio de la corriente. En un circuito de C.A. el ritmo de cambio de la corriente está regido por la *velocidad angular* de la tensión aplicada. La velocidad angular es el régimen de cambio del ángulo de la rotación y se mide en radianes por segundo. Como cada ciclo o rotación completa de 360° tiene 2π radianes, la velocidad angular de la sinusoide de tensión o corriente es igual a este factor 2 (2π) multiplicado por la frecuencia. La velocidad angular designada con la letra griega omega (ω), se expresa por la fórmula:

$$\omega = 2\pi f \qquad (3\text{-}1).$$

Puesto que la velocidad angular, según se estableció anteriormente, rige el régimen de cambio de la corriente en un circuito de C.A., la reactancia inductiva del circuito es directamente proporcional a la velocidad angular. Además, como un aumento en el valor de la inductancia produce un aumento en la rectancia inductiva, esta última tiene también en el circuito un valor directamente proporcional a la inductancia. Ello se expresa con la fórmula:

$$X_L = 2\pi f L \qquad (3\text{-}2)$$

en la que

X_L = reactancia inductiva, en ohm
f = frecuencia de la tensión alterna aplicada
2π = número de radianes (6,28) en un ciclo
L = valor de la inductancia, en henry

Se puede deducir de la fórmula y de lo establecido anteriormente, que la reactancia inductiva es directamente proporcional al valor de la inductancia (L) y de la frecuencia (f). Por lo tanto, aumentando la inductancia del circuito o la frecuencia de la tensión alterna aplicada, también aumenta la reactancia inductiva. También es cierto lo contrario, pues disminuyendo la inductancia o la frecuencia, disminuye igualmente la reactancia inductiva.

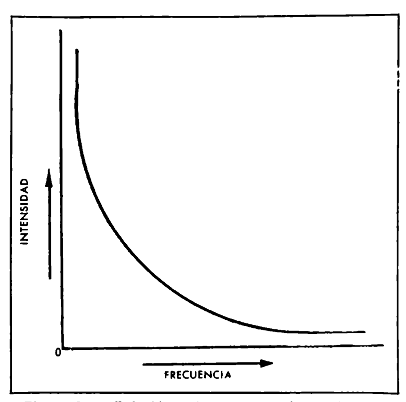


Figura 3-1. Relación existente entre la corriente y la frecuencia en un circuito inductivo de C.A.

Cuando se emplean altas frecuencias, como en radiocomunicaciones, aun pequeñas magnitudes de inductancia pueden ofrecer una reactancia inductiva muy grande. La figura 3-1 muestra la relación entre corriente y frecuencia en un circuito inductivo de C.A. Según se ve en esta figura, el valor de la corriente es elevado en bajas frecuencias y disminuye en frecuencias más altas. Por lo tanto, puede decirse que en altas frecuencias la inductancia tiende a actuar como un circuito abierto, puesto que sólo permite fluir muy poca corriente en el circuito; por el contrario, en bajas frecuencias, la inductancia tiende a actuar como un simple conductor, o en cortocircuito, pues permite el flujo

de una corriente relativamente elevada. Los inductores utilizados en bajas frecuencias son generalmente de núcleos de hierro grandes y tienen valores del orden del henry. Los inductores que se emplean generalmente para altas frecuencias, son tipos pequeños de núcleo de aire y tienen valores del orden de milihenry o microhenry.

Se calcula como ejemplo, a continuación, la oposición que ofrece una inductancia de 20 henry a una fuente de C.A. de 110 volt y 60 c/s. Según la fórmula de la rectancia inductiva se tendrá:

$$X_L = 2\pi fL$$
$$= 6{,}28 \times 60 \times 20$$
$$= 6{,}28 \times 1200$$
$$X_L = 7536 \text{ ohm}$$

La corriente que fluye por el circuito puede determinarse aplicando la ley de Ohm para circuitos inductivos de C.A., esto es:

$$I = \frac{E}{X_L} \qquad (3\text{-}3)$$

Por lo tanto, la corriente que fluye por el inductor se calcula así:

$$I = \frac{110}{7536}$$

I = 0,014 ampere, o 14 miliampere

En el ejemplo que sigue se supone que la tensión aplicada al inductor de 20 henry sigue siendo de 110 volt, pero que la frecuencia ha aumentado ahora a 400 c/s. La reactancia inductiva de este circuito es entonces:

$$X_L = 2\pi fL$$
$$= 6{,}28 \times 400 \times 20$$
$$= 6{,}28 \times 8000$$
$$X_L = 50240 \text{ ohm}$$

Como el valor de la tensión aplicada sigue siendo de 110 volt, la corriente que fluye en el circuito será de una intensidad:

$$I = \frac{E}{X_L} = \frac{110}{50240}$$

I = 0,00219 ampere o 2,19 miliampere

Al comparar los dos valores obtenidos de corriente, 14 miliampere y 2,19 miliampere, se notará que la corriente en el circuito disminuye a medida que aumenta la frecuencia. Esto se ha representado gráficamente en la figura 3-1.

3-5 RELACIÓN ENTRE LA TENSIÓN Y LA CORRIENTE A TRAVÉS DE UN INDUCTOR

En el Capítulo 2 se estableció que en un circuito resistivo de C.A., la tensión y la corriente están en fase. En otros términos, la corriente y la tensión alternan su polaridad con la misma frecuencia, y alcanzan sus valores de pico y de cero en el mismo instante. Sin embargo, en los circuitos de C.A. que contienen únicamente la propiedad de inductancia, esta relación de fase entre la tensión y la corriente no existe, sino que al contrario, sus valores positivos máximo y de cero están separados en el tiempo. Por esta causa se dice que existe un corrimiento de fase entre la tensión y la corriente de un circuito inductivo de C.A.

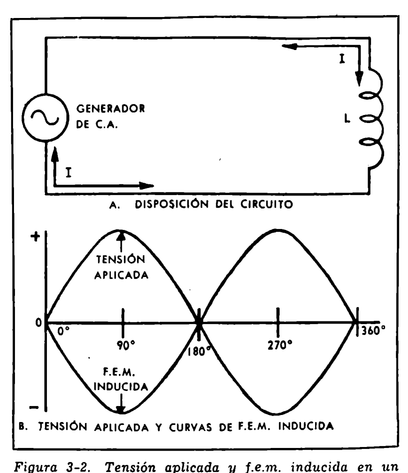


Figura 3-2. Tensión aplicada y f.e.m. inducida en un circuito inductivo de C.A.

Se considera ahora la relación entre tensión y corriente alterna de un circuito puramente inductivo. La parte A de la figura 3-2 presenta el caso de un circuito en el que se aplica una tensión alterna a una inductancia pura. En la parte B de la figura, se ven las sinusoides de la tensión aplicada y de la f.e.m. inducida en el circuito. De acuerdo con la ley de Kirchhoff para la tensión, la suma algebraica de las caídas de tensión en todo circuito cerrado es cero; lo que se expresa con la fórmula:

$$E + e = 0$$

en la que:

E = tensión aplicada de C.A.

e = f.e.m. inducida o tensión inducida en el inductor

Recuérdese, además, que la fórmula para hallar la f.e.m. inducida es:

$$e = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Debe notarse que la f.e.m. inducida está en oposición a la tensión aplicada, como lo está indicando el signo menos. Esto se halla representado en la parte B de la figura.

La reactancia inductiva no sólo limita el flujo de la corriente en un circuito de corriente alterna, sino que tiende también a atrasar en tiempo el aumento y caída de la corriente. Puede decirse que estas variaciones de la corriente se atrasan por la f.e.m. inducida, ya que ésta y la reactancia inductiva ofrecen la misma oposición al flujo de la corriente alterna. Debido al efecto retardante de la f.e.m. inducida, la corriente alcanza su máximo valor positivo un tiempo *después* de haberlo alcanzado la tensión aplicada, pero *antes* de que la f.e.m. inducida alcance también el máximo valor positivo.

En la figura 3-3 se representa la relación de fase

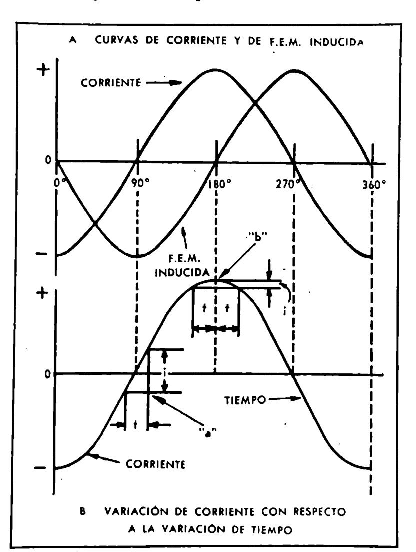


Figura 3-3. Relación existente entre la corriente y la fuerza electromotriz inducida en un circuito inductivo de corriente alterna

entre la corriente a través del inductor y la fuerza electromotriz inducida. Por la curva de corriente puede deducirse que el ritmo de variación de la misma es máximo cuando pasa a través de cero, es decir, cuando la curva en dicho punto presenta la máxima inclinación. Esto significa que para un pequeño período de tiempo, t, que se señala en el punto "a" de la figura (parte B) corresponde un cambio máximo de la corriente. Nótese que la tensión inducida o la f.e.m. inducida tiene un valor de pico en este punto en el que es máximo el ritmo de cambio de la corriente. El segundo intervalo de tiempo de la parte B, se designa como "b", y es una zona que tiene relativamente poco cambio de la corriente. Por lo tanto, la f.e.m. inducida en este punto está en su valor mínimo o cero. A medida que la corriente pasa a través ed cero en dirección positiva, la inclinación de su curva es positiva y, por lo tanto, la f.e.m. inducida está en el máximo negativo. La razón de esto es que siempre la f.e.m. inducida está en la dirección en que se opone a la causa que la produce, o sea, al cambio de la corriente.

Desde el punto de vista de las relaciones de fase, se dice que la corriente está adelantada sobre la f.e.m. inducida en 90°, pues pasa por cero en dirección positiva antes de hacerlo la f.e.m. inducida. Además, como la f.e.m. inducida se opone a la tensión aplicada, o está desfasada 180° respecto de la tensión aplicada, la corriente pasa por cero, 90° después que la tensión aplicada. Por lo tanto, en una inductancia pura la corriente *está atrasada* 90° con respecto a la tensión aplicada. La figura 3-4 muestra las relaciones de fase entre la tensión aplicada, la corriente que fluye por el inductor y la f.e.m. inducida.

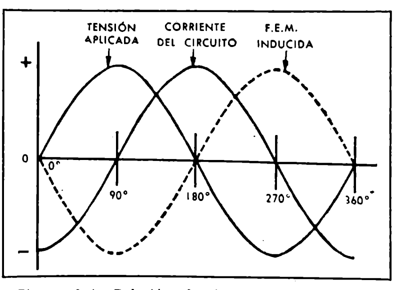


Figura 3-4. Relación de fase entre la tensión, corriente, y f.e.m. inducida aplicadas a un circuito inductivo de corriente alterna

3-6 CIRCUITOS L.R. EN SERIE

En todo circuito que tenga inductancia y resistencia, no hay corrimiento de fase entre la tensión y la corriente a través de la resistencia. Sin embargo, existe un corrimiento de fase de 90° entre

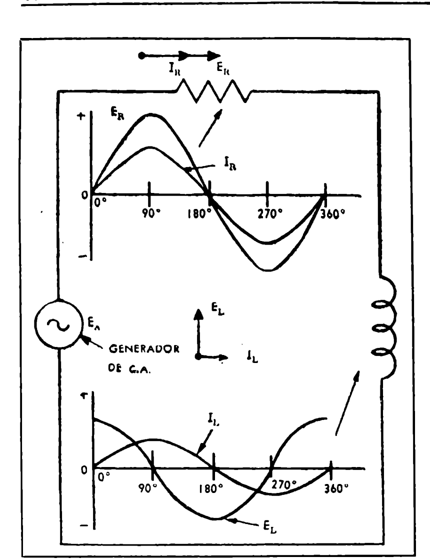


Figura 3-5. Relación existente entre la tensión y la corriente en un circuito L.R. en serie

estas cantidades a través de la inductancia. Es importante recordar que en todo circuito en serie, la corriente es igual en *todas* las partes del circuito; por esta causa la corriente se usa como referencia para la inductancia y la resistencia en el circuito L.R. en serie. La figura 3-5 muestra las formas de las curvas en los elementos del circuito, y las relaciones vectoriales entre tensión y corriente a través de las componentes individuales del circuito L.R. en serie. Puede notarse en las curvas y diagramas vectoriales, que la tensión a través de la resistencia está desfasada 90° en relación a la tensión a través de la inductancia. La corriente y la tensión se han representado con el mismo eje de referencia en la parte A y B de la figura 3-6. De esta forma, puede verse que la presencia de la resistencia en un circuito inductivo origina dos caídas de tensión independientes o desfasadas entre sí. El valor resultante de estas dos tensiones representa la caída total de tensión del circuito y es igual a la tensión aplicada. La magnitud del corrimiento de fase de la corriente en un circuito L.R. en serie, se mide en relación a la tensión resultante, que es la tensión aplicada, y no en relación a la tensión a través de la inductancia.

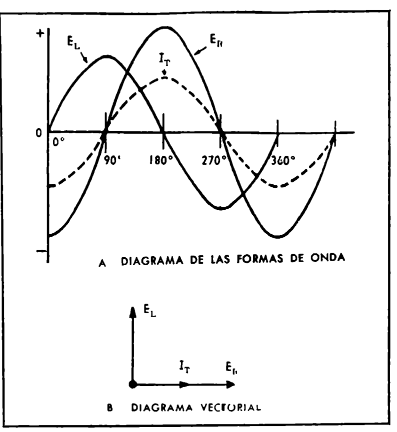


Figura 3-6. Corriente y tensión de un circuito L.R. en serie

La tensión resultante (E_A) y el ángulo de fase (θ) de todo circuito L.R., pueden determinarse por medio de vectores. En la figura 3-7 A, la caída de tensión a través de la resistencia se representa a lo largo del eje de referencia, y la caída de tensión a través de la inductancia se representa verticalmente. Como las dos tensiones están desfasadas 90° forman entre sí un ángulo recto. Al completar el paralelogramo, el vector resultante E_A es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, y aplicando el teorema de Pitágoras que establece que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del cuadrado de los catetos, se tendrá la ecuación:

$$E_A = \sqrt{E_R^2 + E_L^2}$$

Como anteriormente se estableció que la corriente en el circuito está en fase con la tensión a través de la resistencia, el ángulo de fase de la corriente en relación a la tensión aplicada, vector E_A, es el mismo que el ángulo de fase de la tensión a través de la resistencia, vector E_R, en relación a E_A. Luego, el ángulo de fase θ es el ángulo que forma la tensión resultante (aplicada), vector E_A, con el vector E_R, según puede observarse en el diagrama vectorial. El ángulo θ puede medirse en cualquiera de sus funciones trigonométricas, según cuáles sean los valores conocidos. Si la tensión a través de la resistencia es grande en relación a la tensión a través de la inductancia, el vector resultante se aproximará al eje

de referencia horizontal y el ángulo de fase será pequeño. De manera similar, si la tensión a través de la resistencia es pequeña en relación a la tensión a través de la inductancia, el vector resultante se aproximará al eje vertical y el ángulo de fase se aproximará a 90 grados. Por lo tanto, la resistencia presente en un circuito inductivo hace atrasar a la corriente en relación a la tensión resultante (aplicada), en un ángulo *menor* de 90 grados. La curva de la figura 3-7 B muestra las posiciones relativas de la tensión y la corriente y el ángulo de fase θ.

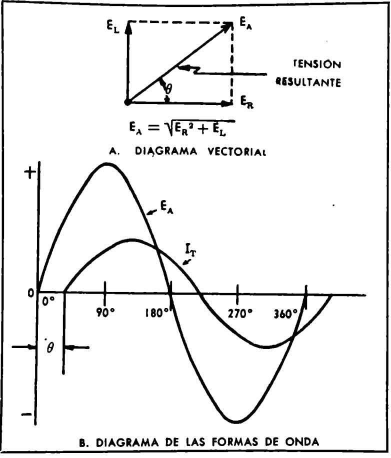


Figura 3-7. Corriente y tensión resultante en un circuito L.R. en serie

Impedancia de un circuito L.R. en serie

En un circuito de C.A. que tiene inductancia y resistencia, la oposición total que presenta el circuito *no* es la simple suma aritmética de la reactancia inductiva X_L y de la resistencia R. La reactancia inductiva debe sumarse a la resistencia en forma tal, que se tome en consideración la diferencia de fase de 90° entre las dos tensiones del circuito. La oposición total se denomina *impedancia* y se designa con la letra Z. La ecuación para calcular la impedancia de un circuito L.R. en serie, es la siguiente:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \qquad (3\text{-}4)$$

Es decir, la impedancia del circuito es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de la resistencia del circuito y de la reactancia inductiva. Es importante destacar que se utiliza el valor de la *reactancia inductiva* X_L, y *no* el valor de la inductancia L.

La ecuación (3-4) también puede obtenerse utilizando vectores. La tensión a través de la resistencia E_R, es igual al producto de la intensidad total del circuito y la resistencia del circuito, o sea I_TR, y en forma similar, la tensión a través de la inductancia E_L, es igual al producto de la intensidad total del circuito y la reactancia inductiva, o sea I_TX_L. Como cada vector representa un producto, del que es factor común la intensidad total del circuito, podrán trazarse proporcionales a la resistencia R y a la reactancia inductiva X_L, y separados por 90 grados. Esto es lo que se representa en la figura 3-8. El vector resultante Z es la hipotenusa de un triángulo rectángulo y representa la impedancia total del circuito. Se aplica a continuación

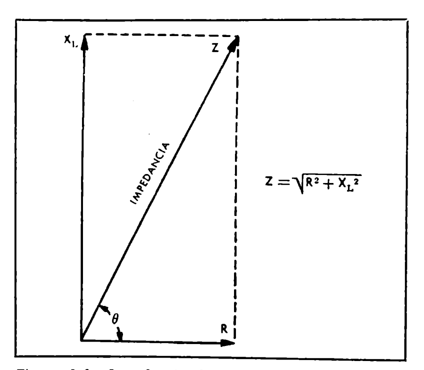


Figura 3-8. Impedancia de un circuito L.R. en serie

el teorema de Pitágoras y la magnitud de la hipotenusa Z resulta ser: :

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Se deduce también de la figura 3-8 que el ángulo θ es el ángulo de fase, porque la dirección del vector de impedancia es en realidad la misma que la del vector de la tensión resultante (aplicada), según se ve en la figura 3-7 A. Este ángulo se determina generalmente mediante las funciones tri-

gonométricas coseno o tangente. Si el valor de la resistencia es grande en relación al valor de la reactancia inductiva, el circuito tiende a actuar como un circuito resistivo puro. Bajo esta condición, según se estableciera anteriormente, el ángulo de fase se aproxima a cero grado, y la impedancia se aproxima al valor de la resistencia del circuito. Por otra parte, si la reactancia inductiva es grande en relación a la resistencia, el circuito tiende a actuar como un circuito inductivo puro, el ángulo de fase se aproxima a 90° y la impedancia se aproxima al valor de la reactancia inductiva. Para fines prácticos, la impedancia del circuito se considera esencialmente igual a la reactancia cuando la relación de reactancia a resistencia es de 10 a 1 o mayor. También puede considerarse igual a la resistencia si la relación es de 1 a 10 o menor.

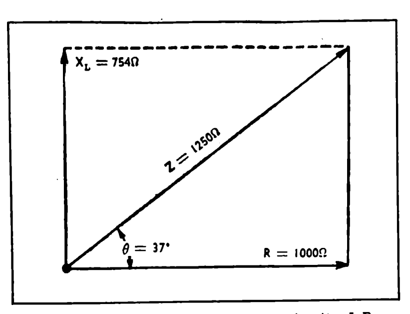


Figura 3-9. Análisis vectorial de un circuito L.R. en serie para determinar su impedancia

Análisis de circuitos L.R. en serie

Las mismas leyes generales que se aplican a los circuitos de C.C. también se aplican a los circuitos de C.A. Por ejemplo, la intensidad total de la corriente de un circuito L.R. de C.A., en serie, se puede calcular sustituyendo la impedancia Z por la resistencia R, que es la que se emplea en la fórmula de los circuitos de C.C. Esto es:

$$I_T = \frac{E}{Z} \qquad (3\text{-}5)$$

De manera semejante, cuando se conocen los valores de la tensión y la corriente total del circuito, se puede calcular la impedancia aplicando la fórmula:

$$Z = \frac{E}{I_T} \qquad (3\text{-}6)$$

Cuando se tienen los valores de la corriente e impedancia totales del circuito, la tensión aplicada se obtiene mediante la fórmula:

$$E = I_T Z \qquad (3\text{-}7)$$

Las fórmulas anteriores se denominan comúnmente, Ley de Ohm para los circuitos de C.A. y se aplican para resolver los valores máximo, eficaz y medio, pero no para hallar la solución de los valores instantáneos.

A continuación se calcula como ejemplo, el ángulo de fase de la impedancia, el valor total de la corriente del circuito, y las caídas individuales de tensión para un circuito L.R., en serie, que tiene una inductancia de 2 henry, una resistencia de 1000 ohm y una tensión aplicada de 110 volt a 60 c/s.

Para resolver el problema se determina en primer lugar la reactancia inductiva, según la forma siguiente:

$$X_L = 2\pi f L$$
$$= 6{,}28 \times 60 \times 2$$
$$X_L = 754 \text{ ohm}$$

Luego, combinando la reactancia inductiva y la resistencia, se halla la impedancia total del circuito:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$
$$= \sqrt{(1000)^2 + (754)^2}$$
$$Z = 1250 \text{ ohm}$$

La figura 3-9 es un diagrama vectorial que representa la reactancia inductiva, la resistencia y la impedancia total del circuito. Se nota en la figura que el vector de la impedancia se aproxima al vector de la resistencia, pues la resistencia del circuito es mayor que la reactancia inductiva.

Para determinar el ángulo de fase θ, representado en la figura 3-9, puede utilizarse cualquiera de las funciones trigonométricas de seno, coseno o tangente, puesto que se conocen los tres lados del triángulo rectángulo. Mediante la aplicación de la función tangente, el ángulo de fase resulta:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{X_L}{R}$$
$$= \frac{754}{1000}$$
$$\text{tg}\,\theta = 0{,}7540$$

Mediante la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A, se halla que el ángulo cuya tangente es 0,7540 mide aproximadamente 37 grados. Por lo tanto, el vector de impedancia tiene una magnitud de 1252 ohm y un ángulo de fase de 37 grados.

Mediante la aplicación de la ley de Ohm para circuitos de C.A., pueden obtenerse los valores totales de la corriente del circuito y de la caída de tensión, para lo cual se determina primero el valor de la corriente total del circuito:

$$I_T = \frac{E}{Z}$$
$$= \frac{110}{1252}$$
$$I_T = 0{,}0879 \text{ ampere o } 87{,}9 \text{ miliampere}$$

Como se conoce el valor de la corriente a través del circuito en serie, ahora será posible determinar la caída de tensión a través de cada elemento del circuito. Así, la caída de tensión a través del resistor es:

$$E_R = I_T R$$
$$= 0{,}0879 \times 1000$$
$$E_R = 87{,}9 \text{ volt}$$

La caída de tensión a través del inductor, originada por la reactancia inductiva, es:

$$E_L = I_T X_L$$
$$= 0{,}0879 \times 754$$
$$E_L = 66 \text{ volt}$$

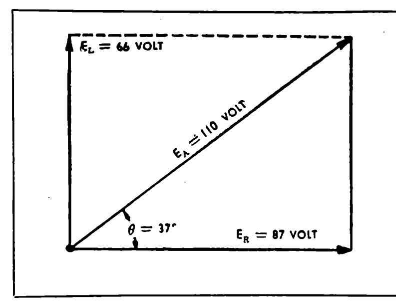


Figura 3-10 Análisis vectorial de un circuito L.R. en serie; composición de E_R y E_L

De acuerdo con la ley de Kirchhoff para tensiones en los circuitos de C.C., la suma de las caídas de tensión a lo largo de un circuito completo es igual a la tensión aplicada. Expresado en fórmula:

$$E_R + E_L = E_A$$

y mediante la sustitución de los valores de tensión calculados:

$$87{,}9 + 66 \neq 110$$
$$153{,}9 \neq 110$$

De esta manera puede verse que la simple suma matemática de las caídas individuales de tensión no iguala a la tensión aplicada, por lo que se deduce que es necesario tener un método distinto al utilizado para combinar las tensiones de C.C. Si se combinan las tensiones por medio de vectores, la suma vectorial de las tensiones individuales resultará igual a la tensión aplicada. Esto se representa en el diagrama vectorial de la figura 3-10, y se calcula como sigue:

$$E_A = \sqrt{E_R^2 + E_L^2}$$
$$= \sqrt{(87{,}9)^2 + (66)^2}$$
$$E_A = 110 \text{ volt}$$

Si se observa nuevamente la figura 3-10, se notará que la tensión aplicada y las caídas de tensión a través de los elementos forman un triángulo rectángulo. Mediante la aplicación de la función trigonométrica tangente, se hallará nuevamente que el ángulo mide 37°. Esto se expresa en la siguiente fórmula:

$$\text{tg } \theta = \frac{E_L}{E_R}$$
$$= \frac{66}{87{,}9}$$
$$\text{tg } \theta = 0{,}7510$$
$$\theta = 37°$$

En consecuencia, se comprueba que el ángulo de fase θ puede determinarse, o utilizando los valores de las caídas de tensión a través de los elementos individuales, o por la resistencia y reactancia inductiva de las partes componentes.

3-7 CIRCUITOS L.R. EN PARALELO

El circuito que tiene las propiedades de resistencia e inductancia conectadas en paralelo, recibe el nombre de circuito L.R. en paralelo. Como sus elementos están conectados en paralelo, se aplica la misma tensión al resistor y al inductor. En general el valor de la corriente que fluye en cada rama es diferente, y el valor exacto depende de la magnitud de la oposición que presenta cada rama. Es importante recordar que la caída de tensión a través de un resistor está siempre en fase con la corriente que circula por ella, y que la caída de tensión a través de un inductor está adelantada a su corriente en 90°. En forma similar los circuitos resistivos en paralelo, las tensiones a través de cada rama son iguales y están en fase entre sí.

Tensión y corriente en un circuito L.R. en paralelo

En la figura 3-11 puede verse un circuito L.R. en paralelo, conectado a través de una fuente de tensión de C.A. Si se compara esta figura con la 3-5, se notará que la relación de corriente a tensión es igual en las partes individuales que en el caso del circuito en serie, como lo muestran las curvas y vectores para cada parte componente. Sin embargo, en la disposición del circuito en paralelo se observará que la tensión a través de la inductancia,

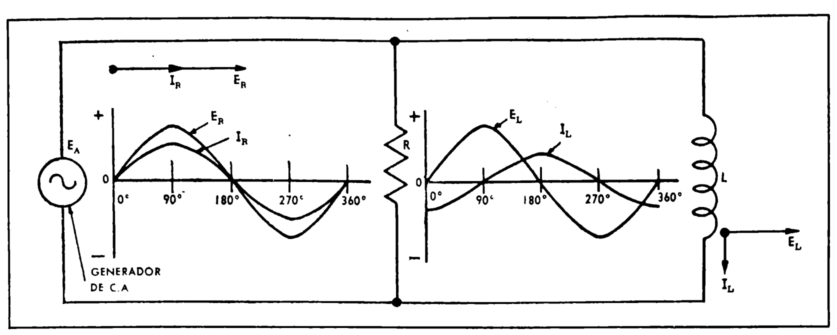


Figura 3-11. Relación existente entre la tensión y corriente de un circuito L.R. en paralelo

es igual a la tensión a través de la resistencia y que ésta es igual que la tensión aplicada. En consecuencia, como todas las tensiones de este circuito son iguales, están en fase entre sí. Recuérdese que la corriente a través de la inductancia está atrasada con respecto a la tensión aplicada a la misma en 90°, y que la corriente a través de la resistencia está en fase con la tensión aplicada; lo cual significa que la corriente en la inductancia está atrasada 90° con respecto a la corriente en la resistencia. Esta condición está descrita gráficamente en la curva y el diagrama vectorial de la figura 3-12. Debe notarse que la *tensión aplicada* se utiliza como vector y curva de referencia para armar el *circuito en paralelo*, mientras que en el circuito L.R. *en serie* se utilizó para tal fin la corriente total del circuito. La corriente resultante, o corriente de línea, es la suma vectorial de las corrientes que circulan a través del resistor y del inductor. La figura 3-13 indica el método para determinar vectorialmente la corriente de línea (parte A), y para determinar el ángulo de fase entre la tensión aplicada y la corriente de línea (parte B).

En el diagrama vectorial, el vector I_R, que representa la corriente a través de la resistencia, se traza horizontalmente y se usa como vector de referencia, pues está en fase con la tensión aplicada y, por lo tanto, representa la dirección de esta última. La corriente a través del inductor, representada por el vector I_L, se dibuja verticalmente para indicar la diferencia de fase de 90 grados entre ambos vectores. Nótese que el vector I_L se ha dibujado en dirección negativa, debido a que la corriente a través del inductor está atrasada los 90° indicados anteriormente, respecto a la corriente a través de la resistencia. Como en todo circuito en paralelo, la corriente a través de la resistencia es igual a la tensión aplicada dividida por el valor de la resistencia, y, en forma similar, la corriente en la inductancia es igual a la tensión aplicada dividida por la reactancia inductiva.

El vector resultante, $I_{línea}$, representa el valor de la corriente total del circuito, y el ángulo que este vector forma con la horizontal es el ángulo de fase θ. Este ángulo se determina fácilmente aplicando la función trigonométrica tangente. La magnitud de la corriente de línea siempre será mayor que

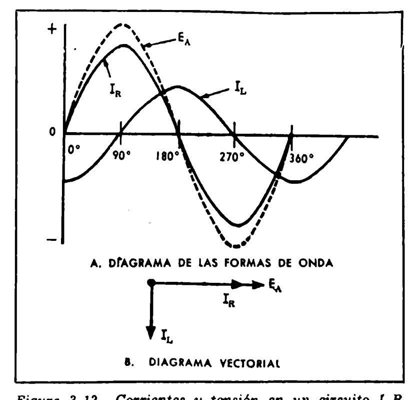


Figura 3-12. Corrientes y tensión en un circuito L.R. en pararelo

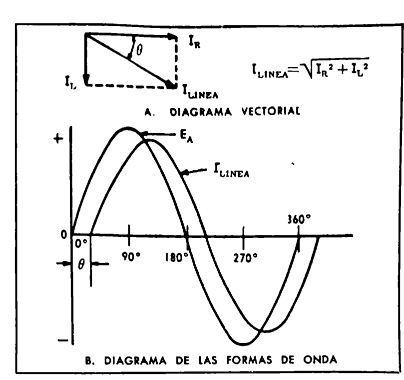


Figura 3-13. Corriente de línea y tensión aplicada en un circuito R.L. en paralelo

las de las corrientes resistiva o inductiva, pues es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es decir:

$$I_{linea} = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} \quad (3\text{-}8)$$

De esta manera, puede verse que al igual que en los circuitos resistivos en paralelo de C.C., la intensidad total de un circuito L.R. en paralelo es siempre mayor que la corriente en cada rama.

Impedancia de un circuito L.R. en paralelo

La impedancia de un circuito L.R. en paralelo, se calcula utilizando una fórmula similar a la empleada para resistencias en paralelo. Si se recuerda que el valor total de dos resistencias en paralelo es igual a su producto dividido por su suma, puede pensarse equivocadamente, por analogía, que también la impedancia de un circuito L.R. en paralelo puede expresarse como:

$$Z = \frac{R \times X_L}{R + X_L}$$

Sin embargo, según se explicara anteriormente, dos cantidades vectoriales que forman ángulo de 90° entre sí, no pueden sumarse directamente. Por esta razón, la fórmula con que se determina la impedancia de un circuito L.R. en paralelo se expresa como sigue:

$$Z = \frac{R \times X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \quad (3\text{-}9)$$

Se puede calcular la impedancia en forma más simple, aplicando la ley de Ohm para circuitos de corriente alterna. Dicha fórmula es:

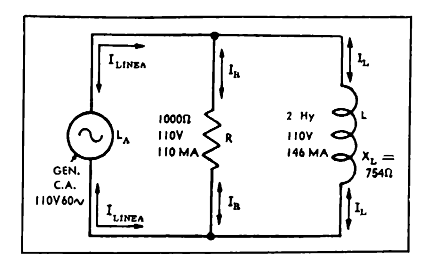


Figura 3-14. Diagrama para el análisis de un circuito R.L. en paralelo

$$Z = \frac{E_A}{I_{linea}} \quad (3\text{-}10)$$

Como sucede con el valor total de la resistencia de los circuitos resistivos en paralelo de C.C., la impedancia total de un circuito L.R. en paralelo de C.A. es menor que la que presenta cada rama. Por esta razón, no es posible representar los vectores para resistencia y reactancia inductiva según se hiciera para los circuitos L.R. en serie de C.A.

Análisis de circuitos L.R. en paralelo

Para analizar un circuito L.R. en paralelo, se emplearán los mismos valores de inductancia, resistencia, tensión aplicada y frecuencia que se usaran para el análisis del circuito L.R. en serie. En este caso, según lo indica la figura 3-14, se aplica una tensión de 110 volt a 60 c/s a través de una resistencia de 1000 ohm y de una reactancia inductiva de 754 ohm. Como se trata de un circuito en paralelo, la tensión aplicada y la tensión a través de cada rama del circuito, es la misma, es decir, 110 volt. El primer paso es determinar el flujo de la corrien-

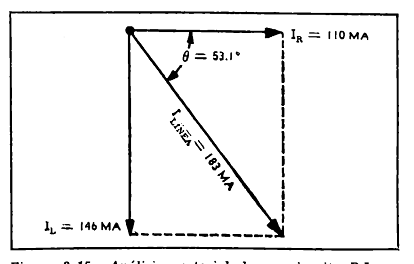


Figura 3-15. Análisis vectorial de un circuito R.L. en paralelo para determinar la corriente de la linea

te a través de cada rama de la red. La corriente a través de la rama resistiva I_R, es:

$$I_R = \frac{E_A}{R}$$

$$= \frac{110}{1000}$$

$I_R = 0{,}11$ ampere ó 110 miliampere

La corriente a través de la rama inductiva I_L, es:

$$I_L = \frac{E_A}{X_L}$$

$$= \frac{110}{754}$$

$I_L = 0{,}146$ ampere ó 146 miliampere

Como el inductor ofrece una oposición menor al flujo de la corriente, la que fluye por él es mayor que la que fluye a través de la resistencia. Ello está de acuerdo con las leyes para los circuitos resistivos en paralelo de C.C.

Conociéndose el valor del flujo de la corriente en cada rama, podrá determinarse la corriente resultante o corriente de línea ($I_{línea}$). En la figura 3-15 puede verse un diagrama vectorial que representa los valores de las corrientes de cada rama y de línea. Como los vectores han formado un triángulo rectángulo, el valor de la corriente de línea se calcula aplicando el teorema de Pitágoras, o sea:

$$I_{línea} = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$

$$= \sqrt{(110 \times 10^{-3} + (146 \times 10^{-3})^2}$$

$$= 183 \times 10^{-3}$$

$I_{línea} = 0{,}183$ ampere ó 183 miliampere

Nótese que el valor de la corriente de línea es mayor que el de cada rama por separado. Ello está de acuerdo con lo que se estableciera anteriormente, y puede comprobarse en el diagrama vectorial de la figura 3-15.

Ahora puede determinarse el ángulo de fase, o sea el ángulo en que está atrasada la corriente con respecto a la tensión aplicada, utilizando las funciones trigonométricas tangente o coseno. En este ejemplo, el ángulo de fase θ se determina mediante la función tangente, es decir:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{I_L}{I_R}$$

$$= \frac{0{,}146}{0{,}110}$$

$\operatorname{tg} \theta = 1{,}3333$

Mediante la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A, se halla que el ángulo cuya tangente

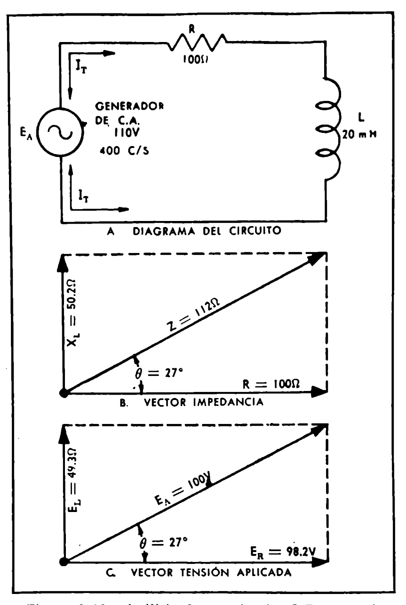


Figura 3-16. Análisis de un circuito L.R. en serie

es 1,333 mide aproximadamente 53,1 grados. Por lo tanto, el vector de la corriente de línea tiene una magnitud de 0,183 ampere y está atrasado en un ángulo de fase de 53,1°.

En párrafos anteriores se mencionó que es posible determinar la impedancia de un circuito L.R. en paralelo de C.A., aplicando una fórmula similar a la utilizada para determinar el valor de la resistencia en paralelo. Sin embargo, como el uso de esta fórmula incluye operaciones difíciles con valores grandes(cuadrados y raíces cuadradas), resulta mucho más sencillo calcular la impedancia del circuito aplicando la ley de Ohm para circuitos de C.A., ecuación (3-10), cuando se conoce la corriente de línea, o sea:

$$Z = \frac{E_A}{I_{línea}}$$

y sustituyendo los valores conocidos:

$$Z = \frac{110}{0{,}183}$$

$Z = 601$ ohm

Se comprueba que la impedancia del circuito L.R. en paralelo es menor que la oposición en cada rama.

3-8 CAMBIOS DE LA FRECUENCIA EN UN CIRCUITO L.R. EN SERIE

Para mostrar los efectos de un aumento de la frecuencia en un circuito L.R. en serie, se supone que se aplica a un resistor de 100 ohm y a un inductor de 20 milihenry, una corriente alterna de 110 volt y 400 c/s, según se ve en la parte A de la figura 3-16. Para determinar la impedancia del circuito, es necesario calcular previamente la reactancia inductiva (X_L). Este valor es de 50,2 ohm. El diagrama vectorial de la figura 3-16 B, muestra la forma en que se combinan la reactancia inductiva y la resistencia para determinar la impedancia del circuito. Se halla matemáticamente que la impedancia es de 112 ohm, y aplicando la función trigonométrica tangente para triángulos rectángulos, se determina que el ángulo de fase es de 27°.

Como se conocen la tensión aplicada y la impedancia del circuito, puede calcularse el valor total de la corriente del circuito, I_T, aplicando la ley de Ohm para circuitos de C.A. Se halla que dicha corriente tiene un valor de 0,982 ampere. Como se trata de un circuito en serie, el valor de la corriente es el mismo en todas sus partes y, en consecuencia, aplicando la ley de Ohm para circuitos de C.A. a cada parte componente, se determina la caída de tensión a través de ellas. La caída de tensión a través de la resistencia es de 98,2 volt, y a través del inductor es de 49,3 volt. En la figura 3-16 C, se representa el diagrama vectorial de las tensiones del circuito.

Supongamos que el valor de la resistencia, inductancia y tensión aplicadas en el ejemplo anterior es el mismo pero que la frecuencia ha aumentado a 4000 c/s. El diagrama del circuito para estas nuevas condiciones se ve en la figura 3-17 A.

Cuando se calcula la reactancia inductiva del circuito, se halla que es de 502,4 ohm. El diagrama vectorial muestra en la figura 3-17 B, la forma en que se combinan la reactancia inductiva y la resistencia para determinar la impedancia del circuito. A causa del aumento en el valor de la reactancia inductiva por efecto del aumento de la frecuencia, también aumenta la impedancia. El nuevo valor de la impedancia resulta ser de 512 ohm. Mediante el uso de la función trigonométrica tangente del triángulo rectángulo, se obtiene un ángulo de fase de 79 grados.

Una vez conocidas la tensión aplicada y la impedancia del circuito, puede calcularse el valor total de la corriente del circuito aplicando la ley de Ohm para circuitos de C.A. De esta forma, se halla

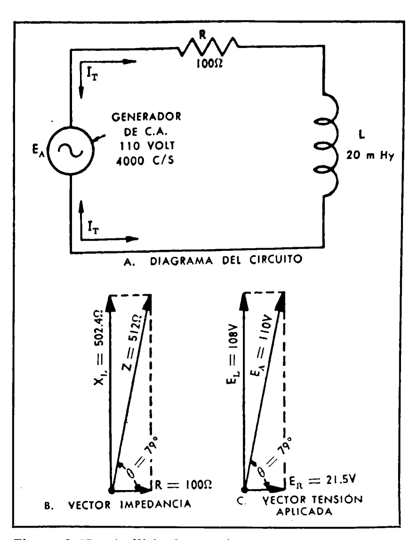


Figura 3-17. Análisis de un circuito L.R. en serie con aumento de frecuencia

que la corriente total del circuito tiene un valor de 0,215 ampere. Como se trata de un circuito en serie, la corriente es igual en todas las partes del mismo. Ahora podrá calcularse la caída de tensión a través de cada parte del circuito, aplicando la ley de Ohm para los circuitos de C.A. La caída de tensión a través del resistor es de 21,5 volt, y a través del inductor, de 108 volt. El diagrama vectorial de la figura 3-17 C representa la tensión en el circuito para la frecuencia de valor aumentado.

Si se disminuyera la frecuencia del circuito L.R. en serie, tendrían lugar efectos opuestos a los explicados anteriormente, es decir, la reactancia inductiva, impedancia, ángulo de fase y caída de tensión a través del inductor disminuirían mientras que aumentarían el valor total de la corriente del circuito y de la tensión a través del resistor.

3-9 CAMBIOS DE INDUCTANCIA EN UN CIRCUITO L.R. EN SERIE

Si se analiza la fórmula para determinar la reactancia inductiva de un inductor:

$$X_L = 2\pi fL$$

se notará que X_L está directamente relacionado a la frecuencia y a la inductancia. En los ejemplos

anteriores también se mostró que un aumento en la frecuencia produce un aumento en la reactancia inductiva, la impedancia, el ángulo de fase y la caída de tensión a través del inductor, mientras que disminuyen los valores totales de la corriente del circuito y de la caída de tensión a través del resistor. Pero como la reactancia inductiva está relacionada con la inductancia de la misma manera que con la frecuencia, el aumento de la inductancia produce en el circuito L.R. en serie los mismos efectos que el aumento de la frecuencia; y, de forma similar, una disminución en el valor de la inductancia produce los mismos efectos que una disminución en la frecuencia. Por lo tanto, disminuyendo la inductancia en un circuito L.R. en serie, se desiminuye también la reactancia inductiva, la impedancia, el ángulo de fase y la caída de tensión a través del inductor, mientras que aumentan los valores de la corriente total del circuito y de la caída de tensión a través del resistor.

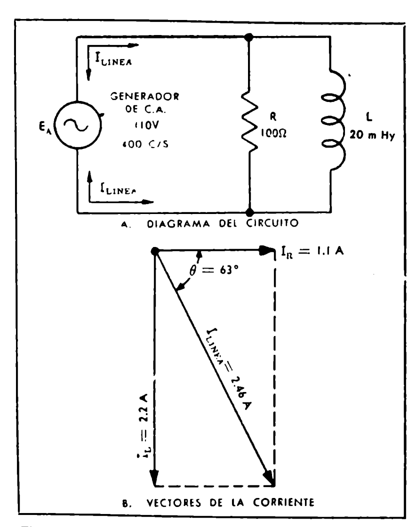


Figura 3-18. Análisis de un circuito L.R. en paralelo

3-10 CAMBIOS DE FRECUENCIA EN UN CIRCUITO L.R. EN PARALELO

Para mostrar los efectos del aumento de la frecuencia en un circuito L.R. en paralelo, se supone que se aplica a un resistor de 100 ohm y a un inductor de 20 milihenry, una corriente alterna de 110 volt a una frecuencia de 400 c/s. La primera etapa para resolver el circuito L.R. en paralelo, es determinar la reactancia inductiva. Como el valor de la frecuencia y la inductancia es el mismo en el circuito L.R. en serie, la reactancia inductiva del inductor en el circuito en paralelo es de 50,2 ohm.

Como el inductor y el resistor están conectados en paralelo con la fuente de tensión, ésta alimenta a ambos, de modo que conociéndose el valor de la tensión aplicada y la oposición de cada parte componente, podrá determinarse el valor de la corriente de cada rama por separado. La corriente que fluye a través de la rama resistiva, según lo establecido por la ley de Ohm para circuitos de C.A., es de 1,1 ampere, y la corriente a través de la rama inductiva es de 2,2 ampere.

El diagrama vectorial de la figura 3-18 B, representa las corrientes en el circuito L.R. conectado en paralelo. Como la corriente a través del inductor I_L, está atrasada 90° respecto a la que fluye a través del resistor, I_R, deben combinarse ambas corrientes en forma vectorial para obtener el valor total de la corriente del circuito ($I_{lín.}$). La corriente de línea es de 2,46 ampere, y resulta mayor que cualquiera de las corrientes de las ramas, lo que está de acuerdo con las leyes para circuitos en paralelo.

Debe notarse en el diagrama vectorial de la figura 3-18 B, que las corrientes de las ramas individuales y de línea forman un triángulo rectángulo. Mediante la aplicación de la función trigonométrica tangente, se determina el ángulo de fase θ, que resulta ser de 63 grados. Por aplicación de la ley de Ohm para circuitos de C.A., se obtiene la

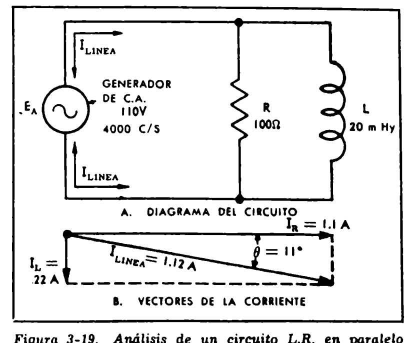


Figura 3-19. Análisis de un circuito L.R. en paralelo con aumento de frecuencia

impedancia del circuito de 44,7 ohm; valor que resulta menor que la resistencia o la reactancia de cada rama por separado.

Se supone ahora que, como se muestra en la figura 3-19 A, la frecuencia aplicada se ha aumentado a 4000 ciclos por segundo, mientras todos los otros valores del circuito siguen siendo los mismos. Con el aumento de la frecuencia también aumenta la reactancia inductiva pues hay una relación directa entre ambas cantidades. El aumento en la reactancia inductiva será igual que el aumento producido en el circuito en serie (fig. 3-17), pues la frecuencia aumenta en la misma magnitud. Por lo tanto, el valor de la reactancia inductiva es de 502,4 ohm a 4000 c/s.

Conociéndose la oposición de cada rama y también la tensión aplicada, puede calcularse ahora la corriente que fluye a través de las ramas. La corriente que fluye a través de la rama resistiva es de 1,1 ampere. Si se compara este valor de la corriente con el valor para una frecuencia aplicada de 400 c/s, se verá que son iguales. De ello se deduce que la frecuencia aplicada no tiene efecto sobre el flujo de la corriente a través del resistor, ni tampoco sobre el valor de este último. La corriente a través del inductor para la frecuencia de 4000 c/s es de 0,22 ampere.

El diagrama vectorial de la figura 3-18 B representa a las corrientes en el circuito L.R. conectado en paralelo. Como existe una diferencia de fase de 90° entre las corrientes a través del resistor y del inductor, ambas deben combinarse mediante vectores para determinar la resultante o corriente de línea. Calculada la corriente de línea resulta ser de 1,12 ampere.

Mediante la aplicación de la función trigonométrica tangente, puede determinarse el ángulo de fase, utilizando como valores conocidos los de las corrientes de las ramas. El ángulo de fase así calculado resulta ser de 11 grados. De esta manera, aumentando la frecuencia del circuito L.R. en paralelo, desde 400 a 4000 ciclos por segundo, la corriente de línea disminuye a 1,12 ampere y el ángulo de fase a 11 grados. Es importante observar que aunque el ángulo de fase disminuye, sigue siendo un ángulo de fase *atrasado*.

Finalmente, se aplica la ley de Ohm para circuitos de C.A. y se obtiene la impedancia del circuito de 98,2 ohm.

Si se disminuyera la frecuencia del circuito L.R. en paralelo, se tendrían efectos opuestos, es decir, disminuirían tanto la reactancia inductiva como la impedancia del circuito, mientras que aumentarían el ángulo de fase, la corriente a través del inductor y la corriente de línea. Como todo cambio de la frecuencia aplicada no tiene efecto sobre la resistencia y la tensión aplicada del circuito, sus valores permanecen fijos sin reflejar la disminución de la frecuencia.

3-11 CAMBIOS DE LA INDUCTANCIA EN UN CIRCUITO L.R. EN PARALELO

Cuando se aumenta o disminuye la inductancia en un circuito L.R. en paralelo, se obtienen los mismos efectos que con el aumento o la disminución de la frecuencia. Por ejemplo, disminuyendo la inductancia se disminuye la reactancia inductiva y la impedancia del circuito, haciendo aumentar, en cambio, el ángulo de fase y las corrientes a través del inductor y de la línea. Por otra parte, si se aumenta el valor de la inductancia se obtienen valores opuestos a los citados.

3-12 COMPARACIÓN ENTRE LOS CIRCUITOS L.R. EN SERIE Y EN PARALELO

En los párrafos anteriores, en que se trató de los efectos de los cambios de las propiedades de los circuitos en circuitos L.R. en serie y en paralelo, se destacó en todos los casos el hecho de que la reactancia inductiva varía directamente con la frecuencia aplicada y con el valor de la inductancia. Otro factor apreciable, es el hecho de que también la impedancia del circuito varía directamente con la frecuencia aplicada y el valor de la inductancia. Esto es debido a la impedancia del circuito, que depende directamente de la reactancia inductiva. El valor de la corriente total del circuito, o corriente de línea, depende de la oposición que ofrece el circuito al flujo de la corriente, y de forma que la corriente de línea del circuito en paralelo y el total de la corriente del circuito en serie, varían inversamente con el cambio de la frecuencia aplicada o del valor de la inductancia. Como la corriente que circula en un circuito en serie es igual en todas las partes del circuito, se usa como nivel de referencia en el análisis vectorial de tales circuitos. Por otra parte, en los circuitos en paralelo la tensión a través de las partes conectadas en paralelo es la misma; por ello, en el análisis vectorial de dichos circuitos se usa la tensión como nivel de referencia.

Las dos tablas siguientes sirven para resumir la forma en que cambian las propiedades de los circuitos en serie y en paralelo, cuando aumentan los valores de frecuencia e inductancia. La tabla 3-2 contiene el resumen de los cambios en dichas propiedades para valores decrecientes de frecuencia e inductancia.

TABLA 3-1

CAMBIO DE LAS PROPIEDADES DE CIRCUITOS L.R. EN PARALELO Y EN SERIE POR AUMENTO DE f o L

Circuito en serie	Circuito en paralelo
X_L aumenta	X_L aumenta
I_T disminuye	$I_{línea}$ disminuye
θ aumenta	θ disminuye
Z aumenta	Z aumenta
E_R disminuye	I_R se mantiene constante
E_L aumenta	I_L disminuye

TABLA 3-2

CAMBIO DE LAS PROPIEDADES DE CIRCUITOS L.R. EN PARALELO Y EN SERIE POR DISMINUCION DE f o L

Circuito en serie	Circuito en paralelo
X_L disminuye	X_L disminuye
I_T aumenta	$I_{línea}$ aumenta
θ disminuye	θ aumenta
Z disminuye	Z disminuye
E_R aumenta	I_R se mantiene constante
E_L disminuye	I_L aumenta

De las tablas 3-1 y 3-2 pueden extraerse las siguientes conclusiones:

1. En un circuito L.R. en serie, la corriente total del circuito varía en relación inversa con los cambios de frecuencia o inductancia, mientras que la impedancia y el ángulo de fase varían en relación directa con dichos cambios.

2. En un circuito L.R. en paralelo, la impedancia varía directamente con los cambios de frecuencia o inductancia; y la corriente de línea y el ángulo de fase varían en relación inversa con dichos cambios.

Además, el diagrama vectorial de las figuras estudiadas destaca los siguientes factores:

1. Cuanto mayor es la resistencia agregada a un circuito L.R. en serie, tanto más resistivo se hace el circuito y más se aproxima el ángulo de fase a cero grado.

2. Cuanto mayor es la resistencia agregada en un circuito L.R. en paralelo, tanto más inductivo se hace el circuito y más se aproxima el ángulo de fase a los 90°.

3. En todos los circuitos L.R. en serie, el ángulo de fase está *adelantado* (la tensión está adelantada).

4. En todos los circuitos L.R. en paralelo, el ángulo de fase está *atrasado* (la corriente está atrasada).

3-13 CONSTANTES DE TIEMPO R.L.

Se ha visto ya que la propiedad de la inductancia produce un atraso en el tiempo, entre la tensión aplicada y la corriente que genera, en todo circuito en el que la corriente varíe en función del tiempo. En los circuitos de C.A. que poseen inductancia y resistencia, la corriente sigue a la tensión aplicada con una diferencia de fase θ. En tales circuitos el ángulo de fase depende de la relación entre la reactancia inductiva y la resistencia del circuito (X_L/R). En los circuitos de C.C. el atraso de tiempo de la corriente, originado al iniciarse o cesar la tensión, no depende de la frecuencia puesto que es cero en un circuito de C.C., sino que depende del valor de la inductancia y de la resistencia del circuito de C.C.

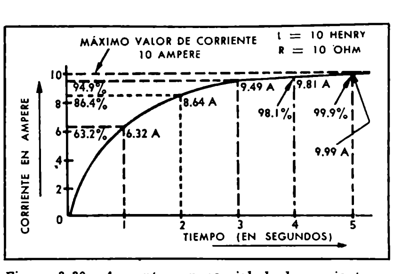


Figura 3-20. Aumento exponencial de la corriente en un circuito L.R.

Fundamentos de la constante de tiempo R.L.

Cuando se aplica una corriente continua a una resistencia pura, la corriente alcanza instantáneamente su máximo valor; sin embargo, agregando una inductancia al circuito la corriente se retrasa debido a la f.e.m. inducida, y el aumento de la corriente no es instantáneo. La figura 3-20 muestra la curva de aumento de la corriente en un circuito de C.C. que tiene resistencia e inductancia. Esta curva es una curva exponencial, de manera que la corriente aumenta primero rápidamente de valor, y por último se aproxima en forma gradual a su máximo valor. Según se ve en la curva, durante la primera unidad de tiempo la corriente alcanza el 63,2 por ciento de su valor máximo, en la segunda unidad de tiempo aumenta en un 63,2 por ciento del 36,8 por ciento que restaba aún ascender, o sea el 86,4 por ciento del máximo aumento. En forma similar, la corriente aumenta un 63,2 por ciento del valor restante de la corriente durante cada unidad siguiente de tiempo. Teóricamente, en un au-

mento de dicho tipo la corriente nunca alcanzaría el máximo, pues siempre existiría un resto. Sin embargo, en la práctica se considera que la corriente ha alcanzado el máximo después de cinco unidades de tiempo.

Recíprocamente, la corriente en un circuito inductivo de C.C., no cae inmediatamente a cero cuando se desconecta la fuente de tensión, como sería el caso en un circuito puramente resistivo. En la figura 3-21 se representa la curva de la caída de la corriente en un circuito inductivo. Esta curva es la inversa de la que representa el aumento de la corriente (figura 3-20), es decir, la caída es muy rápida al principio, y al final alcanza en forma gradual el valor mínimo. En la primera unidad de tiempo la corriente tiene una caída del 63,2 por ciento de su valor máximo, o sea, le resta sólo 36,8 por ciento para alcanzar su valor cero. En la segunda unidad de tiempo la corriente cae un 63,2 por ciento de este resto, o sea, el 13,6 por ciento del valor máximo. Este proceso continúa hasta que después de cinco unidades de tiempo se considera que la corriente ha alcanzado el cero.

La unidad de tiempo durante la cual se produce el 63,2 por ciento del máximo aumento o caída de la corriente, se llama *constante* de tiempo del circuito R.L. La constante de tiempo es igual a la inductancia dividida por la resistencia, o sea:

$$t = \frac{L}{R} \qquad (3\text{-}11)$$

Es decir, que la constante de tiempo está en relación directa de la inductancia, y en relación inversa de la resistencia del circuito. En otros términos, cuanto mayor inductancia presenta un circuito, mayor es la unidad de tiempo requerida por la corriente para alcanzar el 63,2 por ciento de su valor máximo; y cuanto mayor es la resistencia del circuito, menor será la unidad de tiempo.

Como ejemplo para calcular la constante de tiempo R.L., se supone que se aplican 100 volt de corriente continua a un circuito de R.L. que tiene un resistor de 10 ohm y un inductor de 10 henry. La corriente máxima en el circuito, según la ley de Ohm, es de 10 ampere. La constante de tiempo se determina como sigue:

$$t = \frac{L}{R}$$

$$= \frac{10}{10}$$

$$t = 1 \text{ segundo}$$

Los intervalos de la constante de 1 segundo están indicados en la figura 3-20, con espacios iguales a lo largo del eje de referencia. Se comprueba en la figura que la corriente necesita 1 segundo de tiempo para alcanzar 6,32 ampere, o sea el 63,2 por ciento de la máxima corriente del circuito. Después de un período de dos constantes de tiempo R.L. (2 segundos), la corriente aumenta 63,2 por ciento del resto, o sea alcanza un valor de 8,64 ampere. Después de 5 constantes de tiempo R.L., o 5 segundos, la corriente alcanza el valor de 9,99 ampere, que en la práctica se considera como el valor máximo.

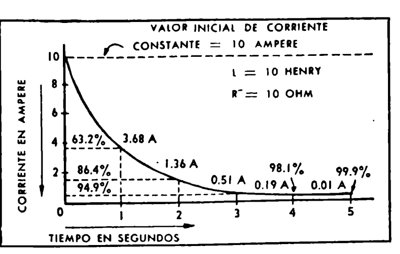


Figura 3-21. Caída exponencial de corriente en un circuito L.R.

Se produce la inversa del caso anterior cuando la fuente de tensión se desconecta del circuito, y se reemplaza por un conductor, según lo indica la curva de la figura 3-21. Después de 1 segundo o 1 tiempo R.L., la corriente disminuye el 63,2 por ciento de su máximo, o sea hasta 3,68 ampere. Sigue luego el proceso de disminución del 63,2 por ciento del resto, hasta que al final de 5 segundos (5 tiempos R.L.) la corriente ha disminuido a 0,01 ampere, que para nuestros fines prácticos se considera como corriente cero.

La figura 3-22 muestra las curvas para varias constantes de tiempo R.L. La curva punteada, curva A, representa la constante de tiempo para el circuito considerado anteriormente. La curva B representa la constante de tiempo de un circuito R.L. con una inductancia de 10 henry y una resistencia de 5 ohm La constante de tiempo en este caso es de 2 segundos. Debe recordarse que como la resistencia del circuito ha sido disminuida, la corriente máxima del circuito aumenta, y su nuevo valor es de 20 ampere. Al final de los dos segundos la corriente alcanzará un valor del 63,2 por ciento de 20, o sea 12,6 ampere. Después de 10 segundos, o 5 constantes de tiempo R.L., la corriente alcanza el valor de 19,9 ampere, que en la práctica se considera el máximo. Como la máxima intensidad de la corriente en un circuito de C.C. está determinada únicamente por la re-

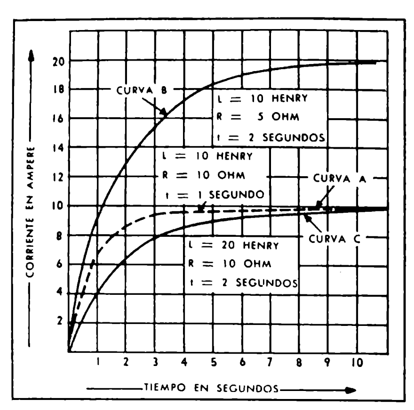


Figura 3-22. Constantes de tiempo en los circuitos L.R.

sistencia, si se desea mantener la máxima intensidad en un valor fijo dado, debe variarse la constante de tiempo variando la inductancia. Por lo tanto, si en el ejemplo original se mantiene la resistencia en 10 ohm, la corriente permanecerá en 10 ampere; y la constante de tiempo puede aumentarse de uno a dos segundos aumentando la inductancia a 20 henry.

Cuando se aplica una corriente continua al circuito que tiene un inductor de 20 henry y una resistencia de 10 ohm, la corriente aumenta en la forma que indica la curva C. En dos segundos (1 tiempo R.L.) la corriente aumenta el 63,2 por ciento del valor máximo, o sea 6,32 ampere. Al término de los 4 segundos (2 constantes de tiempo R.L.) la corriente ha aumentado a 8,64 ampere. Finalmente, al cabo de 10 segundos (5 tiempos R.L.), la corriente alcanza prácticamente su máximo valor de 10 ampere. Se comprueba así que aumentando la inductancia y con el mismo valor de resistencia, se aumenta la constante de tiempo R.L.

Gráfico universal de constantes de tiempo

La figura 3-23 muestra el gráfico universal de la constante de tiempo para los circuitos R.L. de C.C., o de C.A. con nivel de referencia de C.C. pulsante. Sobre esta curva se ha trazado el eje horizontal en unidades de constantes de tiempo R.L., y el eje vertical representa el porcentaje de la máxima corriente o la máxima tensión sobre el resistor. La curva A representa la co-

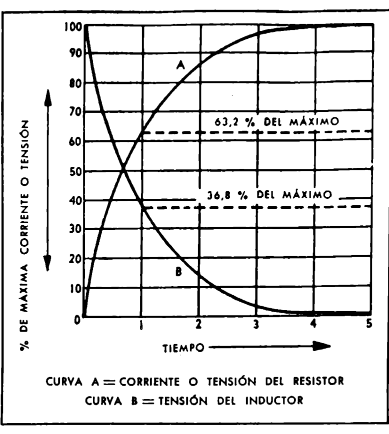


Figura 3-23. Gráfico universal de la constante de tiempo L.R.

rriente o la tensión del resistor cuando el circuito está cerrado, mientras que la curva B representa la tensión del inductor. Con este gráfico pueden determinarse en cualquier instante, los valores de la corriente del circuito y de las tensiones a través del resistor y del inductor.

Como ejemplo de la forma de emplear el gráfico universal de constantes de tiempo, se suponen valores iguales a los del ejemplo anterior: inductancia, 10 henry; resistencia, 10 ohm; y tensión aplicada, 100 volt. La constante de tiempo para este circuito es de 1 segundo, es decir, la corriente alcanza el 63,2 % de su máximo valor en un segundo. En el instante en que se aplica la tensión (tiempo cero), la tensión a través del inductor es máxima, o sea 100 volt, y la tensión a través del resistor y la corriente del circuito tienen valor cero. Después de una constante de tiempo, la corriente aumentó a 6,32 ampere, y la tensión a través del resistor ha aumentado a 63,2 volt, siendo ambos valores el 63,2 por ciento de sus respectivos valores máximos. En el mismo tiempo la tensión a través del inductor disminuye a 36,8 volt, es decir, una disminución del 63,2 por ciento de su valor máximo en el tiempo cero. En forma similar, los valores calculados anteriormente pueden determinarse para cualquier punto a lo largo del eje horizontal de constantes de tiempo.

En los ejemplos anteriores, los valores del circuito y de constantes de tiempo son algo grandes,

adecuados para el análisis; pero, sin embargo, es necesario comprender que en la práctica las constantes de tiempo pueden medirse en milisegundos y también en microsegundos. En tales casos se emplean inductancias pequeñas y resistencias elevadas. Aunque en la práctica muchos de los circuitos son de C.A., las constantes de tiempo determinan el nivel de la C.C. en los circuitos que tienen ambas corrientes.

3-14 INDUCTORES CONECTADOS EN SERIE Y EN PARALELO

Para ciertas aplicaciones resulta necesario conectar más de un inductor en serie o en paralelo, para resolver los problemas del circuito. Cuando se conectan dos o más inductores en serie o en paralelo, dispuestos en forma que no haya interacción entre ellos, la inductancia total y la reactancia inductiva se calculan siguiendo las mismas reglas usadas para determinar la resistencia total de dos o más resistencias conectadas en serie o en paralelo.

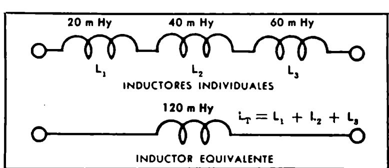


Figura 3-24. Inductancia total de inductores conectados en serie

Conexión de inductores en serie

La inductancia total de inductores conectados en serie, se calcula por el mismo método usado para determinar el valor total de la resistencia de los resistores conectados en serie (ver figura 3-24), siempre que no haya acoplamiento o interacción entre los inductores. La inductancia total es la suma de las inductancias individuales y se calcula como sigue:

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 \quad (3\text{-}12)$$
$$= 20 + 40 + 60$$
$$L_T = 120 \text{ milihenry}$$

El inductor único de 120 milihenry representa en la figura la impedancia total de los tres inductores individuales agrupados. En la figura 3-25A, se ve un circuito que contiene un inductor de 20 milihenry, uno de 40 milihenry y otro de 60 milihenry conectados en serie. La reactancia inductiva de dicho circuito puede determinarse aplicando uno de los siguientes métodos: se calcula la reactancia inductiva de cada inductor por separado y luego se suman los valores obtenidos, o se determina la inductancia equivalente del circuito (parte B de la figura 3-25) y se calcula la reactancia inductiva del inductor equivalente.

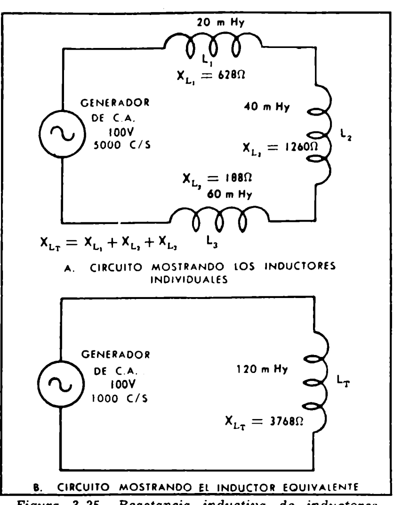


Figura 3-25. Reactancia inductiva de inductores conectados en serie

Las reactancias inductivas son las siguientes: $X_{L1} = 628$ ohm, $X_{L2} = 1260$ ohm, y $X_{L3} = 1880$ ohm. La reactancia inductiva total del circuito es igual a la suma de las reactancias individuales, o sea:

$$X_{LT} = X_{L1} + X_{L2} + X_{L3}$$
$$= 628 + 1260 + 1880$$
$$X_{LT} = 3768 \text{ ohm}$$

Si se aplica el segundo método para determinar la reactancia inductiva total, se obtendrá el mismo valor:

$$X_{LT} = 2\pi fL$$
$$= 6{,}28 \times 5 \times 10^3 \times 120 \times 10^{-3}$$
$$X_{LT} = 3768 \text{ ohm}$$

Se deduce en conclusión, que la reactancia inductiva total de un circuito que tiene dos o más inductancias conectadas en serie, y siempre que no haya interacción entre las mismas, se calcula de la misma forma que las resistencias conectadas en serie.

Conexión de inductores en paralelo

Según puede apreciarse en la figura 3-26, la inductancia total de los inductores conectados en

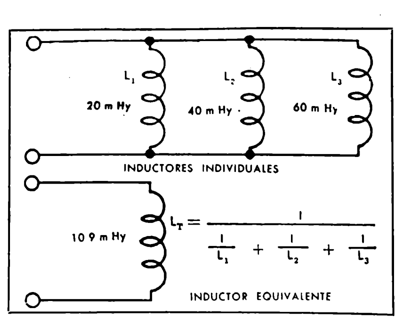


Figura 3-26. Inductancia total de inductores conectados en paralelo

paralelo, se calcula de la misma manera que se emplea para determinar el valor total de las resistencias conectadas en paralelo, siempre que, como en el caso anterior, no haya acoplamiento o interacción entre los inductores. La inductancia total es la recíproca de la suma de las recíprocas de cada inductor por separado, lo que se expresa en la siguiente fórmula:

$$L_T = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}} \qquad (3\text{-}13)$$

y sustituyendo por los valores indicados en la figura 3-26,

$$L_T = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{60}}$$

se aplica el mínimo común denominador y se obtiene L_T,

$$L_T = \frac{1}{\frac{6}{120} + \frac{3}{120} + \frac{2}{120}}$$

$$L_T = 10{,}9 \text{ milihenry}$$

El inductor único de 10,9 milihenry de la figura, representa la inductancia total de los tres inductores individuales agrupados en uno solo. Debe notarse que la inductancia equivalente es menor que la inductancia más pequeña en el circuito en paralelo, lo que está de acuerdo con las leyes de dichos circuitos. Si los tres inductores fueran de igual valor, podría obtenerse la inductancia total dividiendo la inductancia de uno de los inductores por el número de inductores del circuito.

En la figura 3-27A se muestra el circuito que contiene los tres inductores en paralelo. De manera similar al circuito conectado en serie, la reactancia inductiva del circuito conectado en paralelo se obtiene por dos métodos: 1) se halla primeramente la reactancia inductiva de cada inductor, y luego se calcula la reactancia inductiva total hallando la recíproca de la suma de las recíprocas de cada reactancia. 2) se calcula primero la inductancia total del circuito (fig. 3-27B), y luego se halla la reactancia inductiva del inductor equivalente único.

3-15 RESUMEN

La corriente alterna produce efectos distintos a los de la corriente continua, por lo que reacciona también en forma diferente ante las diversas propiedades de los circuitos. En los circuitos de C.A. que tienen únicamente la propiedad de resistencia, los valores de la corriente y de la tensión están en fase, mientras que en los circuitos de inductancia, la corriente y la tensión del circuito C.A. que tienen las propiedades de resistencia e inductancia, la corriente y la tensión están desfasadas.

La inductancia es la propiedad de un circuito eléctrico que tiende a oponerse a todo cambio de la corriente que por él fluye. Los elementos diseñados especialmente para introducir inductancia en el circuito se denominan inductores. La oposición que presenta la inductancia a la corriente alterna se llama reactancia inductiva, se designa con el símbolo X_L y se mide en ohm. Cuanto más alta es la frecuencia o mayor la inductancia, mayor es la reactancia inductiva.

En un circuito L.R. en serie el valor de la corriente es igual en todas sus partes, y, por ello, se usa la corriente como nivel de referencia para analizar dichos circuitos. La tensión a través de la inductancia está desfasada en 90° en relación a la tensión a través de la resistencia. El vector resultante de ambas tensiones es igual a la tensión aplicada.

La oposición total que ofrece al flujo de la corriente el circuito L.R. en serie, se denomina impedancia del circuito. La impedancia se mide en ohm y se designa con la letra Z. La impedancia es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de la resistencia (R) y de la reactancia inductiva (X_L).

La dirección del vector de la impedancia es la misma que la del vector de la tensión aplicada; y la dirección del vector de la resistencia es la misma que la del vector de la corriente. Por lo tanto, la corriente en un circuito L.R. en serie, está

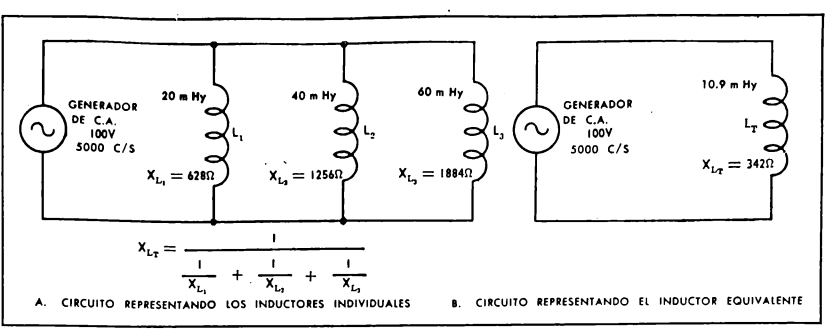


Figura 3-27. Reactancia inductiva de inductores conectados en paralelo

atrasada respecto a la tensión aplicada, por el ángulo que forma el vector de la impedancia con el vector de la resistencia. Dicho ángulo se llama ángulo de fase (θ), y se determina mediante las funciones trigonométricas tangente o coseno, según cuál sea la función conocida.

En los circuitos L.R. en paralelo, el valor de la tensión a través de las ramas es igual, y, por esta causa, se emplea la tensión como nivel de referencia para el análisis de dichos circuitos. Los valores de la corriente a través de la inductancia y de la resistencia, están desfasados 90 grados entre sí. En un circuito L.R. en paralelo, la corriente resultante o corriente de línea es siempre mayor que la corriente a través de cada rama. El ángulo que el vector de la corriente de línea forma con el vector de la corriente de la resistencia, es el ángulo de fase del circuito, y se determina mediante el uso de las funciones trigonométricas tangente o coseno. Como la corriente total del circuito L.R. en paralelo es mayor que la corriente en cada rama, la impedancia del circuito es menor que la oposición de cada rama.

El tiempo que requiere el aumento o caída de la intensidad en un circuito L.R. de C.C., depende de la inductancia y resistencia del circuito. La corriente aumenta al 63,2 por ciento de su máximo valor o cae el 63,2 por ciento de dicho valor, en una unidad de tiempo llamada constante de tiempo R.L. del circuito. En las siguientes unidades de tiempo la corriente aumenta o disminuye el 63,2 por ciento del resto, hasta que finalmente, después de cinco constantes de tiempo R.L., ha alcanzado su máximo valor o ha descendido a cero.

La inductancia total y la reactancia inductiva de dos o más inductores conectados en serie, y que no se hallen acoplados, se determina en igual forma que el valor total de las resistencias conectadas en serie. En forma similar, en el caso de los inductores conectados en paralelo, que no se hallen acoplados, la inductancia total y la reactancia inductiva se determinan de igual forma que el valor total de las resistencias conectadas en paralelo.

CUESTIONARIO

1. ¿Cuándo afecta la inductancia del circuito la corriente que por el mismo fluye?
2. Definir la reactancia inductiva y enunciar la fórmula con que se halla dicha propiedad.
3. Cuando la frecuencia de una corriente alterna aplicada a un inductor disminuye, la reactancia inductiva...
4. ¿Cuál es la reactancia inductiva de un inductor de 10 milihenry al que se aplica una tensión de C.A. de 100 volt y 2000 c/s?
5. Determinar la frecuencia aplicada a un inductor de 5 milihenry que tiene una reactancia inductiva de 188 ohm.

6. ¿Cuál es la relación de fase de la corriente y la tensión en un circuito resistivo puro?... en un circuito inductivo puro?... en un circuito que contiene inductancia y resistencia?

7. ¿Cómo se suman las caídas de tensión a través del inductor y el resistor, en un circuito L.R. en serie?

8. Defínase la impedancia y enúnciese la fórmula para determinarla en un circuito L.R. en serie.

9. ¿Qué funciones trigonométricas se usan generalmente para determinar el ángulo de fase?

10. Si el valor de la resistencia es pequeño con relación al valor de la reactancia inductiva, en un circuito L.R. ¿resulta el circuito inductivo o resistivo? ¿Se aproximará el ángulo de fase a cero o a 90 grados?

11. Determínese el ángulo de fase, y el valor total de la corriente del circuito y de las caídas de tensión a través de las partes de un circuito L.R., que tiene un inductor de 15 milihenry y una resistencia de 1500 ohm, con una tensión alterna aplicada de 500 volt a 1000 c/s.

12. La caída de tensión a través de un inductor de 10 milihenry es de 157 volt, y a través de la resistencia de 500 ohm, es de 250 volt. Suponiéndose que se trata de un circuito L.R. en serie, cuya tensión aplicada de C.A. es de una frecuencia de 5000 c/s, hállese el valor de la tensión aplicada, la impedancia, el valor de la corriente total del circuito y el ángulo de fase.

13. ¿Está adelantada o atrasada la corriente respecto a la tensión aplicada, en un circuito L.R. en paralelo?

14. ¿Es la corriente de línea de un circuito L.R. en paralelo de mayor o menor valor que la corriente a través de la rama inductiva? Enúnciese la fórmula para determinar la corriente de línea.

15. ¿Es la impedancia de un circuito L.R. en paralelo, mayor o menor que la resistencia o reactancia inductiva de las ramas individuales? Enunciar la fórmula de Ohm para determinar la impedancia.

16. En un circuito L.R. en paralelo la tensión aplicada es de 300 volt y 6000 c/s de frecuencia, la resistencia es de 400 ohm y la inductancia de 20 milihenry. Calcular el valor de la corriente a través del resistor, del inductor y de la línea, la impedancia y el ángulo de fase.

17. En un circuito L.R. en paralelo, la tensión aplicada es de 157 volt a una frecuencia de 1000 c/s, la resistencia es de 300 ohm y la reactancia inductiva de 314 ohm. Calcular el valor de la inductancia en el circuito, y los valores de la corriente de las ramas individuales y de la línea, la impedancia del circuito y el ángulo de fase.

18. ¿Aumenta o disminuye el ángulo de fase cuando aumenta la frecuencia de un circuito L.R. en paralelo?

19. ¿Qué efecto tiene la disminución de la frecuencia sobre la impedancia, el ángulo de fase y el valor total de la corriente del circuito en un circuito L.R. en serie?

20. ¿Varían la impedancia, la corriente de línea y el ángulo de fase directa o inversamente con respecto al cambio de la inductancia y la frecuencia aplicada en un circuito L.R. en paralelo?

21. Explicar brevemente el significado de la constante de tiempo R.L. Enunciar la fórmula para hallarla en un circuito.

22. ¿Cuántas constantes de tiempo R.L. se necesitan para que la corriente aumente a su máximo valor práctico?

23. ¿Cuál es la constante de tiempo de un circuito L.R. en serie, que tiene una resistencia de 10.000 ohm y una inductancia de 50 milihenry?

24. Si la tensión aplicada al circuito de la pregunta 23 fuera de 500 volt ¿cuánto tardaría la corriente en alcanzar el valor de 43,2 miliampere?

25. Si se conectan en serie tres inductores que no están acoplados, y sus valores son 10 milihenry, 20 milihenry y 30 milihenry ¿cuál será la inductancia total y la reactancia inductiva total del circuito cuando funciona a 400 kilociclos?

26. Calcular la inductancia total y la reactancia inductiva de los tres inductores de la pregunta 25, cuando se conectan en paralelo.

CAPITULO IV

Reactancia Capacitiva e Impedancia

4-1 Introducción

La capacidad es la propiedad que posee un capacitor de oponerse a todo cambio de la tensión aplicada. El capacitor de un circuito de C.C. se carga hasta un valor de tensión igual y opuesto a la tensión aplicada, anulando así la fuerza electromotriz producida por la fuente de C.C., y bloqueando al flujo de dicha corriente. Por otra parte, si se conecta un capacitor a un circuito de C.A., en el que la tensión aplicada varía continuamente, también el capacitor se carga y descarga continuamente. De esta manera, aunque en realidad no fluye ninguna corriente a través del capacitor los efectos de la tensión variable de C.A. se hacen sentir a través del mismo en otras partes componentes del circuito.

Cuando se conecta un capacitor a un cricuito de C.A., la corriente del circuito disminuye. A esta propiedad del capacitor que provoca la disminución de la corriente del circuito de C.A., se le da el nombre de reactancia capacitiva. Su magnitud, que se mide en ohm, depende de factores eléctricos y físicos, en buena parte del tipo de la reactancia inductiva. Sin embargo, el desfasaje o el ángulo de fase creados entre la corriente y la tensión aplicada, por efecto de la reactancia capacitiva del circuito, no son iguales a los creados entre la corriente y la tensión aplicada por la reactancia inductiva.

El estudio de la reactancia capacitiva y de la impedancia de los circuitos R.C., seguirá un curso paralelo al trazado en el capítulo anterior para el estudio de la reactancia inductiva e impedancia del circuito L.R. Por lo tanto, se estudia primero en este capítulo la forma en que se crea la diferencia angular entre la tensión aplicada y la corriente del circuito. Luego, se estudiará la forma de combinación vectorial de la reactancia capacitiva y de la resistencia de un circuito de C.A., para determinar la impedancia u oposición total del circuito al flujo de la corriente alterna.

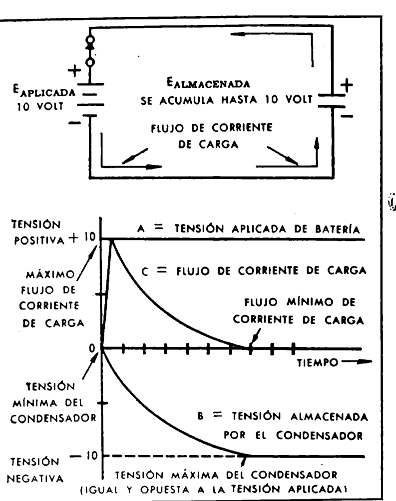


Figura 4-1. Comparación de los valores máximos y mínimos de la corriente de carga y de la tensión del condensador

4-2 FUNDAMENTOS DE LA CAPACIDAD

Al estudiar la capacidad se vio que Q = CE, en la que los factores Q, E y C, son respectivamente: la carga eléctrica en coulomb, la tensión en volt y la capacidad en farad. La fórmula indica que a medida que aumenta la capacidad también aumenta la carga en coulomb. Además, la intensidad en ampere de la corriente que fluye en el condensador (corriente de carga), depende de la capacidad del circuito (C), del cambio en la tensión aplicada (ΔE), y del cambio en función del tiempo (Δt) en el que se produce la variación de la tensión. Debe recordarse que la corriente de carga de un capacitor alcanza su máxima intensidad de flujo, inmediatamente de producirse la variación de la tensión, y disminuye luego gradualmente a medida que el capacitor acumula una carga. Es decir, cuando el capacitor se carga hasta la máxima tensión aplicada, cesa el flujo de la corriente de carga en el mismo. Esto se observa en la figura 4-1, donde la curva A representa la tensión constante de C.C. aplicada al circuito desde el tiempo cero; la curva B, la formación en el capacitor de una tensión de valor igual y opuesto al de la tensión aplicada; y la curva C, la corriente de carga que fluye en el capacitor. El punto de esta figura que debe destacarse por su importancia, es el de la relación entre la máxima y mínima corriente de carga con los puntos de máxima y mínima tensión del capacitor.

Reactancia capacitiva

La reactancia capacitiva es la oposición que ofrece un capacitor al flujo de una corriente alterna, y se mide en ohm. Debe tenerse presente que la capacidad es la propiedad de oponerse a cualquier cambio en la tensión, y se mide en farad. Se estableció anteriormente que un capacitor conectado a un circuito de C.A., disminuye la corriente a través del mismo, siendo la reactancia capacitiva la causa de esta disminución. Por otra parte, la reactancia capacitiva actúa en forma opuesta a la reactancia inductiva y también en forma distinta a una resistencia pura. A la vez, se estudió que el capacitor aplicado a un circuito de C.C. presenta una resistencia muy alta a la coriente continua, pero que, sin embargo, esta oposición es en forma de reactancia en un circuito de C.A.

El cálculo de la reactancia capacitiva se comprende mejor, analizando primeramente lo que ocurre cuando se aplica una tensión de C.A. a un capacitor. Obsérvese en la figura 4-2, que las curvas representan la primera mitad del ciclo de una tensión de C.A. aplicada a un capacitor ideal. Este semiciclo de trazo lleno y sentido positivo representa la tensión aplicada. A medida que ésta aumenta desde cero, también aumenta, pero en sentido opuesto, la tensión del condensador, es decir, siempre es igual y opuesta al valor de $E_{aplicada}$. En el tiempo cero la corriente de carga se eleva instantáneamente a su valor máxi-

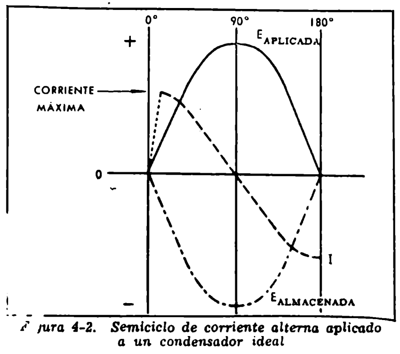


Figura 4-2. Semiciclo de corriente alterna aplicado a un condensador ideal

mo, comienza a fluir en el capacitor y lo carga en la forma descripta anteriormente. En el punto de 90°, $E_{aplicada}$ ha alcanzado su máximo valor; la corriente de carga, o corriente del circuito, ha caído a cero, y la tensión del capacitor es igual y opuesta en valor a la máxima tensión aplicada. Después del punto de 90° la tensión aplicada E comienza a disminuir, pero el capacitor, que tiende a oponerse a todo cambio en la tensión, también comienza a descargarse. De esta manera, la diferencia de potencial existente en el capacitor disminuye hacia cero, a medida que la corriente invierte su sentido y fluye retornando del capacitor al circuito, para tratar de oponerse a la disminución de la tensión desde el máximo valor de $E_{aplicada}$. La inversión de la corriente del circuito se produce en el punto de la gráfica en el que la curva de corriente (I), corta la línea de referencia cero. Cuando disminuye aún más la tensión aplicada, la corriente prosigue su curva sinusoidal en sentido negativo. Finalmente, cuando la tensión aplicada ha disminuido a cero, la corriente alcanza su máximo valor negativo. En dicho tiempo, también es cero la tensión del capacitor.

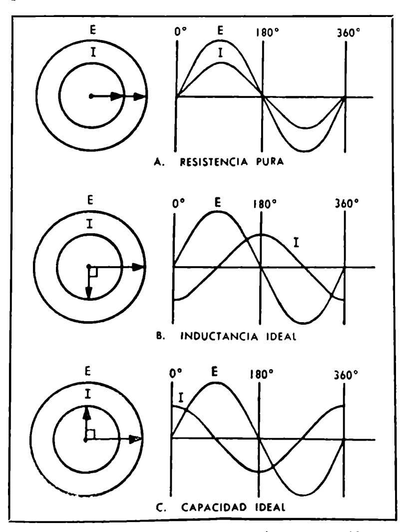


Figura 4-3. Relaciones entre corriente y tensión a través de una resistencia, una inductancia y una capacidad

Debido a la propiedad del capacitor de oponerse a las variaciones de tensión cargándose y descargándose, la corriente y la tensión aplicadas a un circuito capacitivo puro están desfasadas 90°, y la tensión *está atrasada* respecto a la corriente.

Cálculo de la reactancia capacitiva

La fórmula de la reactancia capacitiva es:

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC} \qquad (4\text{-}1)$$

es decir, la reactancia capacitiva es inversamente proporcional al producto $2\pi fC$, donde:

X_c = reactancia capacitiva en ohm

2π = (2 pi = 6,28), número de radianes en una sinusoide

f = frecuencia, en ciclos por segundo, de la tensión alterna aplicada

C = capacidad en farad

Se supone como ejemplo para calcular la reactancia capacitiva de un capacitor, una capacidad de un valor de 5 microfarad y una frecuencia de 1000 c/s. Se sustituyen los valores y se tiene:

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$X_c = \frac{1}{6{,}28 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-6}} = \frac{1 \times 10^3}{31{,}40}$$

$$X_c = 31{,}8 \text{ ohm}$$

De la ecuación (4-1) resulta evidente que el valor en ohm de la reactancia capacitiva, varía en relación inversa a la frecuencia de la tensión aplicada, y también en relación inversa al valor de la capacidad. En otras palabras, si el producto de la frecuencia por la capacidad disminuye, el valor en ohm de la reactancia capacitiva aumenta; y, en cambio, si este producto aumenta, la reactancia capacitiva disminuye.

4-3 RELACIONES DE TENSIÓN Y CORRIENTE

En un estudio anterior de las relaciones de fase entre la corriente del circuito, y la tensión aplicada a través de un circuito resistivo puro de C.A., se comprobó que la corriente y la tensión están en fase. Ello significa que la sinusoide de la tensión y la sinusoide de la corriente atraviesan los puntos máximo positivo, cero y máximo negativo, en el mismo instante. Esto es lo que muestra la figura 4-3A, en la que el vector rotativo representa la relación de fase existente.

En el capítulo anterior también se estudió la relación de fase existente entre la tensión y la

corriente a través de un inductor. Se comprobó que la corriente a través del inductor estaba atrasada respecto a la tensión aplicada de C.A., debido a la propiedad de la inductancia de oponerse a todo cambio del flujo de la corriente en el circuito. En la figura 4-3 B se representan gráficamente las relaciones de fase entre la corriente y la tensión, a través de una inductancia ideal. Esta figura muestra el ángulo de fase (la tensión está adelantada a la corriente en 90°) a través de un inductor ideal, que teóricamente carece de propiedades resistivas.

La capacidad es la propiedad de un circuito que se opone a todo cambio en *la tensión,* y por su efecto la corriente está adelantada respecto a la tensión en 90°, como puede verse en la figura 4-3 C. En ella la corriente pasa en sentido positivo por el nivel de referencia cero, 90 grados antes que la sinusoide de la tensión. Debe tenerse en cuenta que este ángulo de fase de 90 grados se produce únicamente en el caso de un elemento teórico, o sea el capacitor ideal.

Análisis del circuito R.C. en serie de corriente alterna

Mediante un circuito R.C. en serie, con tensión aplicada alterna, se establece una especie de competencia entre dos fuerzas. Una de estas fuerzas es la capacidad, que contiene la corriente y la tensión desfasadas 90°, estando adelantada la corriente respecto a la tensión. La otra fuerza representa la resistencia, que tiende a mantener la corriente del circuito en fase con la tensión aplicada. En la figura 4-4 se ven las curvas de la corriente y de la tensión, a través de cada parte componente del circuito R.C. en serie. En esta figura puede comprobarse que las caídas de tensión a través de cada parte, están desfasadas en 90°. Como la corriente en un circuito en serie es constante en

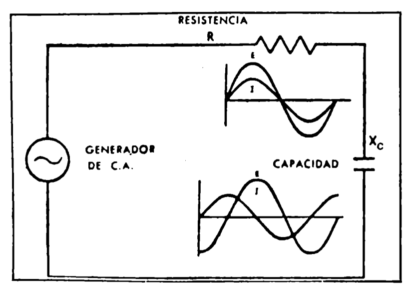


Figura 4-4. Curvas de tensión y corriente en un circuito en serie R.C. con tensión alterna aplicada

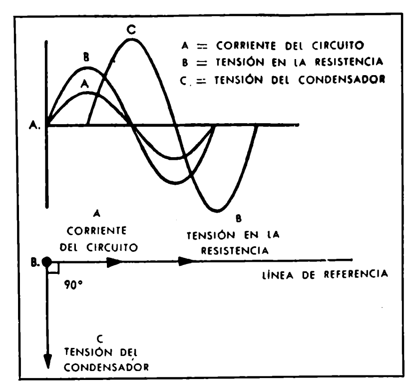


Figura 4-5. Comparación entre la corriente del circuito, tensión en la resistencia y la tensión del condensador, en un circuito R.C. en serie

cada una de las partes del circuito, es la magnitud más lógica para utilizar como referencia en este caso En la figura 4-5 A se muestran las dos curvas de tensión correspondientes al circuito, juntamente con la curva del flujo de corriente en el mismo. La corriente en el circuito se representa por la curva A; la tensión a través del resistor, por la curva B; y la tensión a través del capacitor, por la curva C. Como la corriente del circuito se usa como eje de referencia, ha sido trazada a lo largo del eje horizontal en la representación vectorial de la figura 4-5 B. Además, debido a que la corriente y la tensión a través del resistor están en fase, dicha tensión se ha representado también sobre el eje horizontal de referencia. Sin embargo, cuando está presente la reactancia capacitiva, la corriente está adelantada respecto a la tensión a través del capacitor en 90°. O sea, E_c, tensión a través del capacitor, se representa 90° atrasada de la corriente del circuito y de la tensión en el resistor.

Para pasar a calcular la caída total de tensión de un circuito R.C. en serie, conviene resumir los hechos comprobados anteriormente. En primer lugar se recordará que la reactancia capacitiva en ohm, es el resultado de una combinación de factores eléctricos y físicos. En segundo lugar, debe tenerse en cuenta que la resistencia es una magnitud fija, que depende por completo de la construcción física del elemento resistivo. Si se representa ahora la caída de tensión en el resistor, que depende del flujo de corriente en el circuito

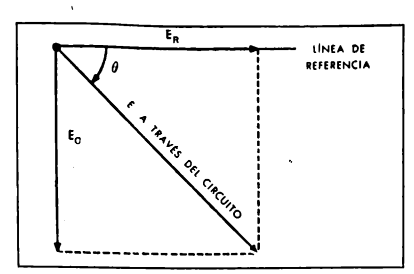


Figura 4-6. Representación vectorial de la tensión total a través de un circuito R.C. en serie

y del valor del resistor, adelantada 90 grados respecto a la caída de tensión del capacitor, que, a su vez, depende del valor de la frecuencia, capacidad y corriente a través del circuito, se puede obtener la resultante de la caída total de tensión en el circuito. Esta resultante vectorial es la que indica la figura 4-6.

Si se estudia la figura 4-6, podrá observarse que si se aumenta la reactancia capacitiva, aumentará la tensión del circuito y también el ángulo de fase entre la corriente y la tensión. De esta forma, el circuito resultará más capacitivo para el generador.

La impedancia en un circuito R.C. en serie de C.A.

En relación al generador, la combinación de resistencia y reactancia capacitiva haría capacitivo al circuito, puesto que la corriente en el mismo está adelantada a la tensión. Sin embargo, la corriente no está adelantada en 90° a la tensión y, en consecuencia, la oposición del circuito en ohm, no es igual a la reactancia del condensador ni tampoco igual a la resistencia. La solución del problema de la oposición total a la corriente se puede hallar mediante la combinación vectorial de la reactancia capacitiva y la resistencia. Esta combinación se denomina impedancia y determina el valor total de la oposición al flujo de la corriente en el circuito.

En el estudio de los circuitos L.R., se definió la impedancia como la oposición total que presenta un circuito reactivo-resistivo al flujo de la corriente del circuito. Esta definición sigue siendo cierta para todo circuito reactivo-resistivo, sea que el circuito contenga reactancia inductiva, reactancia capacitiva o ambas a la vez. También en el estudio de la inductancia y de la reactancia inductiva para determinar la corriente del circuito cuando se conoce la tensión aplicada al mismo, puede sustituirse en la ley de Ohm a la resistencia por la impedancia (Z) del circuito reactivo-resistivo. Teniendo en cuenta estos factores, podrá hallarse la impedancia de un circuito R.C. en serie, y el valor de otras magnitudes importantes aunque se tenga un mínimo de datos conocidos. A continuación se determina como ejemplo el siguiente problema de impedancia:

Se supone un circuito R.C. en serie que tiene un generador de C.A. de 100 volt y 60 c/s, un resistor de 500 ohm y un *resistor* de 8 microfarad. Es el circuito que se representa en la figura 4-7 A. El primer paso en el análisis de este circuito es calcular la reactancia capacitiva, para lo que se emplea la ecuación (4-1):

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$X_c = \frac{1}{6{,}28 \times 60 \times 8 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{1}{3014 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{1 \times 10^{6}}{3014}$$

$$X_c = 332 \text{ ohm}$$

Con la reactancia capacitiva obtenida de 332 ohm y la resistencia conocida de 500 ohm, el paso que sigue lógicamente es hallar la impedancia del circuito. Como la impedancia es la combinación vectorial de la reactancia capacitiva y la resistencia, y la tensión a través del resistor está adelan-

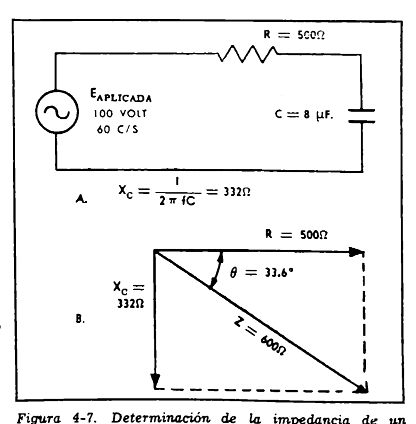


Figura 4-7. Determinación de la impedancia de un circuito R.C. en serie

tada en 90° a la tensión a través del capacitor, los valores de la reactancia capacitiva y de la resistencia pueden representarse gráficamente según se ve en la figura 4-7 B. Después de representar los valores de la reactancia capacitiva y de la resistencia formando ángulo recto, se construye un paralelogramo y se traza la resultante de los dos vectores. Esta resultante determina el valor de la impedancia del circuito.

Una vez representados gráficamente los valores de resistencia y reactancia capacitiva, pueden emplearse dos métodos para hallar la resultante o impedancia del circuito R.C. Uno de ellos, es aplicando el teorema de Pitágoras en el que la impedancia (Z) es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de la reactancia capacitiva y la resistencia. Escrito en fórmula:

$$Z = \sqrt{X_c^2 + R^2}$$

donde:

Z = impedancia total del circuito, en ohm
X_c = reactancia capacitiva, en ohm
R = resistencia, en ohm.

A menudo, cuando se presentan magnitudes muy grandes de reactancia capacitiva y resistencia, resulta engorroso elevar al cuadrado dichos valores y extraerles posteriormente su raíz cuadrada. Para estos casos se recomienda la resolución por el método trigonométrico.

Las magnitudes que pueden determinarse con el gráfico de la figura 4-7 son: la longitud del lado opuesto al ángulo (θ) y la longitud del lado adyacente a dicho ángulo. La función trigonométrica que puede hallarse con estas magnitudes es la tangente del ángulo θ, aplicando la fórmula:

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{cateto opuesto } \theta}{\text{cateto adyacente } \theta}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{X_c}{R}$$

y sustituyendo:

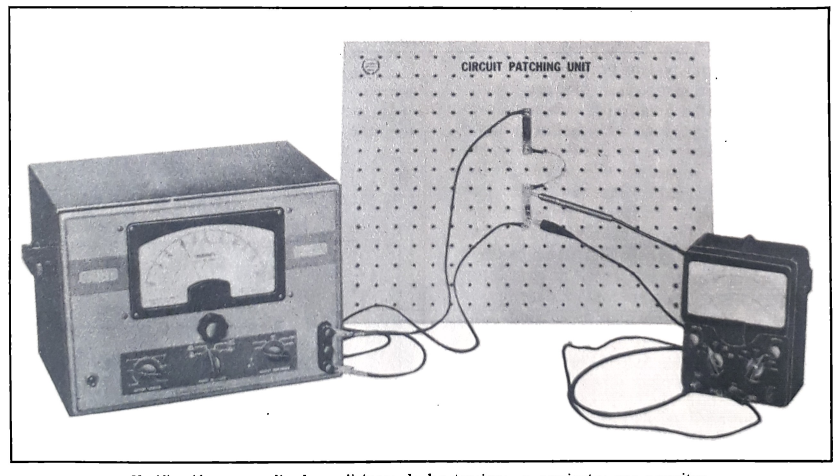
$$= \frac{332}{500}$$

$$\text{tg } \theta = 0{,}664$$

Mediante la tabla de funciones trigonométricas naturales del Apéndice A, se obtienen los siguientes datos:

1. El ángulo θ mide = 33,6°
2. El seno del ángulo θ es = 0,5534
3. El coseno del ángulo θ es = 0,8329

Con los datos anteriores, obtenidos de la tabla de funciones trigonométricas, puede utilizarse la función seno o coseno para hallar el valor de la impedancia del circuito. Para calcular la longitud de la hipotenusa (que en la figura representa la impedancia Z) o diagonal del paralelogramo, se emplea la función seno en la siguiente forma:



Verificación por medio de mediciones de las tensiones y corrientes que permiten determinar la impedancia total ofrecida por el circuito serie R.C. con respecto a los cambios en frecuencia de la tensión aplicada

$$\text{seno } \theta = \frac{\text{cateto opuesto } \theta}{\text{hipotenusa}}$$

$$0{,}5534 = \frac{332}{Z}$$

$$Z \times 0{,}5534 = 332$$

$$Z = \frac{332}{0{,}5534}$$

$$Z = 600 \text{ ohm}$$

Calculada la impedancia en el circuito, puede sustituirse su valor en la ley de Ohm, y con el valor conocido de la tensión aplicada se halla el valor total de la corriente del circuito

$$I = \frac{E_A}{Z}$$

$$= \frac{100}{600}$$

$$I = 0{,}167 \text{ ampere}$$

A esta altura del análisis del circuito, puede compararse la información conocida del circuito con la obtenida por derivación

Datos	Resultados
Capacidad	Reactancia capacitiva
Resistencia	Angulo de fase
Tensión aplicada	Impedancia
Frecuencia aplicada	Corriente total del circuito
	Circuito capacitivo conectado a un generador

Para analizar por completo el circuito deben resolverse otros dos factores, o sea, la caída de tensión a través de cada parte y la caída total de tensión en el circuito.

Para calcular la caída de tensión a través de cada una de las partes, se aplica la ley de Ohm en la forma siguiente:

$$E_R = I_Z R$$

donde:

E_R = caída de tensión a través del resistor

I_Z = cociente de $\frac{E}{Z}$ (valor de la corriente del circuito)

R = valor de la resistencia en ohm

y sustituyendo:

$$E_R = 0{,}167 \times 500$$

$$E_R = 83{,}5 \text{ volt}$$

La caída de tensión a través del capacitor es

$$E_C = I_Z X_c$$

donde:

E_C = caída de tensión a través del capacitor.

I_Z = cociente de $\frac{E}{Z}$ (valor de la corriente del circuito)

X_C = reactancia capacitiva en ohm

y sustituyendo:

$$E_C = 0{,}167 \times 332$$

$$E_C = 55{,}4 \text{ volt}$$

Recordemos que en un circuito serie resistivo, la suma de todas las caídas de tensión en el circuito es igual a la tensión aplicada. Aplicando esta ley (Kirchhoff) al circuito en cuestión resulta:

$$E_A \neq E_R + E_{Xc}$$

$$100 \neq 83{,}5 + 55{,}4$$

$$100 \neq 138{,}9$$

Como esta desigualdad indica que la ley no es aplicable aquí, debe existir una relación de fase entre ambas tensiones. Existen dos métodos adecuados para hallar el valor cierto de la caída total de tensión del circuito. El primero es por aproximación trigonométrica. Según se estableciera anteriormente, la tensión a través del capacitor está atrasada 90° respecto a la tensión a través del resistor. Por lo tanto, los valores calculados de tensión a través del capacitor y del resistor, se representan con vectores que forman un ángulo de 90 grados entre sí; se construye luego el paralelogramo y se halla la longitud de la resultante para obtener así el valor exacto de la caída de tensión total del circuito. La suma *vectorial* de todas las caídas de tensión en un circuito R.C. en serie es igual al valor de la tensión aplicada.

El segundo método, que es el más simple, halla la caída de tensión en el circuito empleando los valores calculados de impedancia y corriente del circuito. Se aplica la ley de Ohm en la forma siguiente:

$$E = IZ$$

y sustituyendo:

$$E = 0{,}167 \times 600$$

$$E = 100 \text{ volt}$$

Cuando se mide la tensión en un circuito R.C., y los instrumentos indican que hay más caída de tensión a través de una parte individual del circuito que la tensión aplicada al mismo, se tendrá presente que los valores de tensión del capacitor y del resistor, deben combinarse en forma vectorial para obtener el valor correcto de la caída de tensión del circuito.

4-4 RELACIONES DE TENSIÓN Y CORRIENTE EN UN CIRCUITO R.C. EN PARALELO

En el circuito resistivo-capacitivo en serie existe un valor constante de flujo de corriente a través de cada elemento. Por esta razón se eligió a la corriente como eje de referencia para el cálculo vec-

torial del circuito R.C. en serie. La corriente se representó siempre a lo largo del eje de referencia del circuito, a causa de que en el circuito en serie la corriente y la caída de tensión a través de los elementos resistivos están en fase.

Sin embargo, en un circuito R.C. en paralelo la tensión a través de cada rama del circuito es constante, y el flujo de corriente del circuito será la suma de todas las corrientes de las ramas del mismo. En consecuencia, en un circuito en paralelo las tensiones aplicadas a cada rama no estarán desfasadas entre sí. Las únicas propiedades que quedan desfasadas son la corriente de una rama respecto a la corriente de otra. Las relaciones que existen entre las corrientes de las ramas y la tensión aplicada, se representan en la figura 4-8.

Como las corrientes de las ramas de un circuito en paralelo están desfasadas entre sí, la corriente de la rama capacitiva debe sumarse en forma vectorial a la corriente de la rama resistiva, para poder hallar la corriente total del circuito en paralelo. Por lo tanto, la ley de corriente de Kirchhoff debe modificarse en la siguiente forma: La corriente total en un circuito en paralelo es igual a la suma *vectorial* de las corrientes de las ramas.

Análisis del circuito R.C. en paralelo de corriente alterna

Para analizar las diversas propiedades de un circuito R.C. en paralelo, y comparar simultáneamente el análisis con el de un circuito R.C. en serie, se supone un circuito en paralelo que tiene valores iguales a los del circuito en serie estudiado anteriormente. El circuito de la figura 4-9 tiene un generador de C.A. de 100 volt y 60 c/s, un resistor de 500 ohm y un capacitor en paralelo de 8 micro farad.

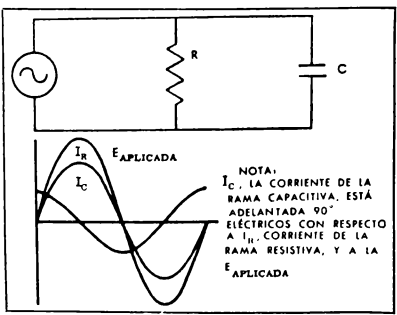


Figura 4-8. Relaciones existentes entre la tensión aplicada y las corrientes de las ramas, en un circuito paralelo R.C.

El primer paso en el análisis de este circuito es calcular la reactancia capacitiva, o sea:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$= \frac{1}{6{,}28 \times 60 \times 8 \times 10^{-6}}$$

$$X_C = 332 \text{ ohm}$$

El segundo paso es calcular el valor de la corriente a través de cada rama, usando la fórmula:

$$I_C = \frac{E_A}{X_C}$$

$$= \frac{100}{332}$$

$$I_C = 0{,}301 \text{ ampere}$$

y aplicando la fórmula:

$$I_R = \frac{E_A}{R}$$

$$= \frac{100}{500}$$

$$I_R = 0{,}200 \text{ ampere}$$

En esta etapa del análisis, puede hallarse la corriente total del circuito. Esta corriente, que en adelante se llamará $I_{línea}$, se halla por combinación vectorial de las corrientes de las ramas. Esto se hace trazando un vector que representa el valor de la corriente de la rama resistiva, a lo largo del eje de referencia horizontal (debido a que la corriente de la rama resistiva y la tensión están en fase), y trazando luego un vector adelantado a dicha corriente en 90° y que representa el valor calculado de las corrientes de la rama capacitiva. Para hallar la resultante de los dos vectores, que representará la corriente de línea, se emplean dos métodos. El primero es el método del teorema de Pitágoras, pues la resultante forma un triángulo rectángulo. Tiene la desventaja de que es necesario elevar al cuadrado valores decimales, combinar dichos cuadrados y extraerles la raíz cuadrada, y es especialmente engorroso cuando los números son grandes. El segundo es el método trigonométrico.

Los dos valores trigonométricos que pueden obtenerse de los vectores indicados en la figura 4-9, son el cateto opuesto al ángulo θ y el cateto adyacente al mismo ángulo. Estos valores, I_C e I_R, respectivamente, pueden sustituirse en la fórmula de la función tangente para hallar el ángulo theta (θ), o sea:

$$\text{tg } \theta = \frac{I_C}{I_R}$$

$$= \frac{0{,}200}{0{,}301}$$

$$\text{tg } \theta = 0{,}664$$

Obtenida la tangente del ángulo θ, el seno, coseno y la medida del ángulo θ, se extraen de la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A. Dichos valores son los siguientes:

$$\theta = 33{,}6^\circ$$
$$\text{sen } \theta = 0{,}5534$$
$$\cos \theta = 0{,}8329$$

Por los valores obtenidos se observa que el ángulo total de fase del circuito mide 33,6 grados, estando la corriente adelantada a la tensión. En consecuencia, el circuito resulta capacitivo para la fuente de la tensión aplicada de C.A. Conocidos los valores de las funciones seno y coseno, puede usarse una cualquiera de sus fórmulas para hallar la resultante de los dos vectores, $I_{línea}$. Si se emplea la función seno de θ, la corriente de línea se calcula como sigue:

$$\text{sen } \theta = \frac{I_{XC}}{I_{línea}}$$
$$0{,}5534 = \frac{0{,}200}{I_{línea}}$$

$$I_{línea} = \frac{0{,}200}{0{,}5534}$$

$$I_{línea} = 0{,}361 \text{ ampere}$$

De esta forma, cuando se combinan con vectores las corrientes de ambas ramas de un circuito R.C. en paralelo, se obtiene el valor de la corriente total del circuito.

Impedancia en un circuito R.C. en paralelo

Para calcular la impedancia de un circuito R.C. en paralelo, puede usarse uno de los dos métodos siguientes; en el primero se expresa la resistencia de un circuito en paralelo con la fórmula:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

y sustituyendo en esta fórmula los valores de reactancia capacitiva y resistencia, se tendrá:

$$Z = \frac{X_C R}{X_C + R}$$

Sin embargo, los valores de reactancia capacitiva y resistencia no pueden sumarse matemáticamente debido a su relación de fase, sino que deben obtenerse por combinación vectorial o trigonométrica. En consecuencia, se adapta la fórmula al teorema de Pitágoras y se expresa en la forma siguiente:

$$Z = \frac{X_C R}{\sqrt{X_C^2 + R^2}} \qquad (4\text{-}3)$$

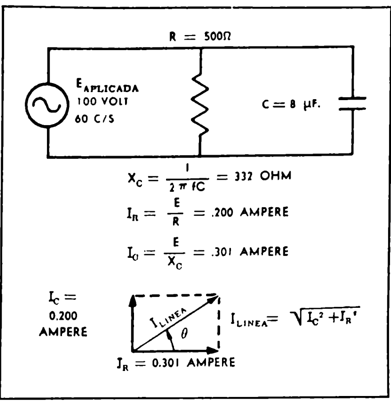


Figura 4-9. Determinación de la corriente total ($I_{línea}$) de un circuito R.C. en paralelo

y utilizando esta fórmula en el cálculo R.C. en paralelo, se tiene:

$$Z = \frac{X_C R}{\sqrt{X_C^2 + R^2}}$$
$$= \frac{332 \times 500}{\sqrt{(332)^2 + (500)^2}}$$
$$= \frac{166.000}{\sqrt{110.224 + 250.000}}$$
$$= \frac{166.000}{\sqrt{360.224}}$$
$$= \frac{166.000}{600}$$
$$Z = 277 \text{ ohm}$$

El segundo método, que es el más simple, para calcular la impedancia del circuito R.C. en paralelo, sustituye el valor calculado de la corriente de línea en la fórmula de la ley de Ohm. Con este método se comprueba a continuación el valor obtenido de 277 ohm:

$$E = I_{línea} Z$$
$$100 = 0{,}361 \times Z$$
$$Z = \frac{100}{0{,}361}$$
$$Z = 277 \text{ ohm}$$

4-5 EFECTO DE LA VARIACIÓN DE LAS PROPIEDADES DE LOS CIRCUITOS

Se estudiará ahora el efecto del cambio del valor

de la frecuencia y de la capacidad del circuito, en los circuitos R.C. en paralelo. El estudio de este tema servirá para establecer posteriormente otras relaciones matemáticas de la frecuencia y de la capacidad con las demás propiedades del circuito: impedancia, ángulo de fase y corriente total.

Cambios de la frecuencia en un circuito R.C. en serie

La reactancia capacitiva es una de las propiedades afectadas por el cambio de la frecuencia aplicada en el circuito R.C. en serie. Esta propiedad, que se expresa mediante la fórmula (4-1), es inversamente proporcional a la frecuencia aplicada. Se supone ahora, teniendo en cuenta lo anterior, que un circuito R.C. en serie tiene una resistencia de 10 ohm, una capacidad de 20 microfarad y una tensión aplicada de 200 volt con una frecuencia de 600 c/s. El valor de la reactancia capacitiva para esta frecuencia se determina con la fórmula:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$= \frac{1}{6{,}28 \times 600 \times 20 \times 10^{-6}}$$

$$X_C = 13{,}3 \text{ ohm}$$

Este valor se combina con el de la resistencia del circuito para determinar su impedancia, utilizando la ecuación del teorema de Pitágoras (4-2):

$$Z = \sqrt{X_C^2 + R^2}$$

$$= \sqrt{(13{,}3)^2 + (10)^2}$$

$$= \sqrt{176{,}8 + 100}$$

$$= \sqrt{276{,}8}$$

$$Z = 16{,}6 \text{ ohm}$$

Calculada la impedancia del circuito, puede hallarse ahora, aplicando la ley de Ohm, la corriente total a través del circuito:

$$I_T = \frac{E_A}{Z}$$

$$= \frac{200}{16{,}6}$$

$$I_T = 12 \text{ ampere}$$

Es evidente que la caída total de tensión en el circuito será la tensión aplicada, y este valor se determina por la fórmula $E = I_TZ$. Esta fórmula para determinar la caída total de tensión en el circuito, utiliza el valor calculado de la impedancia Z, y, por lo tanto, tiene en cuenta el ángulo de fase entre la tensión y la corriente. Sin embargo, el método de la ley de Ohm para calcular la caída de tensión a través de cada parte del circuito, no toma en cuenta dicho ángulo de fase del circuito. La caída de tensión en cada una de las partes individuales se mide con un voltímetro regulado a una escala adecuada, o se calcula de la forma siguiente:

$$E_C = I_TX_C$$

$$= 12 \times 10$$

$$E_C = 160 \text{ volt}$$

$$E_R = I_TR$$

$$= 12 \times 10$$

$$E_R = 120 \text{ volt}$$

Obtenidos los valores de la mayoría de las propiedades del circuito, falta aún calcular el ángulo de fase del mismo. Para hallar dicho ángulo se puede hacer el cálculo empleando dos de los siguientes valores conocidos: el valor de la reactancia capacitiva y la resistencia, o los valores de la tensión del condensador y del resistor. Si se usan la reactancia capacitiva y la resistencia, se halla el ángulo de fase del circuito construyendo dos vectores que forman ángulo recto entre sí. Estos vectores, de 13,3 unidades y de 10 unidades, respectivamente, forman el paralelogramo que muestra la figura 4-10. Se halla la impedancia del circuito juntamente con el ángulo de fase (θ) para comprobar el resultado obtenido anteriormente con el método de Pitágoras. Mediante la representación vectorial de la figura 4-10, se obtienen los valores del cateto opuesto θ (13,3) y del cateto adyacente a θ (10). Dichos valores se utilizan para determinar la función tangente del ángulo θ:

$$\text{tg } \theta = \frac{X_C}{R}$$

$$= \frac{13{,}3}{10}$$

$$\text{tg } \theta = 1{,}33$$

Mediante la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A se halla que:

$$\text{sen } \theta = 0{,}7997$$

$$\cos \theta = 0{,}6004$$

$$\theta = 53{,}1 \text{ grados}$$

Por lo tanto, el ángulo de fase del circuito mide 53,1°, y como la corriente está adelantada a la tensión, el circuito resulta capacitivo respecto a la fuente de tensión de C.A.

Está terminado ahora el análisis del circuito R.C.

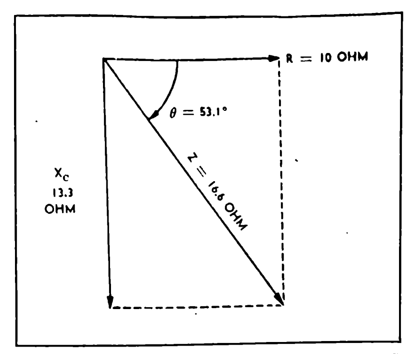


Figura 4-10. Diagrama vectorial de un circuito R.C. en serie para determinar el ángulo de fase e impedancia

en serie, y los valores de sus propiedades son los siguientes:

$X_C = 13{,}3$ ohm
$Z = 16{,}6$ ohm
$I_T = 12$ ampere
$E_C = 160$ volt
$E_R = 120$ volt
$\theta = 53{,}1°$

Todas las propiedades obtenidas para una frecuencia aplicada de 600 c/s, sufren una variación cuando se cambia la frecuencia a 6000 c/s, en cuyo caso la reactancia capacitiva resulta de un valor de 1,33 ohm. Por lo tanto, el primer efecto del aumento de la frecuencia de 600 a 6000 c/s, es la disminución de la reactancia capacitiva desde 13,3 ohm a 1,33 ohm.

En el orden siguen, a continuación, la impedancia del circuito y el ángulo de fase, siendo afectados ambos por la disminución del valor de la reactancia capacitiva. Para hallar trigonométricamente la impedancia y el ángulo theta, se representan en la forma de la figura 4-11 los valores vectoriales de la reactancia capacitiva y de la resistencia. Hallada la tangente de theta, se encuentra que theta mide 7,6 grados. En consecuencia, otro de los efectos del aumento de la frecuencia aplicada es la disminución del ángulo de fase. La corriente está adelantada a la tensión solamente en 7,6 grados, y el circuito sólo resulta ligeramente capacitivo para la fuente de tensión de C.A.

La impedancia se puede calcular usando las funciones de seno o coseno del ángulo θ. Con la función seno se halla que la impedancia tiene un valor de 10,1 ohm. Por lo tanto, la disminución de la impedancia desde 16,6 ohm a 10,1 ohm ha sido producida por el aumento de la frecuencia aplicada. A causa de este cambio de la impedancia, la corriente total del circuito será de 19,8 ampere.

Debido al aumento del flujo de corriente a través del circuito, desde un valor de 12 ampere a una frecuencia de 600 c/s, hasta 19,8 ampere con una frecuencia de 6000 c/s, también cambiará la caída de tensión en cada elemento del circuito. El nuevo valor de la caída de tensión a través del resistor ha aumentado desde 120 a 198 volt debido al aumento de la frecuencia. Calculada la caída de tensión a través del condensador resulta ser de 26,3 volt, es decir, que esta caída de tensión disminuye desde 160;9 volt a 600 c/s, hasta 26,3 volt con 6000 c/s.

Al comparar las figuras 4-10 y 4-11, puede observarse que, cuando se aumenta la frecuencia de la tensión aplicada de C.A., tienen lugar los siguientes cambios en las propiedades del circuito R.C. en serie:

1. La reactancia capacitiva (X_C) disminuye.
2. La impedancia del circuito (Z) disminuye.
3. El ángulo de fase del circuito (θ) disminuye.
4. La corriente del circuito (I_T) aumenta.
5. La caída de tensión a través de la resistencia (E_R) aumenta.
6. La caída de tensión a través del condensador (E_C) disminuye.

La *disminución* de la frecuencia de la tensión aplicada de C.A. produciría reacciones completamente opuestas a las indicadas anteriormente.

Cambios de la capacidad en un circuito R.C. en serie

Si se tiene presente que al estudiar la reactancia capacitiva se estableció que ésta es inversamente proporcional tanto a la frecuencia (f) como a la capacidad (C), se comprobará que los efectos generales sobre todas las propiedades del circuito R.C. en serie, originados por el aumento del valor de la capacidad del mismo, son idénticos a las variacio-

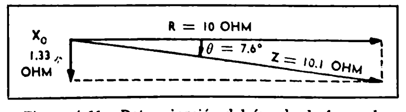


Figura 4-11. Determinación del ángulo de fase y la impedancia para un aumento de frecuencia, mediante composición vectorial, en el circuito R.C. en serie

nes que causa el aumento de la frecuencia de la tensión aplicada de C.A. en esas mismas propiedades del circuito. Además, los efectos que se producen cuando disminuye la frecuencia, se producen también cuando se disminuye la capacidad del circuito. Por lo tanto, se puede establecer que un aumento o disminución de la capacidad produce respectivamente las mismas variaciones que un aumento o disminución de la frecuencia aplicada.

Cambios de frecuencia en un circuito R.C. en paralelo

Los cambios de la frecuencia aplicada a un circuito R.C. en serie, resultan en una variación de la reactancia capacitiva, lo que, a su vez, origina variaciones en los valores de otras muchas propiedades eléctricas del circuito. Cuando se trata de un circuito R.C. en paralelo, la variación de la frecuencia aplicada afecta directamente la reactancia de la rama capacitiva. Además, este cambio produce también variaciones de otras propiedades del circuito que son *distintas* a las originadas en el circuito R.C. en serie por un cambio similar de la frecuencia.

Se toma como ejemplo un circuito R.C. que tiene un capacitor de 20 microfarad en paralelo con una resistencia de 10 ohm. Se supone que el circuito tiene una tensión aplicada de C.A. de 200 volt y una frecuencia de 600 ciclos por segundo. En el análisis de este circuito, la primera etapa es determinar la reactancia de la rama capacitiva.

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$= \frac{1}{6{,}28 \times 600 \times 20 \times 10^{-6}}$$

$$X_C = 13{,}3 \text{ ohm}$$

La etapa siguiente es la de determinar el flujo de la corriente por cada rama, de manera que pueda hacerse la combinación vectorial de los valores para obtener el valor total de la corriente del circuito. Una vez hallada la corriente total del circuito, con el mismo cálculo se determina el ángulo de fase. También resulta simple sustituir el valor total de la corriente en la ley de Ohm, y hallar el valor de la impedancia del circuito. Las corrientes de las ramas se hallan en la siguiente forma:

$$I_R = \frac{E}{R}$$

$$I_R = \frac{200}{10}$$

$$I_R = 20 \text{ ampere}$$

El valor de la corriente a través de la rama capacitiva es:

$$I_C = \frac{E}{X_C}$$

$$I_C = \frac{200}{13{,}3}$$

$$I_C = 15 \text{ ampere}$$

Conocidos los valores de las corrientes de las ramas capacitivas y resistivas, y como la corriente de la rama capacitiva está adelantada 90° respecto a la de la rama resistiva, sus valores respectivos pueden representarse en forma vectorial como se indica en la figura 4-12. Finalmente, combinando los vectores como sigue se obtiene el valor total de la corriente del circuito, $I_{línea}$

$$\text{tg } \theta = \frac{I_C}{I_R}$$

$$= \frac{15}{20}$$

$$\text{tg } \theta = 0{,}7500$$

Conocida la tangente de theta, la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A muestra que:

$$\text{sen } \theta = 0{,}6004$$

$$\therefore \cos \theta = 0{,}7997$$

$$\theta = 36{,}9 \text{ grados}$$

De esta manera, el ángulo de fase del circuito es 36,9 grados, y puede hallarse la corriente de línea usando la función seno o coseno del ángulo θ. Si se aplica la función seno se tendrá:

$$\text{sen } \theta = \frac{I_C}{I_{línea}}$$

y sustituyendo:

$$0{,}6004 = \frac{15}{I_{línea}}$$

$$I_{línea} = \frac{15}{0{,}6004}$$

$$I_{línea} = 25 \text{ ampere}$$

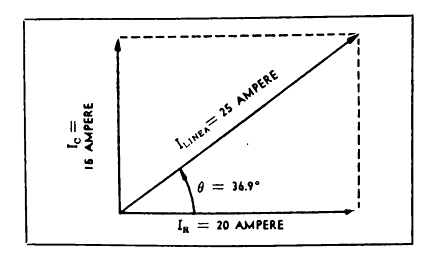


Figura 4-12. Vectores para la determinación de la corriente total y el ángulo de fase en un circuito R.C. en paralelo

La cantidad siguiente que debe determinarse es la impedancia del circuito, lo que se logra sustituyendo la corriente de línea y la tensión aplicada en la fórmula de la ley de Ohm:

$$E_A = I_{linea} Z$$
$$200 = 25 \times Z$$
$$Z = \frac{200}{25}$$
$$Z = 8 \text{ ohm}$$

El circuito R.C. en paralelo está ahora completamente analizado, y los valores de sus propiedades son los siguientes:

$X_C = 13{,}3$ ohm
$I_C = 15$ ampere
$I_R = 20$ ampere
$I_{linea} = 25$ ampere
$Z = 8$ ohm
$\theta = 36{,}9$ grados
(I_{linea} está adelantada a $E_{aplicada}$)

Si se cambia la frecuencia de la tensión aplicada de C.A., también varían todas las propiedades detalladas anteriormente. Si se supone que la frecuencia aplicada al circuito ha disminuido de 600 a 300 ciclos, la primera magnitud que queda afectada es el valor de X_C, cuyo nuevo valor es de 26,6 ohm. En consecuencia, si se disminuye la frecuencia aplicada a una mitad de su valor original, el valor en ohm de la reactancia capacitiva es el doble del anterior.

Por otra parte, debido al aumento del valor de la reactancia capacitiva, la corriente a través de la rama capacitiva cambia su valor a 7,5 ampere. Por lo tanto, reduciendo a la mitad la frecuencia aplicada al circuito R.C. en paralelo, también se reduce a la mitad el valor de la corriente de la rama capacitiva. La corriente de la rama resistiva no varía, pues el cambio de frecuencia no afecta el valor de la resistencia y, en consecuencia, permanece en 20 ampere.

El valor de la corriente de línea es otra de las propiedades afectadas por el cambio de la frecuencia aplicada al circuito R.C. en paralelo. El cambio de la corriente de línea se realiza en la siguiente forma:

Los nuevos valores de corriente de la rama capacitiva (7,5 ampere), y de la rama resistiva (20 ampere), pueden representarse en forma vectorial según se ve en la figura 4-13. De acuerdo con esta figura, se obtiene el nuevo valor de θ (20,6°). En el cálculo de la corriente de línea resulta entonces evidente que debido a la disminución en la frecuencia aplicada también ha disminuido el ángulo de fase del circuito R.C. en paralelo; dicha disminución es de aproximadamente 16 grados.

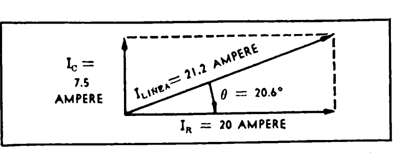


Figura 4-13. Determinación de la I_{linea} y ángulo de fase mediante composición vectorial; circuito R.C. en paralelo y para una frecuencia aplicada decreciente

Debe hallarse ahora el valor de la corriente de línea, pudiendo utilizarse para ello la función seno o coseno. Si se aplica la función seno se obtiene una corriente de línea de 21,2 ampere, y, por lo tanto, la disminución de la frecuencia aplicada al circuito R.C. en paralelo ha producido una disminución de 3,8 ampere en la corriente de línea sobre el valor primitivo de 25 ampere.

Se sustituye el valor de la corriente de línea en la ley de Ohm para determinar la impedancia del circuito, la que resulta ser de 9,4 ohm. Esto significa que debido a la disminución de la frecuencia aplicada, la impedancia total del circuito aumenta 1,4 ohm. Mediante la comparación entre las figuras 4-12 y 4-13, se comprobará que cuando se disminuye la frecuencia aplicada al circuito R.C. en paralelo,

1. La corriente de la rama capacitiva I_C, disminuye.
2. La corriente de la rama resistiva, I_R, permanece invariable.
3. La corriente de línea, I_{linea}, disminuye.
4. El ángulo de fase del circuito, θ, disminuye.
5. La reactancia capacitiva, X_C, aumenta.
6. La impedancia del circuito, Z, aumenta.
7. La caída de tensión a través de cada parte componente, E_C y E_R, permanece invariable.

Por otra parte, resulta evidente que un aumento en la frecuencia aplicada, producirá cambios opuestos a los indicados anteriormente. Por ejemplo, si se aumenta la frecuencia aplicada a un circuito R.C. en paralelo, el valor de X_C disminuye, pero, sin embargo, el circuito resultará aún más capacitivo para la fuente de C.A. debido al aumento correspondiente en el ángulo de fase entre la corriente y la tensión.

Cambios de capacidad en un circuito R.C. en paralelo

Si se recuerda que la variación de la capacidad hace variar también la reactancia, Xc, de un capacitor, y que la reactancia capacitiva es inversamente proporcional tanto a la frecuencia (f)

como a la capacidad (C), puede deducirse que un aumento en la capacidad en un circuito R.C. en paralelo produce los mismos efectos que los comprobados en el aumento de la frecuencia. Además, una disminución en el valor de la capacidad de un circuito R.C. en paralelo, produce los mismos efectos causados por una disminución de la frecuencia.

Comparación entre los circuitos R.C. en serie y en paralelo

En el estudio de los circuitos R.C. en serie y en paralelo, se destaca el hecho de que la reactancia capacitiva varía en relación inversa a todo cambio de los valores de la frecuencia aplicada o de la capacidad. Con la excepción de esta propiedad común, dichos circuitos difieren en todo lo demás. Para comprender mejor la manera en que la variación de ambas frecuencias y capacidades hace variar las propiedades del circuito en paralelo y en serie, se han creado las siguientes tablas de variables. La Tabla 4-1 permite comparar las propiedades del circuito R.C. en serie y en paralelo, en relación al aumento de los valores de la capacidad (C) o de la frecuencia (f). Ambas variables afectan al circuito en la misma manera.

TABLA 4-1
COMPARACIÓN DE LAS PROPIEDADES DE LOS CIRCUITOS R.C. SERIE Y PARALELO

Circuito R.C. serie con aumento de f ó C	Circuito R.C. paralelo con aumento de f ó C
X_C disminuye	X_C disminuye
I_T aumenta	$I_{línea}$ aumenta
El ángulo de fase θ dism.	El ángulo de fase θ aum.
Z disminuye	Z disminuye
E_R aumenta	I_R se mantiene igual
E_C disminuye	I_C aumenta

La Tabla 4-2 se utiliza para comparar las propiedades eléctricas de los circuitos R.C. en serie y en paralelo, en relación a la disminución del valor de la frecuencia o de la capacidad.

El factor más importante a tener presente de las tablas anteriores, es que cuando se produce una variación en X_C en un circuito en serie, el ángulo de fase y la impedancia varían en relación directa al cambio; mientras que en el circuito R.C. en paralelo, cuando X_C cambia, la impedancia varía en relación directa, pero el ángulo de fase varía en relación inversa a dicho cambio.

TABLA 4-2
COMPARACIÓN DE LAS PROPIEDADES DE LOS CIRCUITOS R.C. SERIE Y PARALELO

Circuito R.C. serie con disminución de f ó C	Circuito R.C. paralelo con disminución de f ó C
X_C aumenta	X_C aumenta
I_T disminuye	$I_{línea}$ disminuye
El ángulo de fase θ aum.	El ángulo de fase θ dism.
Z aumenta	Z aumenta
E_R disminuye	I_R se mantiene igual
E_C aumenta	I_C disminuye

4-6 CONSTANTES DE TIEMPO R.C.

La capacidad, o la propiedad de un circuito de oponerse a todo cambio en la tensión, introduce un atraso de tiempo entre la corriente y la tensión de un circuito R.C. Cuando el resistor y el condensador de un circuito están conectados en serie, el ángulo de fase del circuito depende de la combinación vectorial de X_C y R. El valor de R en el circuito está fijado por la característica constructiva del resistor, pero el valor X_C está en relación inversa a la frecuencia aplicada al circuito y a la capacidad del condensador. Como el valor de la frecuencia de la tensión de C.A. aplicada a un circuito R.C., se controla por medios externos al circuito, los únicos factores dentro del circuito que afectan el ángulo de fase son la resistencia y la capacidad. El ángulo de fase del circuito indica, en el caso del circuito R.C., el número de grados eléctricos en que la corriente adelanta a la tensión. Puede decirse que el atraso en la tensión, se debe al tiempo que requiere la corriente del circuito para fluir en el condensador y crear la diferencia de potencial del mismo.

Fundamentos de la constante de tiempo R.C.

La cantidad de tiempo que necesita la corriente del circuito para cargar el condensador, y, además, para establecer el ángulo de fase, está determinada por la capacidad y resistencia del circuito. De esta forma, la magnitud del flujo de la corriente en el circuito (en ampere o coulomb por segundo), determina el tiempo necesario para establecer una diferencia de potencial en el condensador igual a la tensión aplicada. Para relacionar matemáticamente el tiempo de carga del condensador con la resistencia y capacidad de un circuito R.C. en serie, se emplea la siguiente fórmula:

$$t = RC \qquad (4\text{-}4)$$

donde:

t = constante de tiempo del circuito R.C. en segundos
R = resistencia en ohm
C = capacidad en farad

La constante de tiempo de cualquier circuito R.C. en serie, que se representa con la t, se define como el tiempo necesario para que la tensión a través de un condensador en un circuito R.C., aumente hasta un 6,2 por ciento de la tensión aplicada.

A causa de los diversos valores de resistencia y capacidad que pueden conectarse en serie, la constante de tiempo del circuito se mide en segundos o en submúltiplos de segundos. La tabla siguiente detalla los valores más comunes de resistencia y capacidad y los submúltiplos de segundos de las constantes de tiempo.

TABLA 4-3
MEDICIÓN DE CONSTANTE DE TIEMPO

Const. de tiem. en	Resistencia en	Capacidad en
Segundos	Ohm	Farad
Segundos	Megohm	Microfarad
Microsegundos	Ohm	Microfarad
Microsegundos	Megohm	Micro-microfarad

Carga y descarga del capacitor

Para facilitar el conocimiento completo de la forma en que la constante de tiempo de un circuito afecta el tiempo de carga y descarga de un condensador, es necesario observar primero la forma en que se carga y descarga y relacionar la constante de tiempo del circuito con las curvas de carga y descarga.

En la figura 4-14 se representa un circuito R.C. en serie, con una fuente de tensión de C.C. de 10 volt y un conductor de cortocircuito que se conecta con la llave S_1. La representación gráfica de $E_{aplicada}$, corriente de carga, tensión de la resistencia y tensión a través del condensador, tiene un eje común de referencia de tiempo. Se supone que la llave S_1 está en la posición 1, con 10 volt aplicados desde el tiempo 0, o punto 1 de la gráfica. Cuando se aplican los 10 volt a través del circuito R.C., la corriente (I_{carga}) se inicia con un valor máximo y cae gradualmente al valor cero, según lo indica la curva de I_{carga} en la figura. A medida que la corriente fluye en el circuito el condensador inicia su carga, alcanzando la carga de 10 volt ($E_{aplicada}$) en el mismo instante en que la corriente del circuito crea la tensión indicada por $E_{resistencia}$ en la figura, a través de la resistencia del circuito. Durante el tiempo entre los puntos

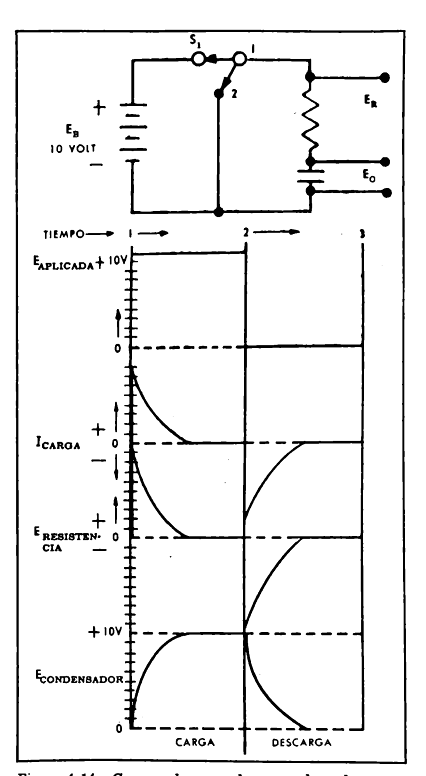


Figura 4-14. Carga y descarga de un condensador en un circuito R.C. en serie

1 y 2 de las gráficas, I_{carga} y $E_{resistor}$ caen a cero; y $E_{condensador}$ alcanza igual valor que $E_{aplicada}$. En consecuencia, en cierto momento de tiempo entre los puntos 1 y 2, la tensión a través del condensador alcanza un valor estable.

Cuando se llega al tiempo 2 de la gráfica de la figura 4-14, la llave S_1 pasa instantáneamente de la posición 1 a la 2. Esto desconecta la tensión aplicada de 10 volt, del circuito, y suministra un paso para el flujo de corriente entre ambos lados del condensador, provocando la descarga de su potencial. En el tiempo 2 de la gráfica, el nuevo flujo de corriente se inicia y alcanza su máximo

valor, pero en sentido opuesto, como lo indica el hecho de que la curva de descarga de I_{carga} sigue aumentando en sentido negativo. En el primer instante en que se produce el cortocircuito fluye la máxima corriente, que continúa disminuyendo gradualmente hasta llegar a cero cuando la tensión acumulada en el condensador (10 volt) se ha descargado. Como la corriente de descarga fluye en sentido opuesto a I_{carga}, origina una tensión a través de la resistencia en el circuito y de sentido opuesto al de la corriente de carga. Esto significa que $E_{resistencia}$ será negativa como lo indica la figura 4-14.

Curvas de carga y descarga del capacitor

Se han separado las partes de carga y descarga de la curva. $E_{condensador}$ de la figura 4-14, y se representan en la figura 4-15 agrandadas y superpuestas. Esta disposición permite un estudio más exacto del tiempo y la forma en que se carga y descarga un condensador típico.

En la figura 4-15 puede verse que las unidades de tiempo sobre el eje horizontal de la gráfica, indican que el condensador necesita una unidad de tiempo para cargarse hasta el 63,2 por ciento de $E_{aplicada}$, y cinco unidades de tiempo para alcanzar un valor prácticamente igual al 100 por ciento de $E_{aplicada}$ sobre la curva de carga A. En la curva de descarga B, cuando el capacitor inicia su descarga, desde una carga de 10 volt, necesita una unidad de tiempo para descargar el 63,2 por ciento del potencial acumulado, o sea, para tener el 36,8 por ciento de su carga total. Después de un intervalo de 5 unidades de tiempo, el capacitor está totalmente descargado.

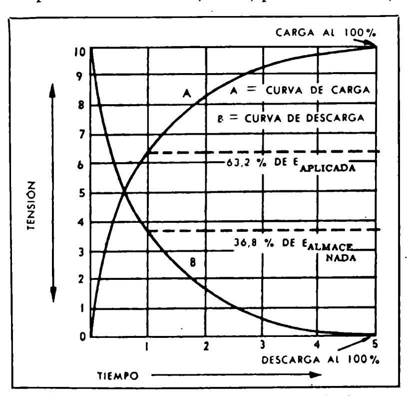


Figura 4-15. Curvas de tensión de carga y de descarga de un condensador, en un circuito R.C. con corriente continua

Si se recuerda la definición de la constante de tiempo R.C., se llegará a la conclusión de que la primera unidad de tiempo es equivalente a una constante de tiempo R.C. Por ejemplo, si el circuito del que se han obtenido las curvas de carga y descarga (figura 4-14), tuviera una resistencia de 1000 ohm y una capacidad de 10 microfarad, la magnitud de tiempo correspondiente a una unidad sería:

$t = RC$

$= 1000 \times 10 \times 10^{-6}$

$t = 10.000$ microsegundos, o 0,01 segundo

Por lo tanto, para cinco unidades de tiempo iguales, el capacitor del circuito requiere 0,05 segundo o 50.000 microsegundos, para alcanzar el estado de plena carga o 100 por ciento de carga.

Las unidades de tiempo más importantes de estas curvas son la 1 y la 5. El cálculo de estos tiempos, que representan el 63,2 o el 100 por ciento de carga o descarga, puede expresarse matemáticamente con las siguientes fórmulas:

$t = RC$; 63,2 por ciento de carga o descarga

$t = 5RC$; 100 por ciento de $E_{aplicada}$ acumulada o de $E_{acumulada}$ descargada.

Las curvas indicadas en la figura 4-15, pueden representarse también en unidades de tiempo equivalentes a múltiplos de la constante de tiempo R.C., y las unidades de tensión, como porcentajes de $E_{aplicada}$. Sin embargo, este tipo de curva puede usarse para calcular el atraso de la tensión respecto a la corriente sólo cuando se aplica una tensión estable o de C.C. al circuito R.C. en serie. El gráfico de la figura 4-15, llamado *Gráfico Universal de Constantes de Tiempo*, puede usarse para determinar la tensión a través de un capacitor después de un tiempo determinado de carga y descarga, y también para hallar el tiempo, en unidades de constantes de tiempo R.C., que necesita el capacitor de un circuito R.C. en serie para cargarse o descargarse desde su valor inicial hasta un valor final.

Relación de la constante de tiempo R.C. y el circuito R.C. en serie, con una tensión aplicada sinusoidal

El Gráfico Universal de Constantes de Tiempo se emplea para relacionar el tiempo R.C., o constante de tiempo de cualquier circuito R.C. en serie, con el efecto que produce en una tensión aplicada de C.C. o pulsante de C.C. Sin embargo, cuando se aplica una C.A. sinusoidal a un circuito

R.C. en serie, los efectos de la constante de tiempo R.C. deben analizarse en forma diferente.

En la fórmula para determinar la constante de tiempo R.C., puede comprobarse que la constante de tiempo de un circuito R.C. en serie es directamente proporcional al producto de R y C. En consecuencia, un aumento de R o de C aumenta también el valor de la constante de tiempo, y una disminución de R o C disminuye dicho valor. Sin embargo, en el circuito R.C. en serie, con una tensión aplicada de C.A., se comprobó que un aumento de R disminuye el ángulo de fase del circuito, es decir, disminuye el adelanto angular que tiene la corriente del circuito sobre la tensión. También pueden apreciarse otros efectos, como el cambio de la impedancia y de la corriente del circuito, pero el punto de mayor interés en este caso es el ángulo de fase. También se comprobó que en el circuito R.C. en serie de C.A., un aumento de C hace disminuir el ángulo de fase pues disminuye el valor de la reactancia capacitiva. Por lo tanto, un aumento, sea de R o C, crea una constante de tiempo mayor y hace disminuir el ángulo de fase cuando la frecuencia de la C.A. aplicada permanece constante. El mejor método para determinar los efectos del circuito R.C. sobre una tensión aplicada sinusoidal, es la representación vectorial de la resistencia y la reactancia capacitiva del circuito, en lugar de relacionar la constante de tiempo del circuito R.C. con una curva constantemente variable.

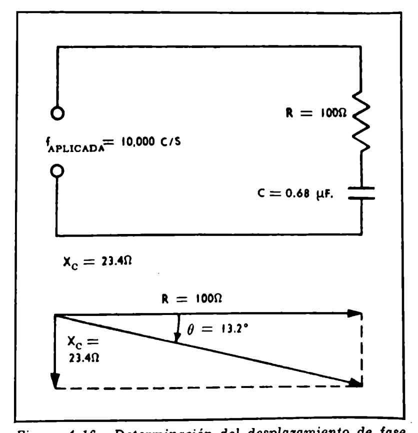


Figura 4-16. Determinación del desplazamiento de fase provocado por un circuito R.C. en serie

Efectos del circuito R.C. sobre una curva sinusoidal

Para determinar los efectos generales de un circuito R.C. sobre una curva sinusoidal, se supone que se aplica una tensión alterna de una frecuencia de 10.000 c/s, a un circuito R.C. en serie que tiene una resistencia de 100 ohm y una capacidad de 0,68 microfarad. Este circuito está representado en la figura 4-16, y el primer paso en su análisis es calcular la reactancia capacitiva como sigue:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$= \frac{1}{6{,}28 \times 10 \times 10^3 \times 0{,}68 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{1 \times 10^3}{6{,}28 \times 10 \times 0{,}68}$$

$$= \frac{1000}{42{,}7}$$

$$X_C = 23{,}4 \text{ ohm}$$

El paso siguiente es la representación vectorial de los valores de reactancia capacitiva y resistencia, y la construcción del paralelogramo y su resultante, según se ha hecho en la figura 4-16.

Luego puede determinarse la función tangente del ángulo θ en la forma siguiente:

$$\text{tg } \theta = \frac{X_C}{R}$$

$$= \frac{23{,}4}{100}$$

$$\text{tg } \theta = 0{,}234$$

Obtenida la tangente de θ, en la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A se hallan los siguientes valores:

$$\theta = 13{,}2 \text{ grados}$$

$$\text{sen } \theta = 0{,}2284$$

$$\cos \theta = 0{,}9736$$

Una vez calculado el ángulo de fase (θ) existente entre la corriente y la tensión, pueden representarse gráficamente las relaciones de varias curvas. En la figura 4-17, la relación de $E_{aplicada}$ en la curva A se compara y se usa como referencia de la corriente del circuito (B), caída de tensión a través del resistor (C) y caída de tensión a través del condensador (D). Aunque la amplitud de estas curvas no se halle dibujada a escala, sus relaciones de fase tienen una exactitud adecuada.

Como $E_{aplicada}$ es una curva sinusoidal de 10.000 ciclos por segundo, y la diferencia de fase calculada es de 13,2 grados, con la corriente adelantada a la tensión, la curva $I_{circuito}$ en la parte B de la figura, está adelantada a $E_{aplicada}$ de la parte A en 13,2 grados. Además, como la corriente del circuito está adelantada a $E_{aplicada}$ en 13,2 grados, y

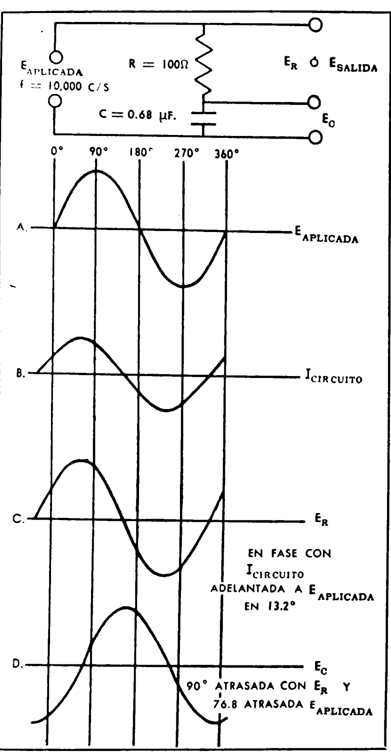


Figura 4-17. Circuito R.C. en serie; representación sinusoidal de sus parámetros

es la causa de la caída de tensión a través de la resistencia del circuito, E_R representada en la curva C, también está adelantada 13,2 grados a $E_{aplicada}$ y se halla en fase con $I_{circuito}$. En lo que respecta a E_C, que es la tensión a través del condensador, debe tenerse presente que la capacidad tiende a oponerse a todo cambio en $E_{aplicada}$ y, por lo tanto, introduce un atraso con respecto a $I_{circuito}$ como lo muestran las curvas B y D. La tensión a través del condensador E_C está atrasada respecto a $E_{aplicada}$ solamente 76,8 grados, pero estará atrasada 90° respecto a la caída de tensión a través del resistor.

Una de las aplicaciones más importantes del circuito R.C. en electrónica, es la obtención del corrimiento de fase en la tensión. En la mayoría de los casos en que se desea tal efecto, la curva de tensión a ser desfasada se aplica al circuito en la misma forma que $E_{aplicada}$ en la figura 4-17, y la curva de salida desfasada se toma del circuito a través del resistor, indicado en la figura E_R o E_{salida}. Si el corrimiento de fase que se desea para la tensión aplicada de 10000 c/s, es mayor de 13,2 grados, puede procederse de las dos formas siguientes: por la primera, se disminuye la resistencia del circuito, y esta disminución, aunque cambia el valor o amplitud de la tensión de salida, disminuye la longitud vectorial de R. En consecuencia, mientras la longitud de X_C permanece igual, aumenta el ángulo de fase entre $E_{aplicada}$ e $I_{circuito}$. El segundo método de aumentar el ángulo de fase del circuito R.C., consiste en la disminución del valor de la capacidad del circuito, pues esta disminución produce un aumento en la reactancia capacitiva cuando la frecuencia aplicada se mantiene constante en 10000 c/s. En el circuito original, con un valor de capacidad de 0,68 microfarad, la reactancia capacitiva fue de 23,4 ohm con una frecuencia igual a 10000 c/s. Sin embargo, suponiendo que el valor de la capacidad se reduce a 0,22 microfarad, el nuevo valor de X_C será el siguiente:

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$= \frac{1}{6{,}28 \times 10 \times 10^3 \times 0{,}22 \times 10^{-6}}$$

$$X_C = 72{,}4 \text{ ohm}$$

El efecto sobre el ángulo de fase original de 13,2 grados del circuito, se halla mediante la siguiente fórmula:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{X_C}{R}$$

y sustituyendo:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{72{,}4}{100}$$

$$\operatorname{tg} \theta = 0{,}724$$

Obtenida la función tangente del nuevo ángulo de fase, en la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A se halla que el ángulo de fase ha aumentado desde su valor original de 13,2 grados hasta 35,9 grados. De esta forma se ha obtenido la diferencia de fase deseada, pero, sin embargo, como también han cambiado los valores de impedencia, corriente del circuito y caída de tensión a través del condensador y del resistor, deben tomarse en consideración tales cambios antes de

utilizar la nueva tensión de salida.

Con un tratamiento adecuado de los valores de resistencia y capacidad, pueden mantenerse constantes la impedancia y la corriente del circuito cuando se crea una diferencia de fase mayor o menor. Sin embargo, aún continuarán afectados los valores de la tensión del condensador y del resistor, y cambiará la amplitud de la tensión de salida del circuito.

En el análisis práctico de los circuitos R.C. debe considerarse también otra solución en el caso de conectarse más de un capacitor en serie o en paralelo. Esta solución es la forma en que se combinan los valores de capacidad, reactancia capacitiva e impedancia del circuito en los circuitos complejos.

4-7 CIRCUITOS SERIES COMPLEJOS

La creación de circuitos capacitivos complejos que pueden tener dos o más condensadores conectados en serie o en paralelo trae aparejadas algunas complicaciones que no se han considerado previamente. Las combinaciones en serie y en paralelo de tales factores como capacidades, reactancias capacitivas e impedancias de circuitos presentados en este orden, recalcan los métodos matemáticos y/o vectoriales involucrados en la determinación de sus valores equivalentes.

En el estudio de los circuitos complejos en serie deben considerarse tres factores: la forma en que se suman las capacidades conectadas en serie; el método de combinar las reactancias de los condensadores, y el efecto general sobre la impedancia del circuito de los condensadores conectados en serie.

Combinación en serie de la capacidad

Según se estableciera en un principio, la capacidad es la propiedad de un circuito de oponerse a todo cambio en la tensión aplicada. Uno de los métodos de uso general para calcular la capacidad, es el empleo de la fórmula que incluye únicamente factores eléctricos; pero esta fórmula sólo da la capacidad correcta de un condensador en condiciones estáticas, sin que se produzcan variaciones en la carga. Por el segundo método se calcula la capacidad del capacitor con una fórmula que considera también las dimensiones físicas del mismo, es decir: distancia entre placas, superficie de las placas y constante dieléctrica.

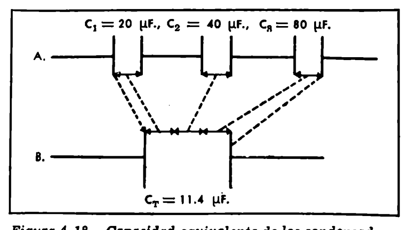


Figura 4-18. Capacidad equivalente de los condensadores conectados en serie

Como normalmente en los circuitos de C.A. no se hallan cargas estáticas en el capacitor, se utiliza a continuación el método que considera las dimensiones físicas del mismo, y cuya fórmula es:

$$C = 0{,}0885 \frac{KS(N\text{-}1)}{t} \qquad (4\text{-}5)$$

donde:

(N-1) = número de placas paralelas menos una
C = capacidad en farad
K = constante dieléctrica
S = superficie de una placa en cm^2
t = espesor del dieléctrico en centímetros (distancia entre placas)
0,0885 = valor constante

De la fórmula se deduce que la capacidad varía en relación directa con el aumento o disminución de la constante dieléctrica (K), superficie de las placas (S), o número de placas paralelas. También es evidente que la capacidad varía en relación inversa al aumento o disminución del espesor del dieléctrico.

Con ayuda de la fórmula anterior puede obtenerse la combinación de la capacidad en serie. En la parte A de la figura 44-18 se han conectado en serie tres capacitores de distintos valores. En lo que respecta a la superficie de las placas de los capacitores, las únicas placas útiles al circuito son las dos terminales de la serie, es decir, que la conexión de los capacitores en serie no aumenta la superficie de las placas. En relación al espesor dieléctrico de los capacitadores, los conductores que conectan cada capacitor actúan como conexiones eléctricas directas; sin embargo, el espesor del material dieléctrico de los tres capacitores se suma. Por esta causa, se consideran los condensadores conectados en serie como formados por la primera y última placa del circuito, con los espesores de los dieléctricos combinados según se ve en la parte B de la figura. Por lo tanto, como el espesor del material dieléctrico ha aumentado, y desde que la capacidad y el espesor del material dieléctrico están en relación inversa, la capacidad total de los capacitores conectados en serie disminuye. La fórmula para determinar la capacidad total de la conexión en serie de capacitores es la siguiente:

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} \qquad (4\text{-}6)$$

Por lo tanto, la combinación de los capacitores en serie, resulta en un valor de capacidad menor que el que tiene el capacitor de menor valor del circuito. También debe observarse que los capacitadores en serie se combinan en forma similar a los resistores en paralelo.

Combinación en serie de la reactancia capacitiva

Para determinar la reactancia total de un circuito capacitivo complejo en serie, se pueden emplear dos métodos. Por el primero se calcula la reactancia capacitiva de cada capacitor del circuito, y se suman sus valores en ohm de la misma forma que se suman los valores de las resistencias. Se supone, por ejemplo, que se tienen tres capacitores conectados en serie, según muestra la figura 4-19 A, con una tensión aplicada de C.A. de 1000 c/s. La reactancia capacitiva de los tres capacitores se halla como sigue:

$$Xc_1 = \frac{1}{2\pi f C_1}$$

$$= \frac{1}{6{,}28 \times 1 \times 10^3 \times 20 \times 10^{-6}}$$

$$Xc_1 = 7{,}96 \text{ ohm}$$

Se aplica el mismo método para Xc_2 y Xc_3 y se halla:

$$Xc_2 = 3{,}98 \text{ ohm}$$

$$Xc_3 = 1{,}99 \text{ ohm}$$

A continuación se combinan los tres valores de X_C como sigue:

$$Xc_T = Xc_1 + Xc_2 + Xc_3$$

$$= 7{,}96 + 3{,}98 + 1{,}99$$

$$Xc_T = 13{,}9 \text{ ohm}$$

De esta manera, se comprueba que la reactancia capacitiva en serie se combina en forma similar a la resistencia en serie.

El segundo método para calcular la reactancia capacitiva total de un grupo de capacitores conectados en serie, es el de la determinación de la capacidad total del circuito (C_T) con la fórmula (4-6), y la sustitución del valor C_T en la fórmula X_C según lo indica la figura 4-19 B. Con el valor calculado anteriormente de C_T esto puede hacerse en la forma siguiente:

$$Xc_T = \frac{1}{2\pi f C_T}$$

$$= \frac{1}{6{,}28 \times 1 \times 10^3 \times 11{,}4 \times 10^{-6}}$$

$$Xc_T = 13{,}96 \text{ ohm o aproximadamente 14 ohm}$$

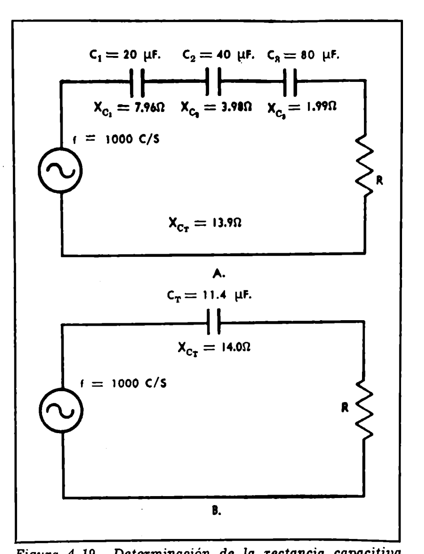


Figura 4-19. Determinación de la rectancia capacitiva total, en una red de condensadores en serie

Por lo tanto, para calcular la reactancia de varios capacitores conectados en serie, o se halla la reactancia de cada capacitor para luego sumarlas, o se halla la capacidad total del circuito complejo en serie, empleando la ecuación (4-6) y sustituyendo sus valores para obtener la reactancia Xc_T. Debe notarse que en uno de los métodos, Xc_T tenía un valor de 13,9 ohm, y en el otro 14 ohm; la diferencia resultante de 0,1 ohm se considera para este tipo de solución como valor despreciable, originado al redondear los valores decimales calculados para X_C.

Una vez hallado por uno de los dos métodos descritos el valor total X_C, de un circuito en serie, pueden representarse con vectores los valores de X_C y R, y aplicando las funciones trigonométricas se obtendrá el valor correcto de la impedancia, ángulo de fase y corriente total del circuito. Sin embargo, si se desea conocer la caída de tensión a través de cada elemento del grupo de capacitores conectado en serie, resultará más conveniente utilizar el método de hallar Xc_T, lo que incluye el cálculo de Xc para cada capacitor por separado.

Circuitos complejos en paralelo

Una vez estudiado que los capacitores en serie se suman como los resistores en paralelo, y que la *reactancia* de los capacitores en serie se suma como las resistencias en serie, se puede pasar a estudiar la forma de combinar la capacidad y la reactancia capacitiva en un circuito en paralelo.

El análisis de los capacitores en paralelo se realiza en relación a los factores físicos correspondientes. Cuando se conectaron en serie los capacitores se comprobó que los valores del espesor del dieléctrico se sumaban, y disminuía la capacidad total del circuito en serie. Por ello, la combinación de la capacidad en serie se maneja en forma similar a la combinación de los resistores en paralelo, es decir, usando un método de cálculo recíproco. Por otro lado, se verá que la combinación de varios capacitores en paralelo produce un aumento de la capacidad en el circuito.

En realidad, los capacitores conectados en paralelo suministran una mayor superficie física de placa al circuito. En la ecuación (4-5) se observa que la capacidad es directamente proporcional a la superficie de la placa del capacitor. De esta forma, como el grupo de capacitores conectados en paralelo suministra una superficie de placa aumentada al circuito, la capacidad total del mismo será mayor que la capacidad de cualquier capacitor por separado. La fórmula para determinar la capacidad total del grupo de condensadores conectados en paralelo, es la siguiente:

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 \qquad (4\text{-}7)$$

Por consiguiente, puede verse que la capacidad de los capacitores conectados en paralelo, se determina de la misma forma que el valor de las resistencias conectadas en serie.

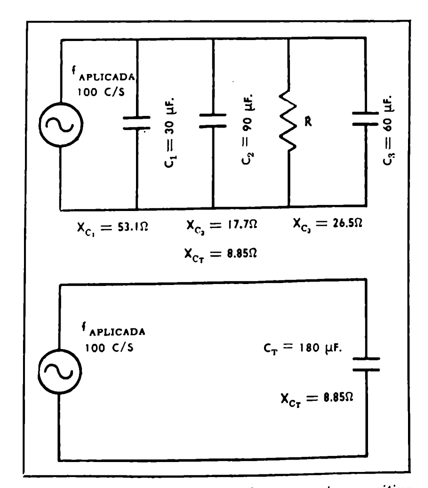


Figura 4-20. Determinación de la reactancia capacitiva total de una red de condensadores en paralelo

Combinación en paralelo de la reactancia capacitiva

Para calcular la reactancia capacitiva en un circuito en paralelo, se emplean dos métodos. Con el primero, el más simple, se halla la capacidad total del circuito en paralelo mediante la ecuación (4-7). Después de obtenida de esta manera la capacidad total del circuito, se sustituye en la fórmula X_C el valor C_T, juntamente con los valores calculados de la frecuencia aplicada y de la reactancia total. Por ejemplo, C_T en la figura 4-20, es de 180 microfarad, y para una frecuencia aplicada de 100 ciclos por segundo, la reactancia total se calcula como sigue:

$$Kc_T = \frac{1}{2\pi f C_T}$$

$$= \frac{1}{6{,}22 \times 100 \times 180 \times 10^{-6}}$$

$$Kc_T = 8{,}85 \text{ ohm}$$

Este método, que ha obtenido una reactancia capacitiva total de 8,85 ohm, puede emplearse para el análisis de cualquier circuito para calcular los valores de impedancia, ángulo de fase e $I_{línea}$. En cambio, no podrá usarse este método para determinar los valores de la corriente de las ramas individuales, pues X_C se considera una suma global. Cuando se analiza el circuito por este método, se puede considerar que tiene una sola rama capacitiva, y la Ix_C, obtenida mediante la ley de Ohm, es en realidad la suma de las corrientes de las ramas a través de cada capacitor.

El segundo método suministra los valores individuales de la reactancia de las ramas, permitiendo así el cálculo de las corrientes de las ramas individuales. Este método incluye el cálculo y la combinación de la reactancia de cada rama en la forma siguiente:

Para C_1 la reactancia es:

$$Xc_1 = 53{,}1 \text{ ohm}$$

para C_2 la reactancia es:

$$Kc_2 = 17{,}7 \text{ ohm}$$

para C_3 la reactancia es:

$$Xc_3 = 26{,}5 \text{ ohm}$$

En esta etapa, pueden calcularse las corrientes de las ramas individuales utilizando la ley de Ohm: $E = IX_C$. A fin de obtener exactitud, los tres valores de X_C calculados individualmente deben combinarse como si fueran las resistencias en paralelo, de la forma siguiente:

$$X_{C_T} = \cfrac{1}{\cfrac{1}{X_{C_1}} + \cfrac{1}{X_{C_2}} + \cfrac{1}{X_{C_3}}}$$

$$= \cfrac{1}{\cfrac{1}{53{,}1} + \cfrac{1}{17{,}7} + \cfrac{1}{26{,}5}}$$

$$= \frac{1}{0{,}0189 + 0{,}0565 + 0{,}0377}$$

$$= \frac{1}{0{,}1131}$$

$$X_{C_T} = 8{,}85 \text{ ohm}$$

En consecuencia, el valor obtenido de 8,85 ohm con el segundo método, da un valor total de reactancia capacitiva igual al calculado con el primer método. Debe tenerse presente que esto indica que los capacitores en paralelo se combinan como los resistores en serie, y que las reactancias capacitivas en paralelo se combinan como los resistores en paralelo.

TABLA 4-4
COMPARACIÓN ENTRE LA C Y X_C TOTALES EN SERIE Y PARALELO

Conexion en serie	Conexión en paralelo
Capacidad $C_T = \cfrac{1}{\cfrac{1}{C_1} + \cfrac{1}{C_2} + \cfrac{1}{C_3}}$	Capacidad $C_T = C_1 + C_2 + C_3$
Reactancia capacitiva $X_{C_T} = \frac{1}{2\pi f C_T}$ o; $X_{C_T} = X_{C_1} + X_{C_2} + X_{C_3}$	Reactancia capacitiva $X_{C_1} = \frac{1}{2\pi f C_T}$ o; $X_{C_1} = \cfrac{1}{\cfrac{1}{X_{C_1}} + \cfrac{1}{X_{C_2}} + \cfrac{1}{X_{C_3}}}$

4-8 RESUMEN

Cuando se aplica una tensión constante o de C.C. a un capacitor, éste se carga con un potencial igual y opuesto a la tensión aplicada. Durante la carga, la corriente cae hacia cero, alcanzando el cero cuando el capacitor está completamente cargado. Cuando se aplica una tensión de C.A. a un capacitor, por efecto de éste la corriente del circuito adelanta a la tensión por un ángulo de fase de 90°. La propiedad del capacitor que origina este desfasaje se denomina reactancia capacitiva, y sólo está presente cuando la tensión aplicada es alterna.

El circuito de C.A. puede tener cualquier combinación de resistores y capacitores y, por lo tanto, es necesario combinar sus efectos resistivos globales en forma distinta a la utilizada para resistores solamente. En los circuitos reactivos-resistivos los valores de X_C y R se combinan mediante vectores, obteniéndose el valor de la impedancia del circuito. La impedancia del circuito, indicada por el símbolo Z, representa la oposición total que presenta un circuito reactivo-resistivo al flujo de la corriente alterna. Para obtener la impedancia de un circuito R.C. en paralelo, se hace la combinación vectorial de las corrientes individuales de las ramas para hallar la corriente total ($I_{línea}$), y luego se sustituye dicho valor de $I_{línea}$ en la ley de Ohm para circuitos de C.A. ($E = I_{línea} Z$).

Los factores que afectan el ángulo de fase, impedancia y reactancia de un circuito de C.A. son los valores de la resistencia, capacidad y frecuencia aplicada al circuito, sin contar además, que hay muchos factores físicos de los que dependen, a su vez, estos tres valores. En las tablas 4-1 y 4-2 de este capítulo, se indica la forma en que una variación de la capacidad o de la frecuencia afectan al circuito R.C. en serie o en paralelo. También las tablas muestran la relación entre la constante de tiempo R.C., y el régimen de carga y descarga de un capacitor, y también las relaciones de fase entre $E_{aplicada}$, E_R, E_{X_C} e $I_{circuito}$ en un circuito R.C. en serie utilizado para introducir un desfasaje. El capítulo muestra también la forma en que el capacitor bloquea el flujo de la corriente de C.C., cargándose hasta un valor igual y opuesto a la tensión aplicada al circuito. Además, se estudia la manera en que el capacitor transmite a otros elementos del circuito los efectos de la corriente alterna, cargándose y descargándose continuamente con el mismo ritmo de la frecuencia de la tensión aplicada de C.A.

En este capítulo se ha estudiado, además, el método de combinación de los valores de capacidad y reactancia capacitiva, en los circuitos en paralelo y en serie. Por otra parte se halló que la reactancia capacitiva de los capacitores, medida en ohm, se combina exactamente como el valor de las resistencias, tanto en los circuitos en serie como en pa-

ralelo. Sin embargo, la capacidad de varios capacitores en serie se halla de la misma manera que el valor de varias resistencias en paralelo; y el valor de la capacidad en un circuito de capacitores en paralelo se halla de la misma manera que el valor de las resistencias de un circuito en serie. En consecuencia, puede establecerse que la reactancia capacitiva (X_C) s combina como la resistencia, y que la capacidad (C) se combina en forma opuesta a la resistencia.

CUESTIONARIO

1. ¿Qué es la capacidad?
2. ¿Qué es la reactancia capacitiva?
3. ¿Cuál es la relación de fase entre la tensión alterna aplicada y la corriente del circuito a través de un condensador?
4. La capacidad de un capacitor estáticamente cargado depende únicamente de factores eléctricos. ¿Cuál es la fórmula que emplean estos factores?
5. ¿Cuál es la fórmula para calcular la capacidad de un capacitor con inclusión de los factores físicos?
6. Enunciar la fórmula para calcular la reactancia capacitiva.
7. ¿Tiene el capacitor reactancia capacitiva en el circuito de C.C.?
8. ¿Es la reactancia del capacitor directamente proporcional a la frecuencia aplicada?
9. ¿Qué efecto tiene sobre la capacidad el cambio de la frecuencia aplicada?
10. ¿Qué factores deben combinarse vectorialmente para determinar la impedancia de un circuito R.C. en serie?
11. ¿Cómo se determina la caída total de tensión en un circuito R.C. en serie?
12. ¿Qué factores deben combinarse vectorialmente para hallar $I_{línea}$ en un circuito R.C. en paralelo?
13. Si se aumenta la frecuencia aplicada a un circuito R.C. en serie, ¿qué ocurre con
    a. la reactancia capacitiva?
    b. la impedancia del circuito?
    c. el ángulo de fase?
14. Si aumenta el valor de la capacidad en un circuito R.C. en paralelo, ¿qué sucede con:
    a. la $I_{línea}$?
    b. el ángulo de fase?
    c. la impedancia?
15. ¿En qué forma se afecta a Ex_C aplicando una frecuencia menor a un circuito R.C. en serie?
16. ¿Qué efecto tiene la disminución de la frecuencia aplicada a un circuito R.C. en paralelo, sobre la corriente a través de la rama resistiva?
17. ¿Cuál es la relación en un circuito R.C. en serie, entre una X_C en aumento y la magnitud del ángulo de fase y la impedancia?
18. ¿Cómo varían entre sí, en un circuito R.C. en paralelo, la X_C, Z y el ángulo de fase?
19. ¿En qué forma se halla la constante de tiempo de un circuito R.C.?
20. ¿Puede usarse el Gráfico Universal de Constantes de Tiempo de la figura 4-15, para el análisis de un circuito R.C. en serie con corriente alterna aplicada?
21. ¿Con qué fórmula se halla el tiempo que requiere un condensador para cargarse hasta el 100 por ciento de cualquier tensión aplicada de C.C.?
22. ¿Cómo afecta un aumento de la resistencia del circuito a la constante de tiempo R.C., en un circuito R.C. en serie?
23. Si se aumenta la resistencia o capacidad de un circuito R.C. en serie, ¿cuál será el efecto sobre el ángulo de fase del circuito si la frecuencia aplicada permanece constante?
24. Supóngase que en un circuito R.C. hay un desfasaje de veinte grados, ¿cuál es la relación de fase entre la tensión a través del resistor y la tensión a través del capacitor, con respecto a la $E_{aplicada}$?
25. ¿Cuál es la capacidad total de un circuito capacitivo complejo que tiene dos capacitores en paralelo de 40 microfarad?
26. En el circuito anterior en paralelo, ¿cuál sería la reactancia capacitiva del circuito con una frecuencia aplicada de 100 c/s?
27. ¿Cómo se combinan los valores de capacidad de los capacitores conectados en serie?
28. ¿Cómo se combinan los valores de reactancia capacitiva conectados en serie? Enunciar la fórmula.
29. ¿Cómo se combinan los valores de capacidad de los capacitores conectados en paralelo?
30. ¿Cómo se combinan los valores de la reactancia capacitiva conectados en paralelo? Enunciar la fórmula.

CAPITULO V

Análisis de Circuitos de Corriente Alterna

5-1 Introducción

El estudio de la reactancia capacitiva e inductiva ha demostrado que en un circuito de C.A., el flujo de la corriente puede estar desfasado respecto a la sinusoide de la tensión aplicada. En los circuitos de corriente continua se encontró que la resistencia era la única oposición al flujo de la corriente, mientras que en los circuitos de C.A. se introducen dos nuevas oposiciones.

La primera de dichas oposiciones es la reactancia inductiva, originada por el flujo de la corriente alterna a través de una bobina de alambre. El campo magnético que alternativamente se crea y desaparece alrededor de la bobina, a causa de la corriente, induce una fuerza electromotriz de sentido opuesto en la bobina. Esta f.e.m. inducida tiende a oponerse a todo cambio en el flujo de corriente del circuito y, por lo tanto, atrasa la corriente respecto a la tensión aplicada.

La segunda oposición a la corriente alterna es la reactancia capacitiva. Esta propiedad aparece únicamente cuando se aplica a un capacitor una tensión de C.A., y es originada por el cambio continuo de la corriente alterna que carga al capacitor para oponerse a toda variación en la tensión aplicada. De esta manera, no sólo se produce una oposición reactiva al flujo de la corriente alterna, sino que también se atrasa la tensión aplicada en relación al flujo de corriente.

Si se comparan las tres propiedades que se oponen a la corriente alterna, se observa que: la resistencia tiende a mantener la corriente y la tensión en fase; la reactancia inductiva tiende a atrasar la corriente del circuito 90 grados en relación a la tensión aplicada, y la reactancia capacitiva tiende a adelantar la corriente del circuito 90 grados respecto a la tensión aplicada. Cuando se incluyen en un circuito común las propiedades de inductancia, capacidad y resistencia, la oposición total a toda corriente alterna del circuito es una combinación trigonométrica de las tres propiedades.

5-2 LEY DE OHM PARA CIRCUITOS DE C.A.

La ley de Ohm se adapta para aplicarla a los circuitos de C.A. en la siguiente forma: en el circuito que sólo contiene resistencia, la ley de Ohm correspondiente es $E = IR$, donde E representa la tensión aplicada de C.A. En el circuito que sólo contiene inductancia pura, la ley de Ohm se escribe: $E = IX_L$, donde X_L representa la reactancia inductiva en ohm. En forma similar, para un circuito puramente capacitivo, la ley de Ohm se escribe: $E = IX_C$, donde X_C representa la reactancia capacitiva en ohm. Sin embargo, como la inductancia, la capacidad y la resistencia pueden estar combinadas en un solo circuito, la oposición total que ofrecen tales propiedades a la corriente alterna en el circuito que las contiene, se denomina impedancia. La ley de Ohm expresada en relación a la impedancia se escribe:

$$E = IZ \qquad (5\text{-}1)$$

donde:

Z — combinación trigonométrica de la resistencia y la reactancia, o impedancia, en ohm

En una combinación en serie de la resistencia y la reactancia, el flujo de corriente es el mismo a través de cada parte individual. Como la suma de las caídas de tensión *instantáneas* en el circuito es igual a la tensión aplicada, la fórmula de la ley de Ohm para los circuitos en serie se presenta generalmente como sigue:

$$E = I_T Z$$

Cuando se aplica la ley de Ohm a una combinación de reactancia y resistencia en paralelo, la fórmula se escribe generalmente utilizando el término $I_{línea}$, que representa la corriente total que fluye en la línea del circuito en paralelo de reactancia y resistencia. Como en el punto de unión la corriente se divide y fluye en forma parcial a través de cada rama del circuito, en la fórmula deberá usarse la corriente total.

5-3 CIRCUITOS R.L.C. EN SERIE

El circuito de C.A. en serie se forma cuando se conecta una combinación cualquiera de reactancia y resistencia, a través de una fuente de tensión y de manera que sólo exista un paso para el flujo de la corriente alterna. Para el análisis de estos circuitos de C.A., su resistencia y reactancia se tratan primeramente como unidades separadas y se combinan luego por medios trigonométricos.

Como ejemplo de análisis de un circuito R.L.C., se supone que una capacidad de 20 microfarad, una inductancia de 300 microhenry y una resistencia de 10 ohm, están conectadas en serie en la forma que

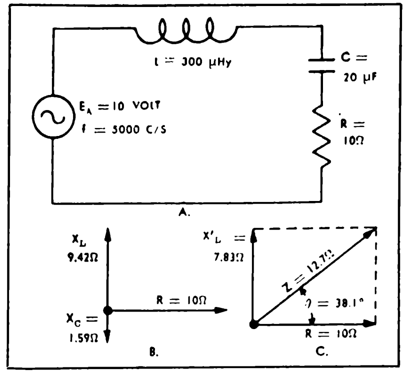


Figura 5-1. Análisis de un circuito R.L.C. en serie por combinación vectorial de reactancias y resistencias

indica la figura 5-1. La frecuencia aplicada a este circuito es de 5000 c/s. El primer paso del análisis es el cálculo de la reactancia:

$$X_L = 2\pi fL$$
$$X_L = 9{,}42 \text{ ohm}$$
$$X_C = \frac{1}{2\pi fL}$$
$$X_C = 1{,}59 \text{ ohm}$$

Como la corriente en un circuito conectado en serie es igual en todo el circuito, se la usará como referencia. Para el análisis vectorial del circuito pueden utilizarse dos propiedades: el valor en ohm de la resistencia y la reactancia y el de la caída de tensión a través de cada componente. Como la impedancia del circuito y el ángulo de fase son las informaciones más necesarias, la reactancia y la resistencia se combinan vectorialmente, dibujándose la resistencia a lo largo del eje horizontal de referencia. En la figura 5-1 B se representan los vectores correspondientes a dichas magnitudes. La combinación de los vectores X_C y X_L, debido a que están separados 180° entre sí, tiene como resultante un vector X'_L, de 7,83 ohm. Como se muestra en la figura 5-1 C, los vectores X'_L y R se utilizan para construir el paralelogramo y determinar la impedancia total del circuito y el ángulo de fase por medio de la trigonometría. En este circuito R.L.C. en serie, la tensión aplicada está adelantada 38,1° a la corriente del circuito, lo que indica que el circuito resulta inductivo. La impedancia del circuito puede hallarse mediante la función seno o coseno del ángulo θ, con lo que se obtiene $Z = 12{,}7$ ohm. Tam-

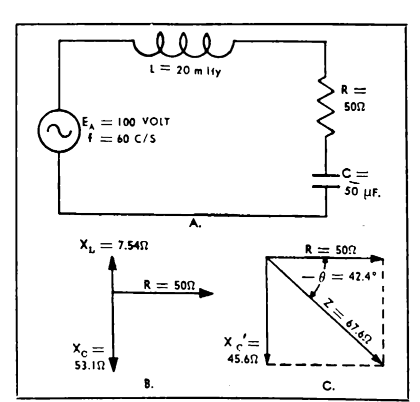


Figura 5-2. Circuito R.L.C. en serie con un valor de reactancia capacitiva mayor que la reactancia inductiva

bién puede hallarse la impedancia del circuito R.L.C. en serie aplicando la fórmula. Como la reactancia efectiva, que es la diferencia entre las reactancias capacitiva e inductiva, tiene una diferencia de fase de 90° con la resistencia, la impedancia total del circuito R.L.C. en serie aplicando el teorema de Pitágoras es:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \qquad (5\text{-}3)$$

Como ejercicio, calcular la impedancia del circuito considerado utilizando la fórmula anterior. La corriente total se halla reemplazando la impedancia total en la ley de Ohm, como sigue:

$$I = \frac{E}{Z}$$

$$I = 0{,}787 \text{ ampere}$$

Conocida ahora la corriente total del circuito, los valores de Ex_L, Ex_C y E_R se combinan con vectores para comprobar los cálculos anteriores. El resultado debe ser $E_{aplicada}$, o sea, 10 volt.

En un circuito R.L.C. en serie cuya reactancia capacitiva es mayor que su reactancia inductiva, se obtendrá un valor de ángulo θ con signo negativo. Se supone un circuito R.L.C. en serie de una inductancia de 20 milihenry, una capacidad de 50 microfarad y una resistencia de 50 ohm. Además, como se ve en la figura 5-2 A, tiene una tensión aplicada de 100 volt a 60 c/s. Los valores de la reactancia capacitiva e inductiva de este circuito se calculan como sigue:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$X_C = 53{,}1 \text{ ohm}$$

$$X_L = 2\pi fL$$

$$X_L = 7{,}54 \text{ ohm}$$

Estos valores tienen su representación vectorial en la figura 5-2 B. Luego se combinan los vectores de la reactancia capacitiva e inductiva y se obtiene el vector X'_C, de un valor de 45,6 ohm. Esta reactancia resultante se representa en forma vectorial en la figura 5-2 C, juntamente con el vector de la resistencia, el paralelogramo formado y su vector resultante. Los valores de Z y θ se hallan trigonométricamente de la forma siguiente:

$$\text{tg } \theta = \frac{X_C'}{R}$$

$$\text{tg } \theta = 0{,}912$$

El Apéndice A indica que los valores correspondientes a las funciones trigonométricas son:

$$\theta = -42{,}4 \text{ grados}$$

$$\text{sen } \theta = 0{,}6743$$

$$\cos \theta = 0{,}7385$$

En este caso debe notarse que el ángulo θ es de —42,4 grados. Ello indica que el circuito es capacitivo, y que la tensión ($E_{aplicada}$) del circuito está atrasada 42,4 grados respecto a la corriente del mismo, que se representa a lo largo del eje de referencia. Para determinar la impedancia del circuito, se usa la función seno:

$$\text{sen } \theta = \frac{X_C'}{Z}$$

$$Z = \frac{45{,}6}{0{,}6743}$$

$$Z = 67{,}6 \text{ ohm}$$

La sustitución de este valor de la impedancia en la ley de Ohm para circuitos de C.A. en serie, dará el valor del flujo de la corriente del circuito:

$$I_T = \frac{E_A}{Z}$$

$$I_T = 1{,}48 \text{ ampere}$$

Resulta evidente que un circuito R.L.C. en serie puede ser capacitivo o inductivo respecto a la fuente de tensión aplicada, lo cual depende de si el valor de la reactancia capacitiva es mayor o menor que el valor de la reactancia inductiva. Para determinar la impedancia del circuito R.L.C. en serie, se combinan con vectores los valores de la reactancia y de la resistencia del circuito. Si X_C es mayor que X_L, el circuito R.L.C. tendrá un ángulo de fase

negativo, el cual indica que la corriente del circuito está adelantada a la tensión aplicada por la magnitud del ángulo θ. Por otra parte, si en el circuito en serie X_L es mayor que X_C, resultará un ángulo θ positivo. Ello indica que la tensión aplicada está adelantada a la corriente del circuito por el valor del ángulo θ. Se notará especialmente, observando el diagrama vectorial, que un aumento de la resistencia del circuito R.L.C. en serie, produce la disminución sea del ángulo negativo o del ángulo positivo del circuito.

5-4 CIRCUITOS R.L.C. EN PARALELO

Cuando los resistores, inductores y condensadores se conectan en paralelo, las características del circuito formado difieren grandemente de las del circuito simple R.L.C. en serie. La primera diferencia que debe considerarse es el hecho de que en un circuito R.L.C. en paralelo, la caída de tensión a través de cada rama es constante. Por esta causa, la tensión se utiliza como eje de referencia, y la corriente a través de la rama resistiva del circuito se dibuja a lo largo de este eje, pues la caída E_R,

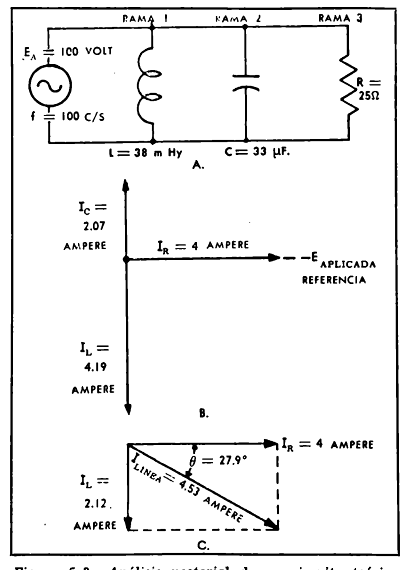


Figura 5-3. Análisis vectorial de un circuito teórico R.L.C. en paralelo

es decir, I veces R, es igual a la tensión aplicada. Las corrientes de las ramas individuales se representan y combinan con vectores en el análisis de circuitos en paralelo, de la misma forma que se combinan y representan las caídas de tensión o reactancias de las ramas individuales, en los circuitos R.L.C. en serie.

A menudo, las ramas capacitiva e inductiva conectadas en paralelo tienen una derivación de resistencia, según puede verse en la figura 5-3 A. Como ejemplo del método usado para analizar este tipo de circuito, se supone que las propiedades indicadas en la parte A de la figura son las únicas que posee el circuito. Con estos valores se hace un análisis completo en la forma siguiente:

Primeramente, utilizando los valores de frecuencia, capacidad e inductancia, se calculan las reactancias de las ramas 1 y 2 del circuito.

$$X_L = 2\pi fL$$
$$X_L = 23{,}9 \text{ ohm}$$
$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$
$$X_C = 48{,}3$$

Como es un circuito en paralelo, son las corrientes de las ramas las que deben combinarse vectorialmente para hallar la corriente total del circuito ($I_{\text{línea}}$).

Las corrientes de cada rama son:

$$I_C = \frac{E_A}{X_C}$$
$$I_C = 2{,}07 \text{ ampere}$$
$$I_L = \frac{E_A}{X_L}$$
$$I_L = 4{,}19 \text{ ampere}$$
$$I_R = \frac{E_A}{R}$$
$$I_R = 4 \text{ ampere}$$

Ahora pueden representarse en forma vectorial las corrientes de cada rama, como se ve en la figura 5-3 B. Utilizando la tensión aplicada como eje de referencia, se traza sobre el valor de la I_R, pues la tensión y la corriente están en fase a través de la rama resistiva del circuito. La corriente a través de la rama capacitiva del circuito (rama 2), se dibuja 90° adelantada a I_R, pues la capacidad hace que la corriente del circuito adelante a la tensión aplicada en 90°. La corriente inductiva (rama 1) se representa 90° atrasada respecto a I_R, pues la inductancia atrasa a la corriente del circuito 90° respecto a la tensión aplicada.

Después de obtener con la combinación de los vectores I_C e I_L, un vector de 2,12 ampere de lon-

gitud, según puede verse en la parte C de la figura, se pasa a calcular la $I_{línea}$ del circuito:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{I_L}{I_R}$$
$$\operatorname{tg} \theta = 0{,}530$$

En la tabla de las funciones trigonométricas del Apéndice A se encuentra que

$$\theta = 27{,}9 \text{ grados}$$
$$\operatorname{sen} \theta = 0{,}4679$$
$$\cos \theta = 0{,}8838$$

Debe tenerse presente en esta etapa, que la componente reactiva del circuito R.L.C. en paralelo, que presenta el menor valor de oposición y, a la vez, el valor más elevado de corriente de la rama, es la que determina si el circuito resulta capacitivo o inductivo. En el circuito R.L.C. en serie, es el valor más alto de reactancia o la caída de tensión reactiva mayor lo que determina si el circuito resulta capacitivo o inductivo.

Se utiliza la función seno para resolver la corriente total y se tiene:

$$I_{línea} = 4{,}53 \text{ ampere}$$

Esta es la corriente suministrada por la fuente. Como la corriente está atrasada respecto a la tensión en 27,9 grados, el circuito resulta ligeramente inductivo. La impedancia del circuito se halla como sigue:

$$E_A = I_{línea} Z$$
$$100 = 4{,}53 \times Z$$
$$Z = 22{,}1 \text{ ohm}$$

En consecuencia, para el generador el circuito resulta ser un circuito R.L. que tiene una impedancia de 22,1 ohm.

En el circuito R.L.C. en paralelo, que se acaba de analizar (figura 5-3), se consideró que las ramas 1 y 2 tenían respectivamente, una inductancia pura y una capacidad pura. Esto es posible en un circuito teórico pero en la práctica, no existe un circuito con un desfasaje exacto de 90° entre dichas ramas, debido a la resistencia del conductor y a la resistencia del arrollamiento de la bobina del inductor En la figura 5-4 se representa un circuito práctico R.L.C. en paralelo, donde R_L representa la resistencia en ohm de la rama inductiva, y R_C la resistencia de los conductores y conexiones soldadas de la rama capacitiva.

En el análisis de un circuito práctico R.L.C. debe seguirse un camino algo diferente al utilizado para analizar el circuito teórico. Cada rama por separado del circuito R.L.C. en paralelo, constituye un circuito R.C. o R.L. en serie. Deben combinarse con vectores los valores de R_L, X_L, y R_C y X_C, para poder calcular el ángulo de fase y la impedancia de cada rama. Dichos valores para calcular la impedancia de cada rama en serie, pueden observarse en la figura 5-4. Como las partes de cada rama están en serie, y la corriente es el eje de referencia en un circuito en serie, pueden representarse ambos vectores sobre el mismo eje de referencia. En la figura 5-4 C se representan los paralelogramos de vectores y sus resultantes.

Para determinar el ángulo de fase y la impedancia de la rama 1, se emplea el siguiente procedimiento:

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{X_L}{R_L}$$
$$\operatorname{tg} \theta_1 = 1{,}3333$$

En la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A se encuentran los siguientes valores:

$$\theta_1 = 53{,}1 \text{ grados}$$
$$\operatorname{sen} \theta_1 = 0{,}7997$$
$$\cos \theta_1 = 0{,}6004$$

Se comprueba que la tensión aplicada a esta rama está adelantada a la corriente a través de la rama, en 53,1 grados. La impedancia de la rama 1 es:

$$\operatorname{sen} \theta_1 = \frac{X_L}{Z_1}$$
$$Z_1 = \frac{20}{0{,}7997}$$

$Z = 25$ ohm y un ángulo de fase de $+53{,}1$ grados respecto a $I_{línea}$.

El valor del ángulo de fase y de la impedancia para la rama 2, se halla en forma muy parecida a la aplicada en la rama 1.

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{X_C}{R_C}$$
$$\operatorname{tg} \theta_2 = 0{,}6000$$
$$\theta_2 = 31 \text{ grados}$$
$$\operatorname{sen} \theta_2 = 0{,}5150$$
$$\cos \theta_2 = 0{,}8572$$

Por lo tanto, en la rama 2, que es capacitiva, la tensión aplicada al circuito está atrasada 31 grados respecto a la corriente, según se ve en la figura 5-4 C. Debe recordarse que ahora se están analizando circuitos que son ramas R.C. y R.L. en serie, y que la corriente del circuito es el eje de referencia. Para hallar la impedancia de la rama 2, puede utilizarse la función seno del ángulo θ_2.

$$\operatorname{sen} \theta_2 = \frac{X_C}{Z_2}$$
$$Z_2 = \frac{15}{0{,}5150}$$
$$Z_2 = 29{,}1 \text{ ohm}$$

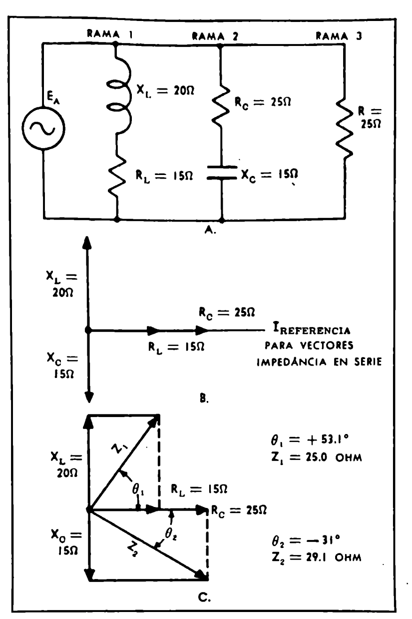


Figura 5-4. Análisis vectorial de un circuito práctico R.L.C. en paralelo

En consecuencia, la impedancia de la rama 2 es de 29,1 ohm y tiene un ángulo de fase de —31 grados con respecto a la corriente del circuito.

Con los valores ahora obtenidos de Z_1 y Z_2, se procede a calcular la corriente a través de cada rama:

$$I_1 = \frac{E_A}{Z_1}$$

$I_1 = 4$ ampere

$$I_2 = \frac{E_A}{Z_2}$$

$I_2 = 3{,}43$ ampere

La combinación vectorial de las corrientes en paralelo de las ramas 1 y 2, con la corriente a través de la rama resistiva de 25 ohm (rama 3), da por resultado $I_{línea}$, o sea, la corriente total del circuito. Ahora que se pasa a calcular los valores eléctricos en paralelo, debe cambiarse el eje de referencia para vectores constituido por la corriente, por el eje de referencia de la tensión. Cuando se hace esto, la representación vectorial de la corriente de la rama 2 estará adelantada 31 grados respecto a la tensión aplicada; y la corriente a través de la rama inductiva estará atrasada 53,1 grados en relación a la tensión aplicada. En consecuencia, cuando los vectores tienen la referencia de la tensión, se disponen en las posiciones indicadas por la figura 5-5 A.

Nótese en la figura que los vectores de corriente de las ramas forman entre sí un ángulo de 84 grados; por lo tanto, para simplificar la combinación vectorial se descomponen dichos vectores en sus componentes. Para descomponer el vector I_2 en sus componentes se aplican las funciones trigonométricas. Un estudio del vector demuestra que se conocen la hipotenusa del triángulo rectángulo y el ángulo θ. Cuando el vector I_2 se convierte en un paralelogramo, formado bajando la recta perpendicular al eje de referencia horizontal y que forma un ángulo de 59 grados con la hipotenusa, y trazando una recta perpendicular al eje vertical y con un ángulo de 31 grados con respecto a la hipotenusa, los valores correspondientes de las componentes son los indicados en la figura 5-5 B. Los valores no conocidos de la componente vertical y horizontal, simbolizados respectivamente por Vc_2 y Hc_2, se determinan también trigonométricamente. Para hallar la componente vertical no conocida (Vc_2), que es igual al lado opuesto a θ_2, debe aplicarse la función seno del ángulo, o sea:

$$Vc_2 = \text{sen } \theta_2 \times I_2$$

$$Vc_2 = 1{,}77 \text{ ampere}$$

Para hallar el valor no conocido de las componentes horizontales se emplea la función seno del ángulo fi (ϕ_2), o la función coseno del ángulo θ_2.

$$Hc_2 = \cos \theta_2 \times I_2$$

$$Hc_2 = 2{,}94 \text{ ampere}$$

Conocidas las componentes del vector I_2, pueden representarse ahora separadas como en la parte C de la figura.

En la figura 5-5 D se han representado, después de realizado el cálculo, las componentes no conocidas vertical y horizontal del vector I_1.

Halladas ahora las componentes horizontales y verticales de los vectores I_1 e I_2, se pueden combinar en la forma que indica la figura 5-5 E. Como las componentes del vector, Hc_1 y Hc_2, son paralelas y coincidentes en dirección, se componen por simple suma, o sea:

$$Hc_1 + Hc_2 = 2{,}40 + 2{,}94$$

combinación horizontal = 5,34 ampere

Las componentes del vector vertical, Vc_1 y Vc_2, debido a que están desfasadas 180 grados, se combinan algebraicamente, o sea:

$$(+Vc_1) + (-Vc_2) = 1{,}77 - 3{,}20$$
$$\text{combinación vertical} = -1{,}41 \text{ ampere}$$

En la parte F de la figura se representan las nuevas componentes horizontales y verticales.

La combinación vectorial de las componentes de vectores que se acaban de calcular, corresponden al flujo de corriente y su ángulo de fase a través de las ramas 1 (rama inductiva) y 2 (rama capacitiva) del circuito de la figura 5-4 A. Falta aún considerar una rama, es decir la rama resistiva 3. Como la rama 3 es puramente resistiva, la corriente de 4 ampere que fluye a través de ella estará en fase con la tensión aplicada. En consecuencia, el vector que representa I_3 debe dibujarse a lo largo de la línea $E_{\text{referencia}}$. En la figura 5-6 A este vector se halla superpuesto sobre la combinación calculada de componentes horizontales. Como el vector I_3 tiene la misma dirección que la combinación horizontal, a su vez, se pueden combinar por adición:

$$H_{\text{comb}} + I_3 = 5{,}34 + 4 = 9{,}34 \text{ ampere}$$

Con el nuevo valor de 9,34 ampere para la componente horizontal y 1,43 ampere para la componente vertical, la corriente total del circuito R.L.C. en paralelo, puede representarse de la manera indicada en la figura 5-6 B. Como se ha representado en forma vectorial todo el circuito R.L.C. en paralelo en función de la corriente, y con la referencia de la tensión aplicada, pueden combinarse mediante la trigonometría los valores del vector para calcular el valor total de corriente que consume el circuito en la fuente de alimentación, el ángulo de fase y la impedancia total del circuito.

Primeramente, se usan los vectores de corriente para construir el paralelogramo que se representa en la figura 5-7, y se obtiene su resultante, que es igual a $I_{\text{línea}}$.

$$\text{tg } \theta = \frac{V_{\text{comb}}}{H_{\text{comb}}}$$
$$\text{tg } \theta = 0{,}1531$$

En el Apéndice A se obtienen en la tabla los siguientes valores:

$$\theta = 8{,}7 \text{ grados}$$
$$\text{sen } \theta = 0{,}1513$$
$$\cos \theta = 0{,}9885$$

En consecuencia, el ángulo de fase de $I_{\text{línea}}$, con respecto a la tensión aplicada al circuito R.L.C. en

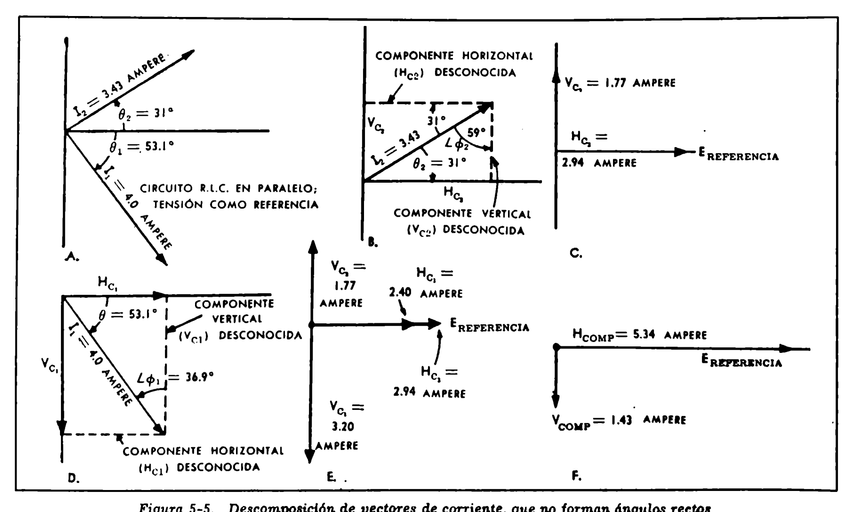


Figura 5-5. Descomposición de vectores de corriente, que no forman ángulos rectos, en sus componentes verticales y horizontales para su adición

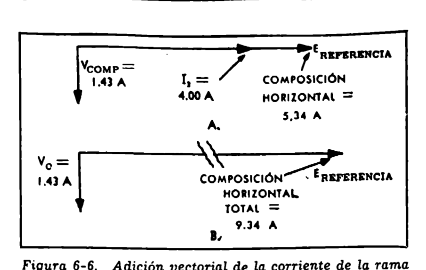


Figura 6-6. Adición vectorial de la corriente de la rama resistiva con las componentes horizontales y verticales, de las ramas capacitivas e inductivas de un circuito R.L.C. en paralelo

paralelo, está atrasado en 8,7 grados, o sea, —8,7 grados.

Puede usarse la función seno para calcular la corriente total que çonsume el circuito del generador, o sea, $I_{línea}$:

$$\text{sen}\ \theta = \frac{V_{comb}}{I_{línea}}$$

$$I_{línea} = 9{,}45 \text{ ampere}$$

y sustituyendo $I_{línea}$ y $E_{aplicada}$ en la ley de Ohm, se obtiene la impedancia del circuito:

$$E_A = I_{línea}\, Z$$

$$Z = 10{,}6 \text{ ohm}$$

Para resumir, el ángulo de fase del circuito R.L.C. en paralelo es de —8,7°; el circuito resulta inductivo; la corriente total $I_{línea}$ es de 9,45 ampere, y la impedancia del circuito es de 10,6 ohm. De esta forma, se considera ahora completamente analizado el circuito R.L.C. en paralelo. Debe notarse que en este circuito, la rama que tiene el mínimo valor de reactancia o inductancia, para este caso la rama inductiva, es la que consume mayor corriente y la que determina la forma en que se presenta el circuito. Es decir, en un circuito R.L.C. en paralelo, la parte que tiene *el mínimo valor de reactancia o impedancia* de la rama, es el factor determinante para que la corriente tenga un ángulo de fase adelantado o atrasado con respecto a la tensión aplicada. Recuérdese que en el circuito R.L.C. en serie, lo opuesto es lo cierto, pues el elemento que tiene el *máximo valor de reactancia* es el que produce la mayor caída de tensión y es el que determina que la tensión se halle adelantada o atrasada con respecto a la corriente.

Existe una fórmula para la determinación de $I_{línea}$ por lo cual con ella puede comprobarse el análisis gráfico anterior. La fórmula se basa en el teorema de Pitágoras y se expresa:

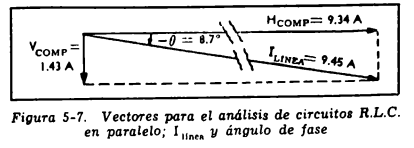


Figura 5-7. Vectores para el análisis de circuitos R.L.C. en paralelo; $I_{línea}$ y ángulo de fase

$$I_{línea} = \sqrt{(I_{R_1} + I_{R_2} + I_{R_3})^2 + (I_L - I_C)^2} \qquad (5\text{-}4)$$

donde:

$I_{línea}$ = total de corriente del generador consumida en el circuito

I_{R_1} = corriente a través de R en la rama 1
I_{R_2} = corriente a través de R en la rama 2
I_{R_3} = corriente a través de R en la rama 3
I_L = corriente a través de X_L en la rama 1
I_C = corriente a través de X_C en la rama 2

La fórmula $I_{línea}$ puede aplicarse a cualquier circuito R.L.C. en paralelo. Cuando se aplica a un circuito teórico, o a un circuito práctico en el que no se considera la resistencia de las espiras de alambre de la bobina de la rama inductiva, ni la resistencia de conductores o conexiones de la rama capacitiva, la fórmula permite obtener fácilmente $I_{línea}$ del circuito por la simple sustitución de los valores de corriente a través de cada rama del circuito en paralelo. Sin embargo, en la mayoría de los casos, los valores de corriente a sustituirse en la fórmula deben obtenerse por medios trigonométricos. Para eliminar una buena parte de los cálculos trigonométricos correspondientes, la fórmula puede adaptarse como sigue: habiéndose determinado según la figura 5-5, los ángulos de fase y las corrientes a través de cada rama reactiva-resistiva, sus valores pueden reemplazarse en la fórmula $I_{línea}$ que se escribirá:

$$I_{línea} = \sqrt{(I_1 \cos\theta_1 + I_2 \cos\theta_2 + I_3 \cos\theta_3)^2 + (\pm I_1 \text{ sen}\ \theta_1 \pm I_2 \text{ sen}\ \theta_2 \pm I_3 \text{ sen}\ \theta_3)^2} \qquad (5\text{-}5)$$

donde:

$I_{línea}$ = total de corriente de la fuente consumida en el circuito

I_1, I_2, I_3 = corriente a través de cada rama
sen θ_1, sen θ_2, sen θ_3 = seno del ángulo θ de cada rama
cos θ_1, cos θ_2, cos θ_3 = coseno del ángulo θ de cada rama

El signo ± (más o menos) de la fórmula se usará de la manera siguiente: más, cuando la corriente de la rama está adelantada a la tensión aplicada, y, menos, cuando la corriente de la rama está atrasada respecto a la tensión aplicada. Si des-

pués de realizada la suma de los términos θ, el signo dentro del segundo paréntesis es menos, $I_{línea}$ estará atrasada; y si fuera positivo, $I_{línea}$ estará adelantada. Esta fórmula ofrece un método simplificado de descomponer los vectores de corriente de cada rama en sus componentes, para luego combinarlos.

5-5 COMPARACIÓN DE CÁLCULOS EN CIRCUITOS R.L.C. EN SERIE Y EN PARALELO

Cuando se analiza un circuito R.L.C. en serie, se cumplen las siguientes etapas:

1. Se calcula la reactancia de las partes componentes inductiva y capacitiva.
2. Se combinan con vectores X_C, X_L y R, utilizando la corriente del circuito como referencia, para hallar la impedancia del circuito (Z), y el ángulo de fase.
3. Se sustituye la tensión aplicada y la impedancia en la ley de Ohm para circuitos en serie de C.A. ($E = I_T Z$) y se obtiene I_{total} para el circuito.
4. Utilizando el valor de I_{total}, se calculan las caídas de tensión en el circuito a través de X_C, X_L y R.
5. Se combinan con vectores las caídas de tensión E_C, E_L y E_R, como un medio para verificación de los cálculos. Esta combinación vectorial debe ser igual a la tensión aplicada.

Los cinco pasos anteriores constituyen el análisis completo de toda combinación R.L.C. en serie.

Para el análisis completo de una combinación R.L.C. en paralelo, en la que no se tiene en cuenta el valor de la resistencia en las ramas reactivas, se usa el siguiente procedimiento:

1. Se calcula la reactancia de las ramas reactivas.
2. Se halla el valor del flujo de la corriente a través de cada rama del circuito, aplicando la ley de Ohm en las siguientes tres formas:

   a. $I = \dfrac{E}{X_C}$

   b. $I = \dfrac{E}{X_L}$

   c. $I = \dfrac{E}{R}$

3. Se combinan con vectores las corrientes de las ramas para hallar $I_{línea}$ y el ángulo de fase, utilizando la tensión aplicada como eje horizontal de referencia.
4. Se sustituye el valor de $I_{línea}$ en la ley de Ohm para circuitos en paralelo de C.A. ($E = I_{línea} Z$), y se halla el valor de la impedancia del circuito.

En los circuitos R.L.C. en paralelo, prácticos o complejos, las ramas en paralelo están constituidas, en realidad, por circuitos R.C., R.L. o R, en serie. Por lo tanto, las etapas para hacer el análisis de estos circuitos son algo largas comparadas con el caso de los circuitos simples R.L.C. en serie o en paralelo. Se incluyen las siguientes etapas:

1. Se halla el valor de la reactancia en cada rama.
2. Se combinan con vectores la reactancia y la resistencia de cada rama para determinar su impedancia y su ángulo de fase, utilizándose la corriente de la rama como eje horizontal de referencia.
3. Se emplea la impedancia de cada rama para hallar la corriente a través de cada una de ellas, sustituyendo su valor en la ley de Ohm para circuitos en serie.
4. Se representa por vectores la corriente de cada rama con su respectivo ángulo de fase, y se utiliza la tensión aplicada como eje horizontal de referencia.
5. Se descompone trigonométricamente el vector de la corriente de cada rama en sus componentes de corriente reactiva y resistiva.
6. Se combinan por suma las componentes de la corriente resistiva con la corriente de la rama reactiva.
7. Se combinan algebraicamente las componentes de la corriente reactiva para determinar la forma en que se presenta el circuito para la fuente (un ángulo de fase positivo para I_C, o un ángulo de fase negativo para I_L).
8. Con los vectores paralelos y opuestos combinados, se halla $I_{línea}$ del circuito, y el ángulo de fase total por medios trigonométricos.
9. Se sustituye el valor de $I_{línea}$ en la fórmula de Ohm para circuitos R.L.C. en paralelo ($E = I_{línea} Z$), para determinar la impedancia total del circuito.

De esta forma, se emplean 9 etapas para analizar el circuito R.L.C. en paralelo formado por las ramas R.C., R.L. y resistiva.

Si no se desea el ángulo de fase exacto de un circuito R.L.C. en paralelo, puede hallarse la impedancia, $I_{línea}$ y la forma en que se presenta el circuito (ángulo de fase positivo o negativo), por sustitución en una de las siguientes fórmulas de $I_{línea}$:

$$I_{línea} = \sqrt{(I_{R1} + I_{R2} + I_{R3})^2 + (I_L - I_C)^2} \qquad (5\text{-}4)$$

que es la fórmula que se usa con el circuito simple R.L.C. en paralelo.

$$e\ I_{línea} = \sqrt{(\pm I_1 \text{ sen } \theta_1 \pm \text{ sen } \theta_2 \pm I_3 \text{ sen } \theta_3)^2 + (I_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2 + I_3 \cos \theta_3)^2} \quad (5\text{-}5)$$

que se usa en los circuitos complejos R.L.C. en paralelo, cuyas ramas tienen combinaciones de R y C, y de R y L. En la última fórmula el número resultante, al realizar las operaciones del segundo paréntesis y antes de elevarlo al cuadrado, indicará si el ángulo de fase del circuito es de corriente adelantada (positivo) o de corriente atrasada (símbolo negativo), es decir, si el circuito se presenta capacitivo o inductivo respecto a la fuente de tensión.

El estudio anterior de los circuitos R.L.C. en serie y en paralelo, ha servido para mostrar distintos medios de calcular la impedancia, el ángulo de fase, las corrientes del circuito y el valor de la tensión cuando se aplica una tensión de C.A. Estos principios tienen muchas aplicaciones prácticas, especialmente en circuitos de sintonía, cuyas particularidades y efectos se estudian en los capítulos siguientes. En este estudio se incluyen todos los factores relacionados con los circuitos R.L.C. en paralelo; sin embargo, antes de profundizar en dicho tema se tratará sobre la potencia en los circuitos de C.A., comparada a la disipación de potencia en circuitos de C.C.

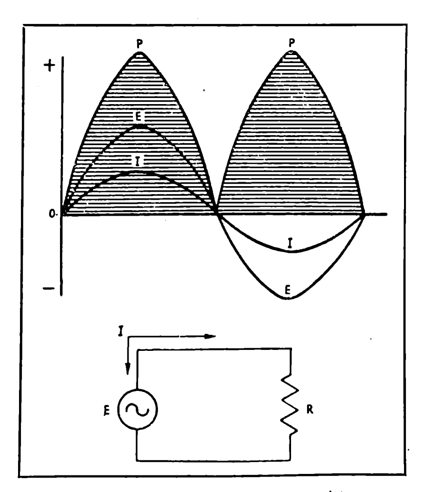


Figura 5-8. Potencia disipada en un resistor que tiene aplicada una tensión de C.A.

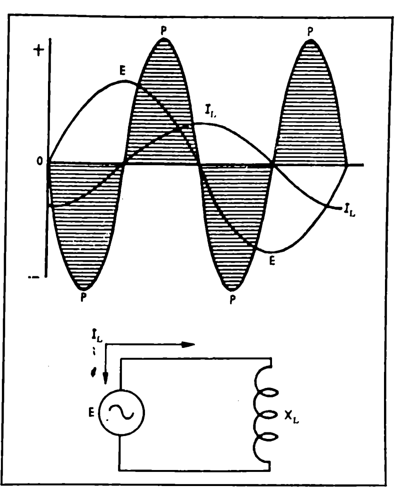


Figura 5-9. Potencia desarrollada en un inductor que tiene aplicada una corriente alterna

5-6 LA POTENCIA EN LOS CIRCUITOS DE C.A.

De acuerdo con lo estudiado en el Volumen I, en el circuito de C.C. la potencia es consumida o disipada por la resistencia del circuito, y ello ocurre porque la resistencia es la única oposición al flujo de la C.C. Las tres fórmulas empleadas con la potencia de C.C. son las siguientes

$$F = I \times E; \quad P = I^2 R; \quad P = \frac{E^2}{R} \quad (5\text{-}6)$$

Estas tres fórmulas pueden emplearse también para el cálculo de la potencia de C.A. cuando la corriente y la tensión del circuito están en fase; es decir, pueden emplearse únicamente en los circuitos resistivos de C.A.

La potencia de C.A. en un resistor, un inductor y un condensador

En la figura 5-8, se muestra gráficamente la disipación de la potencia en un resistor cuya tensión alterna y corriente están en fase. En la figura puede notarse que la potencia tiene siempre un valor positivo, lo que se debe al hecho de que la corriente y la tensión están en fase. Durante el primer semiciclo, el valor positivo instantáneo de la tensión multiplicado por el valor positivo instantáneo de la corriente, produce un valor po-

sitivo de consumo instantáneo de potencia. En la segunda alternación que muestra la figura, el sentido de la tensión aplicada y del flujo de corriente se han invertido, pero, sin embargo, se produce nuevamente un valor positivo de consumo de potencia, y ello se debe a que el producto del valor instantáneo negativo de corriente por el valor instantáneo negativo de la tensión tiene un signo positivo. En consecuencia, en el circuito resistivo de C.A. siempre hay un consumo de potencia.

En la figura 5-9 se representa la potencia aparente a través de un inductor. El ángulo de fase o desfasaje entre la tensión de C.A. y la corriente es de 90°, estando E adelantada a I_L. Por la figura se deduce que en el inductor la potencia se presenta con valor positivo y negativo. Ello se debe a lo siguiente:

1. En el tiempo cero de la gráfica, la corriente se halla en el máximo valor negativo pues la tensión aplicada está atravesando el cero. Por lo tanto, mediante la fórmula $P = E \times I_L$, se comprueba que en el tiempo cero no hay disipación de potencia, pues el producto de tensión cero por un valor negativo de corriente es cero.

2. Cuando la tensión aplicada aumenta a su máximo valor positivo, la corriente, que está atrasada en 90 grados, permanece negativa. El producto de E positiva por I_L negativa da un valor negativo de consumo de potencia. La única manera en que puede disiparse un valor negativo de potencia, es que la reemplace en el circuito un elemento del mismo. Se recordará que la energía o potencia es acumulada en el campo magnético que rodea un inductor, por lo cual, a medida que la corriente cae hacia cero desde su máximo valor positivo o negativo, el campo desaparece devolviendo su energía acumulada al circuito. Por lo tanto, el semiciclo negativo en la curva de potencia está vinculado al campo electromagnético que desaparece alrededor del inductor.

3. En el punto de 90 grados de la sinusoide de tensión aplicada, la tensión alcanza el máximo positivo y la corriente del circuito es cero, de lo que resulta nuevamente potencia cero como producto de E por I_L.

4. Mientras la corriente en el circuito aumenta en sentido positivo, sobre el eje de referencia cero, la tensión aplicada sigue siendo un valor positivo. De esta manera, del producto de la tensión positiva por el valor positivo del flujo de corriente, se obtiene un valor positivo de potencia. En este momento se considera que el inductor se carga, y el flujo de corriente a través del mismo está creando su campo electromagnético mediante el consumo de potencia del circuito. Esta es la potencia acumulada que se descarga nuevamente en el circuito cuando desaparece el campo. Por lo tanto, en un circuito inductivo de C.A., la potencia se acumula durante el tiempo de 90 grados (valor positivo), y es devuelta al circuito durante el siguiente período de 90 grados. En consecuencia, se considera que un circuito puramente inductivo no consume potencia.

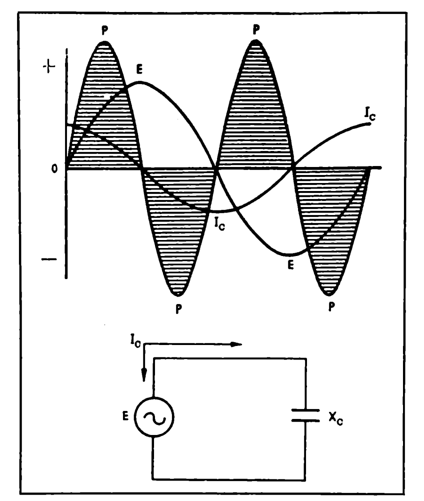


Figura 5-10. Potencia disipada en un condensador con C.A. aplicada

Cuando se aplica una tensión alterna a un condensador, se obtiene una curva de potencia similar a la curva del inductor pero desfasada 180 grados. En la figura 5-10 se representa el condensador con C.A. aplicada. Se observa también que se obtiene una curva de potencia de valores negativos y positivos, debido al hecho de que la corriente del circuito está adelantada a la tensíón aplicada. Cuando la corriente y la tensión son positivas, se considera que el condensador se carga, es decir, consume potencia del circuito acumulándola. Esto corresponde al semiciclo positivo de la curva de potencia. La potencia acumulada en el condensador es utilizada para la creación del campo electrostático entre las placas del condensador. Cuando la tensión aplicada disminuye hacia cero,

el campo electrostático descarga nuevamente su energía como corriente en el circuito y repone la potencia. De esta manera se forma el semiciclo negativo de potencia de la figura.

De lo estudiado anteriormente, puede deducirse que únicamente la resistencia del circuito de C.A. es la que, en realidad, consume o disipa potencia. Además, primeramente se acumula la potencia en el inductor o condensador y luego es devuelta al circuito, resultando un consumo de potencia de cero watt.

Tipos de potencia de C.A.

Se ha comprobado ya el hecho de que los inductores y condensadores no consumen potencia de C.A., y que en realidad, el único elemento del circuito de C.A. que consume o disipa potencia es el resistor.

El tipo de potencia que disipa el resistor se denomina potencia activa o potencia media. La *potencia activa* se define como el valor medio de potencia, en watt, absorbido por un circuito durante el período de un ciclo de tensión aplicada de C.A. En un circuito de C.A., puede hallarse el valor instantáneo de la potencia disipada en un resistor, obteniendo el producto de la tensión instantánea a través de la resistencia por el flujo de corriente instantánea a través del circuito. Sin embargo, la potencia media o activa, se calcula generalmente con la siguiente fórmula:

$$P = I^2 R \qquad (5\text{-}7)$$

P = potencia activa o potencia media, en watt

I = valor eficaz de la corriente que fluye a través del elemento

R = resistencia del elemento, en ohm

Nótese que la fórmula anterior considera únicamente la resistencia en ohm, y el valor del flujo de la corriente a través del elemento. Se ha establecido que la potencia a través de un componente reactivo es igual a cero, pero, sin embargo, la tensión del generador aplicada al circuito experimenta la pérdida de potencia que debe suministrar para cargar el condensador o el inductor. Es decir, para el generador del circuito de C.A. los elementos reactivos representan un consumo o absorción de potencia. En las curvas de potencia de un inductor y un condensador de las figuras 5-9 y 5-10, respectivamente, se observa que la potencia es absorbida por las partes reactivas durante un semiciclo de la curva de tensión aplicada (dos períodos de tiempo de 90 grados). La potencia que consumen en apariencia los elementos reactivos se denomina *potencia aparente,* y se mide en unidades de volt-ampere pues no es un verdadero consumo de potencia, que debería medirse en watt. La fórmula de la potencia aparente es la siguiente:

$$P_a = E_{ef}\, I_a \qquad (5\text{-}8)$$

donde:

P_a = potencia aparente; potencia que en apariencia consumen los elementos reactivos, en volt-ampere

E_{ef} = 0,707 × la tensión de pico aplicada al elemento

I_{ef} = 0,707 × corriente de pico a través del elemento

Nótese que se emplean los valores eficaces de corriente y tensión, debido a que la potencia es absorbida por un período de tiempo equivalente a una sola alternación de la sinusoide de C.A. aplicada. La fórmula de la potencia aparente puede escribirse también como sigue:

$$P_a = \frac{E_{máx}}{\sqrt{2}} \times \frac{I_{máx}}{\sqrt{2}} \qquad (5\text{-}9)$$

Como la raíz cuadrada de 2 es 1,414 y 1,414 es la recíproca de 0,707, esta fórmula es exactamente equivalente a la (5-8).

Se considera ahora, la fórmula de la potencia activa cuando existe una combinación de R.L. y C en un circuito, en el que la corriente puede no hallarse en fase con la tensión aplicada. Si existe un ángulo de fase distinto de cero en el circuito en el que se desea disipar un valor de potencia activa, no podrá aplicarse la fórmula de potencia activa escrita $P = I^2 R$. Se debe hacer, en cambio, una sustitución en la fórmula para compensar el desfasaje entre la tensión aplicada y la corriente del circuito. Como cuando existe un desfasaje la impedancia determina la corriente del circuito, sustituyendo en la ecuación (5-7) $\frac{E_{eficaz}}{Z}$ se compensa el ángulo de fase del circuito, y se obtiene la siguiente ecuación:

$$P = \frac{E_{ef}}{Z} \times I \times R$$

$$P = E_{ef} \times I \times \frac{R}{Z} \qquad (5\text{-}10)$$

En la fórmula para la potencia activa se observa la relación de resistencia a impedancia $(\frac{R}{Z})$. Por los estudios realizados en circuitos R.L.C., se sabe que la R en un circuito reactivo (E_R en circuitos en serie, o I_R en circuitos en paralelo) se re-

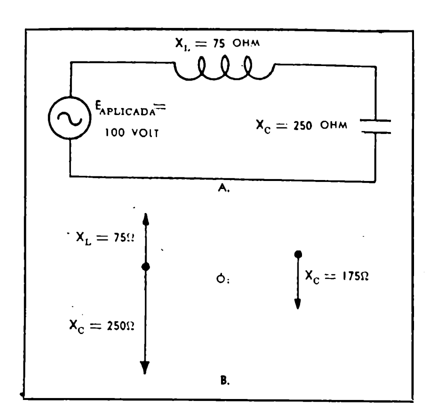


Figura 5-11. Cálculo de la potencia real y aparente de un circuito reactivo

presenta a lo largo del eje horizontal de referencia, y que Z constituye la hipotenusa del triángulo rectángulo formado. Es evidente, si se tiene esto en cuenta, que la relación del cateto adyacente al ángulo de fase (R a lo largo del eje horizontal de referencia) con la hipotenusa del triángulo rectángulo, resulta en la función coseno del ángulo de fase. Por lo tanto, para simplificar más aún la fórmula de la potencia activa aplicable a un circuito R.L.C., en que existe un ángulo de fase, se reemplaza la relación R/Z por el coseno del ángulo de fase. La fórmula se escribe entonces:

$$P = EI \cos \theta \qquad (5\text{-}11)$$

donde:

P = potencia activa, o potencia consumida realmente en watt en un circuito reactivo-resistivo

E = tensión eficaz aplicada al circuito

I = corriente eficaz que fluye en el circuito

cos θ = coseno del ángulo de fase entre E e I del circuito

Si se profundiza el análisis de la fórmula de la potencia activa, se encuentra que si el ángulo de fase existente en el circuito es de 90 grados (como en el caso de un circuito puramente capacitivo o inductivo), el coseno de ángulo será cero. El producto de E,I, por un coseno cero indica que la potencia activa del circuito es cero, o sea, que la potencia es acumulada momentáneamente y devuelta nuevamente al circuito; e inversamente, si el circuito tiene un desfasaje muy pequeño, el valor del coseno del ángulo de fase se aproxima a 1, y la potencia activa consumida en el circuito será igual a I veces E, es decir, igual que en un circuito puramente resistivo.

Como ejemplo de aplicación de las fórmulas de potencia activa y potencia aparente, se supone un circuito en serie que tiene una reactancia capacitiva de 250 ohm, y una reactancia inductiva de 75 ohm, según puede verse en la figura 5-11. Como las reactancias capacitiva e inductiva tienen una diferencia de fase de 180 grados entre sí, la oposición total del circuito será de 175 ohm de reactancia capacitiva (la corriente está adelantada a la tensión). En la parte B de la figura se representa el resultado de combinar ambos vectores. La corriente se calcula como sigue:

$$I = \frac{E}{X_C}$$

$$I = 0{,}571 \text{ ampere}$$

Conocida la corriente del circuito, pueden aplicarse las fórmulas de potencia como sigue:

1. Para la potencia aparente:

$$P_a = E_{ef} \times I_{ef}$$
$$= 100 \times 0{,}571$$
$$P_a = 57{,}1 \text{ volt-ampere}$$

Esta es la potencia que debe suministrar el generador para cargar el condensador y el inductor.

2. Para la potencia activa.

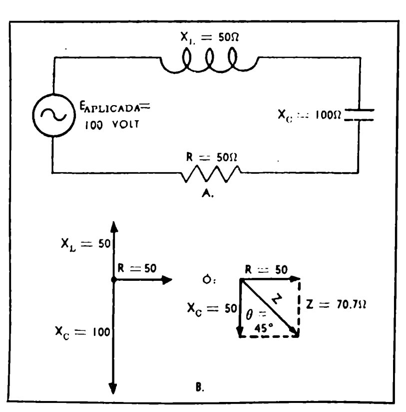


Figura 5-12. Determinación de la potencia real y aparente de un circuito reactivo-resistivo

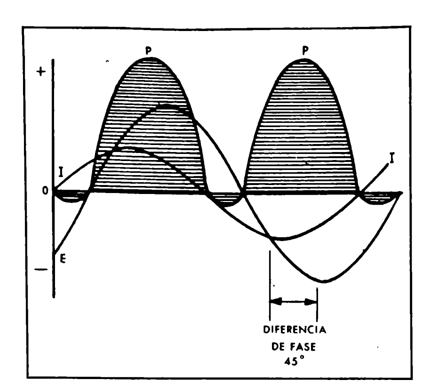


Figura 5-13. Potencia, tensión y corriente en un circuito reactivo-resistivo con un ángulo de fase de 45°

$$P = EI \cos \theta$$
$$= 100 \times 0{,}571 \times 0$$
$$P = 0 \text{ watt}$$

Como el circuito sólo posee propiedades reactivas, el ángulo de fase es de 90 grados; en consecuencia, el coseno del ángulo θ es cero, y el producto de multiplicar 100 volt, 0,571 ampere y 0, es un valor cero. Por lo tanto, el circuito no consume potencia.

Como ejemplo de la aplicación de las mismas fórmulas a un circuito que contiene ambas propiedades de resistencia y reactancia, se supone un circuito como el indicado en la figura 5-12, con una conexión en serie de 100 ohm de reactancia capacitiva, 50 ohm de reactancia inductiva y 50 ohm de resistencia. El valor de 0 ohm de la reactancia inductiva anula 50 ohm de la reactancia capacitiva de 100 ohm del circuito, dejando una X_C de 50 ohm y una R de 50 ohm que deben combinarse con vectores. Para valores iguales de X_C y R en el circuito, corresponde un ángulo de fase de 45°. En la tabla de funciones trigonométricas se obtiene el valor de seno y coseno, o sea, 0,707. La impedencia del circuito resulta:

$$\text{sen } \theta = \frac{X_C}{Z}$$
$$0{,}707 = \frac{50}{Z}$$
$$Z = 70{,}7 \text{ ohm}$$

La corriente del circuito es:

$$E = IZ$$
$$I = 1{,}414 \text{ ampere}$$

La potencia aparente en el circuito es:

$$P_a = E_{ef} \times I_{ef}$$
$$= 100 \times 1{,}414$$
$$P_a = 141{,}4 \text{ volt-ampere de potencia que el circuito utiliza en apariencia}$$

La potencia activa en el circuito es:

$$P = EI \cos \theta$$
$$= 100 \times 1{,}414 \times 0{,}707$$
$$P = 100 \text{ watt que se consumen realmente}$$

En la figura 5-13 se representa la curva de la potencia disipada y devuelta al circuito, con un ángulo de fase de 45 grados. En la figura se observa que el semiciclo positivo de la potencia es mayor en tiempo y amplitud que el semiciclo negativo. En consecuencia, la capacidad del circuito tiene poco tiempo para devolver la potencia acumulada al circuito. La magnitud de la potencia que el condensador descarga nuevamente en el circuito, se calcula hallando la diferencia entre la potencia aparente y la potencia activa, o sea:

$$P_a - P = \text{potencia devuelta al circuito por la competencia reactiva}$$

$$141{,}4 - 100 = 41{,}4 \text{ watt}$$

Como puede verse en las fórmulas (5-8) y (5-11), la única diferencia entre la potencia que realmente consume el circuito y la potencia aparente, es el factor coseno θ. En consecuencia, este factor no sólo indica el ángulo de fase entre la corriente y la tensión del circuito, sino que también sirve para indicar el rendimiento relativo del circuito. El coseno del ángulo de fase para todo circuito de corriente alterna recibe el nombre de *factor de potencia* del circuito. Cuando el factor de potencia de un circuito de C.A. es uno, el flujo de corriente del circuito está exactamente en fase con la tensión aplicada de C.A. (obsérvese que el coseno de un ángulo de fase de cero grado, es uno). En este caso la potencia aparente es igual a la potencia activa del circuito, y se considera que el mismo tiene un rendimiento del 100 por ciento respecto a la C.A. Es decir, el circuito disipa toda la potencia que le suministra el generador de C.A.

En la figura 5-12 puede obtenerse un ejemplo de factor de potencia activa. En su circuito la potencia consumida es de 100 watt, la potencia aparente que el generador suministra al circuito es de 141,4 volt-ampere, y el ángulo de fase es de 45 grados; en consecuencia, se consumen 41,4 watt en el circuito. Para hallar el factor de potencia o rendimiento del circuito, se puede emplear la siguiente fórmula:

$$P_f = \frac{P}{P_a} \qquad (5\text{-}12)$$

donde:

P_f = factor de potencia o rendimiento del circuito representado por un decimal.

De esta manera, la relación entre la potencia activa y la potencia aparente es un cuociente decimal, igual al coseno del ángulo de fase del circuito.

$$P_f = \frac{P}{P_a} = \frac{100}{141{,}4}$$

$$P_f = 0{,}707$$

Obsérvese que el cociente 0,707, es igual al coseno del ángulo de fase de 45 grados del circuito. El porcentaje de rendimiento del circuito se halla multiplicando el factor de potencia por 100. De esta manera, $0{,}707 \times 100 = 70{,}7$ por ciento de rendimiento, indica que se utiliza el 70,7 por ciento de la potencia aplicada al circuito.

La relación entre la potencia activa y la potencia aparente para determinar el rendimiento del circuito, tiene una semejanza estrecha con la fórmula del rendimiento de la potencia mecánica. Esta última incluye la relación entre la potencia de salida y la potencia de entrada de la máquina.

Resulta evidente que es muy deseable un factor de potencia próximo a uno (1) en todos los circuitos reactivos de C.A., pues si el factor de potencia del circuito es bajo o mucho menor que 1, el generador que alimenta el circuito debe suministrar mucha más potencia (potencia aparente), que la que realmente es utilizada (potencia activa). En el ejemplo dado, el circuito con un factor de potencia de 0,707, emplea un generador que suministra 141,4 voltampere de potencia, pero sólo se utilizan 100 watt de esta potencia aplicada. Si el ángulo de fase del circuito hubiera sido pequeño, lo que se hubiera logrado aproximando X_C a X_L, el factor de potencia del circuito sería casi 1, y el generador que alimentara tal circuito podría diseñarse para suministrar únicamente la potencia realmente consumida.

En conclusión, puede decirse que la magnitud de la diferencia de fase del circuito de C.A., tiene un gran efecto sobre el diseño de la fuente de alimentación de C.A. del circuito, y sobre el rendimiento con que funciona.

Cuando se trabaja con potencia de C.A. reactiva, se utilizan tres fórmulas:

1. $P = EI \cos \theta$, que suministra el valor en watt de la potencia realmente consumida.

2. $P_a = EI$, que da la potencia aparente del circuito, o sea, la potencia que la fuente de C.A. debe suministrar en voltampere.

3. $P_f = \frac{P}{P_a}$, o $P_f = \cos \theta$, que indican el rendimiento del circuito. A medida que se disminuye el ángulo de fase del circuito, aumenta su rendimiento, pues el coseno de θ se aproxima a 1 y la potencia activa se aproxima a ser equivalente a la potencia aparente.

5-7 RESUMEN

El análisis de los circuitos de C.A. presentados en este capítulo, será de gran valor en los capítulos siguientes. Lo primero que debe tenerse presente cuando se analiza un circuito de C.A., es la forma en que se aplica la ley de Ohm a dicho circuito. En la conexión en serie de reactancias y resistencias, la fórmula de la ley de Ohm incluía los valores de la tensión aplicada, corriente total del circuito e impedancia del circuito; mientras que la fórmula de la ley de Ohm para las conexiones R, L y C, en paralelo, incluyen los valores de la corriente de línea, tensión aplicada e impedancia del circuito.

Las etapas para el análisis de un circuito R.L.C. en serie, comienzan por el cálculo de la reactancia capacitiva e inductiva del circuito, y la combinación de los valores de X_C, X_L y R mediante vectores para hallar la impedancia. Por otra parte, el análisis del circuito R.L.C. en paralelo, se inicia con el cálculo de X_L y X_C, y la combinación vectorial de las corrientes de las ramas en paralelo para hallar $I_{línea}$. Se tendrá presente que los vectores de reactancia y tensión de un circuito R.L.C. en serie tienen como eje de referencia la corriente a través del circuito; y que los vectores de la corriente de cada rama de un circuito R.L.C. en paralelo tienen como referencia la tensión aplicada al circuito.

Cuando se hace el análisis de un circuito práctico o complejo R.L.C. en paralelo, las ramas individuales deben tratarse como circuitos independientes R.C. o R.L. en serie. Las impedancias de cada rama en paralelo se hallan por trigonometría, y mediante la ley de Ohm se calculan las corrientes de las ramas. Una vez que esto se ha cumplido, los ángulos de fase de las corrientes de las ramas pueden tener diferencias de un valor entre 0 y 180 grados. A fin de combinar las corrientes de las ramas, debe descomponerse cada una en sus componentes en ángulo recto por medio de la trigonometría, y las componentes se combinan en forma matemática. Una vez realizada la combinación de las componentes vectoriales de la corriente de cada rama, se halla por trigonometría la $I_{línea}$ del circuito com-

pleto R.L.C. en paralelo. Este análisis toma en consideración la resistencia de C.C. de las espiras de la bobina del inductor, conexiones soldadas, resistencia del conductor de la rama capacitiva y el ángulo de fase resultante de cada rama conectada en paralelo.

El tema de la potencia en los circuitos de C.A. abarca fundamentalmente tres fórmulas. En la primera de ellas, que es simplemente el producto de E por I, no se considera la diferencia de fase que puede existir en un circuito de C.A. Este producto se denomina potencia aparente, y representa la potencia que debe suministrarse al circuito, sea consumida o no. La potencia disipada por un circuito de C.A. recibe el nombre de potencia activa, y es el producto de $E_{aplicada}$ por I del circuito y por el coseno del ángulo de fase del circuito. De esta manera, en la fórmula de la potencia activa se tiene en cuenta todo desfasaje entre la tensión y la corriente del circuito. Uno de los métodos para calcular el rendimiento de un circuito R.L.C., incluye la relación entre la potencia activa y la potencia aparente. Este cociente resulta un decimal, que multiplicado por 100 permite saber el rendimiento con que funciona el circuito. Este valor decimal, denominado factor de potencia, resulta ser en todos los casos igual al coseno del ángulo de fase del circuito.

Si un circuito R.L.C. tiene un desfasaje muy pequeño, el coseno será casi de un valor 1, y el circuito disipará o utilizará casi el 100 por ciento de la potencia que se le suministra. Se observa también que la potencia activa es igual a la potencia aparente cuando no hay diferencia de fase. Esto sucede únicamente cuando en un circuito R.L.C. en serie o en paralelo, los valores de X_l y X_C son exactamente iguales, anulándose entre sí y dejando un circuito con propiedades únicamente resistivas.

CUESTIONARIO

1. Enunciar la ley de Ohm en la forma en que se aplica a los circuitos de C.C., o a los circuitos resistivos de C.A.
2. Enunciar la ley de Ohm en la forma en que se aplica a los circuitos R.L.C. en serie, de corriente alterna.
3. Enunciar la ley de Ohm en la forma en que se aplica a los circuitos R.L.C. en paralelo, de corriente alterna.
4. Enumérense las etapas necesarias para completar el análisis de todo circuito en serie de C.A., cuando se conocen los valores de la frecuencia aplicada, tensión aplicada, capacidad, inductancia y resistencia.
5. Si la reactancia capacitiva de un circuito R.L.C. en serie, es mayor que la reactancia inductiva, ¿estará la corriente adelantada o atrasada respecto a la tensión?
6. ¿Qué efecto tiene sobre el ángulo de fase de un circuito R.L.C. en serie, el aumento del valor de la resistencia?
7. ¿Cómo se combinan las caídas de tensión a través de X_C, X_L y R, en un circuito en serie de C.A., para poder igualar el valor de la tensión aplicada?
8. Con un circuito en serie de C.A. de una frecuencia de 2500 c/s, una $E_{aplicada}$ de 50 volt, una inductancia de 500 microhenry, una capacidad de 15 microfarad, y una resistencia de 5 ohm, hallar la:

$X_L =$	$E_C =$
$X_C =$	$E_L =$
$Z =$	$E_R =$
$\theta =$	$P =$
$I_T =$	$P_a =$
	$P_f =$

9. ¿Resulta capacitivo o inductivo respecto al generador, el circuito en serie de C.A. del problema 8? ¿Está la corriente adelantada o atrasada respecto a la tensión aplicada?
10. ¿Qué propiedad del circuito se usa como referencia a lo largo del eje horizontal, para la combinación trigonométrica de los vectores de reactancia de un circuito en serie de C.A.?
11. Enumérense las etapas para completar el análisis de un circuito R.L.C. en paralelo de C.A., cuando se conocen los valores de frecuencia, $E_{aplicada}$, resistencia, inductancia y capacidad en sus ramas respectivas.
12. ¿Qué propiedad se utiliza como referencia horizontal cuando se analiza vectorialmente un circuito en paralelo de C.A.?

13. Supóngase un circuito R.L.C. en paralelo, que tiene una rama resistiva de 40 ohm, una rama capacitiva de 65 microfarad, una rama inductiva de 20 milihenry, y una $E_{aplicada}$ de 50 volt a 150 c/s. Con estos valores hallar:

$X_L =$	$Z =$
$X_C =$	$\theta =$
$I_L =$	$P =$
$I_C =$	$P_a =$
$I_R =$	$P_t =$
$I_{linea} =$	

14. Si la reactancia capacitiva es mayor que la reactancia inductiva en un circuito R.L.C. en paralelo, ¿cómo resulta ser el circuito? ¿Está adelantada o atrasada I_{linea} respecto a $E_{aplicada}$?

15. ¿Qué es un circuito complejo R.L.C. en paralelo?

16. Cuando las corrientes de las ramas de un circuito complejo R.L.C. en paralelo, se presentan con un ángulo entre sí distinto a 180 grados, ¿cómo se combinan para hallar I_{linea}? Enunciar dos métodos.

17. Enunciar las dos fórmulas I_{linea}.

18. Enumérense las tres fórmulas de potencia que pueden aplicarse a cualquier circuito resistivo de C.A. o de C.C.

19. Definir la potencia aparente y enunciar su fórmula.

20. ¿En qué unidad se mide la potencia aparente?

21. Definir la potencia activa y enunciar su fórmula.

22. ¿En qué unidad se mide la potencia activa?

23. ¿Cuáles son las dos formas de determinar el factor de potencia de un circuito de C.A.? Enunciar las fórmulas.

24. ¿A qué es igual el factor de potencia de un circuito multiplicado por 100?

25. Si el factor de potencia de un circuito R.L.C. en serie es 1, ¿cómo se presenta el circuito para la fuente de alimentación?

CAPITULO VI

Circuitos Resonantes Series

6-1 Introducción

El fenómeno de la resonancia se consideró brevemente en el capítulo anterior, en relación al análisis de los circuitos de C.A. en serie y en paralelo. Los circuitos de resonancia de C.A. constituyen uno de los tipos más importantes utilizados en radio, televisión, radar y otros equipos electrónicos. La resonancia cumple importantes funciones en tales circuitos, como ser, disminuir la corriente y la tensión de las frecuencias indeseables, y aumentar la corriente y la tensión de las frecuencias deseadas. Una de las aplicaciones más comunes del circuito de resonancia es la etapa de sintonía del aparato de radio o televisión. Los circuitos resonantes utilizados para este fin, sólo permiten pasar las radiofrecuencias deseadas y, al mismo tiempo, bloquean todas las demás frecuencias indeseables de la estación emisora. Éste es uno de los muchos usos del circuito de resonancia, y en este capítulo se tratarán otros varios.

Se define a la *resonancia*, como la condición existente cuando son iguales los valores de la reactancia capacitiva y de la reactancia inductiva en cualquier circuito. Cuando esto ocurre las reactancias se anulan y, en el caso del circuito resonante en serie, el circuito resultará para la fuente de la C.A. aplicada, como una resistencia pura. La resistencia del circuito será la única oposición al flujo de la corriente, que alcanza entonces el máximo.

En los capítulos anteriores se estableció que la reactancia capacitiva e inductiva es determinada por la construcción física del elemento y por la frecuencia de la tensión aplicada. Como con un aumento de la frecuencia aplicada la reactancia inductiva aumenta, mientras que la reactancia capacitiva disminuye, existe una frecuencia en que la combinación de la capacidad y la inductancia tendrán valores iguales de reactancia capacitiva e inductiva. La frecuencia en que la reactancia inductiva es igual a la reactancia capacitiva se denomina *frecuencia de resonancia* del circuito.

6-2 CIRCUITO SINTONIZADO EN SERIE

Definida la resonancia como la condición existente cuando son iguales la reactancia inductiva y capacitiva de cualquier circuito de C.A., los vectores para representar la reactancia capacitiva, reactancia inductiva, y resistencia de un circuito resonante en serie, pueden dibujarse de la forma indicada en la figura 6-1 A. Como el circuito está conectado en serie, se utiliza la corriente como referencia horizontal de igual forma que en el análisis de cualquier circuito en serie de C.A. Además, debido a que las reactancias son iguales y están desfasadas 180 grados entre sí, cuando se combinan se anulan, dejando como única propiedad del circuito a la resistencia, representada a lo largo del eje horizontal de referencia de la corriente, según se ve en la figura 6-1 B.

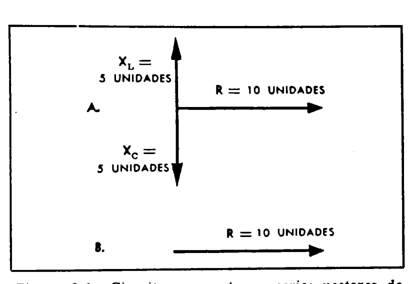


Figura 6-1. Circuito resonante en serie; vectores de reactancias y resistencias

En los vectores que se representan en esta figura, resulta evidente que un circuito sintonizado en serie que se halla en resonancia, tiene una impedancia que es equivalente a la resistencia del circuito. Por consecuencia, se considera que la oposición del circuito está reducida al mínimo valor, mientras que el flujo de corriente en el mismo alcanza el máximo valor posible. Además, como las componentes reactivas se anulan, el ángulo de fase entre la tensión aplicada y la corriente del circuito es cero grado. El ángulo de fase de cero grado produce, a su vez, un factor de potencia del circuito de uno (1), lo que indica que el circuito está funcionando a su máximo rendimiento posible, o sea, 100 por ciento. También significa que la potencia activa y la potencia aparente son iguales entre sí, y que cualquiera de ellas puede obtenerse del producto de la tensión aplicada por el valor de la corriente del circuito. Son éstas algunas de las propiedades que quedan afectadas por la condición de resonancia existente en un circuito en serie de C.A. Se hará un análisis más detallado de estas propiedades después de estudiar diversos factores no vistos anteriormente, como el de la frecuencia de resonancia en primer lugar.

Frecuencia de resonancia

La condición de resonancia en cualquier circuito, depende de que las reactancias del circuito sean iguales y de valor opuesto. Además, los valores de la reactancia capacitiva e inductiva dependen de la frecuencia. Si se combinan estos hechos, puede calcularse la frecuencia en que la combinación de la capacidad y la inductancia tienen reactancias iguales, o sea, como en un circuito resonante:

$$X_L = X_C \qquad (6\text{-}1)$$

también deben ser iguales las fórmulas para calcular las reactancias.

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC} \qquad (6\text{-}2)$$

A fin de poder obtener la frecuencia de resonancia, se resuelve f en la ecuación anterior:

$$(2\pi fL)\,(2\pi fC) = 1$$
$$4\pi^2 f^2 LC = 1$$
$$f^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

La f en la ecuación anterior es la frecuencia en la que X_C iguala a X_L en cualquier circuito. Se agrega el sufijo r al símbolo f para indicar frecuencia resonante, o sea:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (6\text{-}3)$$

Con la ecuación (6-3) puede hallarse la frecuencia de resonancia de cualquier combinación de capacidad e inductancia. Como ejemplo, se supone un circuito L.C. en serie que tiene una capacidad en serie de 200 microfarad y una inductancia de 40 milihenry. Se halla la frecuencia de resonancia del circuito como sigue:

$$f_r = \frac{L}{2\pi\sqrt{LC}}$$
$$= \frac{1}{6{,}28\sqrt{40 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^{-6}}}$$
$$= \frac{1}{6{,}28\sqrt{8000 \times 10^{-9}}}$$

$$= \frac{1}{6{,}28\sqrt{800 \times 10^{-8}}}$$

$$= \frac{1}{6{,}28 \times 28{,}3 \times 10^{-4}}$$

$$= \frac{10000}{178}$$

$$f_r = 56{,}2 \text{ ciclos por segundo}$$

A esta frecuencia, las reactancias de la bobina de 40 milihenry y del condensador de 200 microfarad, son iguales. Para comprobar la conclusión a que se ha llegado, por sustitución de la frecuencia de resonancia obtenida (f_r) en las fórmulas de cada reactancia, se llega a iguales valores de oposición.

$$X_L = 2\pi f_L$$
$$X_L = 14{,}1 \text{ ohm}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$
$$X_C = 14{,}2 \text{ ohm}$$

En consecuencia, los valores de la reactancia capacitiva y de la reactancia inductiva en dicho circuito, son prácticamente iguales a una frecuencia de 56,2 ciclos por segundo. Si se hubiera empleado el valor exacto de la frecuencia de resonancia en las fórmulas de la reactancia, no habría ningún error o la diferencia se hubiera eliminado. La pequeña diferencia aparecida en los valores reactivos debe atribuirse al redondeo de los cálculos de la frecuencia de resonancia y puede despreciarse. Si se aumentara la frecuencia aplicada de 56,2 c/s a este circuito, los valores de la reactancia capacitiva e inductiva ya no serían iguales. De las fórmulas individuales de reactancia, puede deducirse que un aumento de la frecuencia produciría un aumento del valor de X_L y una disminución del valor de X_C. De igual manera, cualquier disminución de la frecuencia, desde el punto de resonancia, aumentará el valor de X_C y disminuirá el valor de X_L, haciéndolos nuevamente valores desiguales.

Como la fórmula de la frecuencia de resonancia puede utilizarse para determinar la frecuencia en la que cualquier combinación de inductancia y capacidad tienen reactancias iguales, y como un aumento en la frecuencia disminuye el valor de la reactancia capacitiva y aumenta la resistencia inductiva, es posible hacer la representación gráfica de X_C y X_L en relación a la frecuencia aplicada. Un gráfico de este tipo se denomina curva de reactancia, y es una de la serie de curvas denominadas *curvas de resonancia* que se utilizan en el análisis de los circuitos resonantes.

Las curvas de resonancia

A fin de ilustrar la construcción gráfica de una curva que indique el punto de resonancia de un circuito cualquiera R.L.C., se representan las reactancias capacitiva e inductiva de un capacitor de 5 microfarad y un inductor de 500 milihenry en función de una variación de frecuencia entre cero (C.C.) y 240 ciclos por segundo. De esta forma se obtiene un sistema de curvas que indican la reactancia de las componentes para un valor de frecuencia determinado.

Las curvas de reactancia

La primera etapa en la construcción de una curva de reactancia es comprender que a la frecuencia cero la C.A. es en realidad una C.C., y que el capacitor bloquea completamente el flujo de corriente en un circuito de C.C. En consecuencia, a la frecuencia cero se puede considerar que la reactancia del condensador es máxima o infinita, mientras que, por el contrario, a la frecuencia cero (C.C.) la reactancia de un inductor será mínima o cero. Por lo tanto, la curva que representa X_C en cualquier circuito comienza por el máximo, y la curva que representa X_L comienza en cero. Si se representa la frecuencia a lo largo del eje horizontal y la reactancia sobre el eje vertical, se obtiene la gráfica indicada en la figura 6-2.

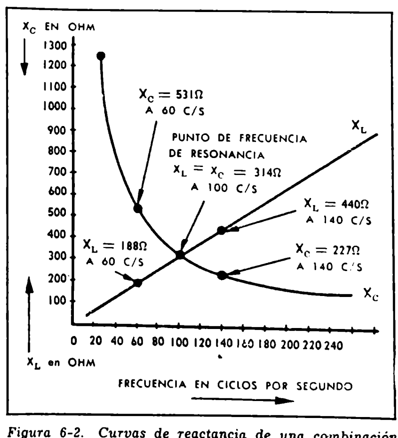


Figura 6-2. Curvas de reactancia de una combinación L.C. en serie o en paralelo

En la figura se han representado las curvas de reactancia X_C y X_L, y su variación con respecto a un aumento de la frecuencia aplicada. También se pueden verificar los valores de cualquier punto de las curvas, mediante la sustitución de los valores de C (5 microfarad) y de L (500 milihenry) en las fórmulas individuales de reactancia para cada frecuencia. Supóngase que se desea hacer el control en las frecuencias de 60 y 140 c/s. Las reactancias para estas frecuencias se calculan como sigue:

60 ciclos por segundo

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$X_C = 531 \text{ ohm}$$

$$X_L = 2\pi f L$$

$$X_L = 188 \text{ ohm}$$

140 ciclos por segundo

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$X_C = 227 \text{ ohm}$$

$$X_L = 2\pi f L$$

$$X_L = 440 \text{ ohm}$$

Como tercer punto de verificación, puede elegirse el punto en que la curva decreciente X_C, corta a la curva creciente X_L. Dicho punto es el de resonancia que, según puede observarse, se produce aproximadamente a los 100 ciclos. Con el fin de controlar el valor de 314 ohm de X_L y X_C sobre las curvas de reactancia, pueden utilizarse la fórmula de la frecuencia de resonancia o las fórmulas de las reactancias individuales. Con el método más simple, o sea la fórmula de frecuencia de resonancia, el punto de resonancia del capacitor de 5 microfarad y del inductor de 500 milihenry, se halla en la forma siguiente:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

f_r = 100,6 ciclos por segundo, aproximadamente

A esta frecuencia el valor de X_L debe ser igual al de X_C, y como las curvas se cortan, el valor gráfico de 314 ohm puede considerarse correcto.

Se deduce de los valores de reactancia capacitiva e inductiva que se acaban de calcular en dos puntos de la escala de frecuencias, que a la frecuencia de 140 c/s no se halla en resonancia puesto que X_L es mayor que X_C. De igual manera, a la frecuencia de 60 c/s tampoco se halla en resonancia, pues X_C es mayor que X_L. En el punto de 100 c/s, X_C es igual a X_L (314 ohm), y, en consecuencia, la frecuencia de resonancia de la combinación L.C. es de 100 c/s, o sea, en la intersección de la curva decreciente X_C, y de la curva en aumento X_L.

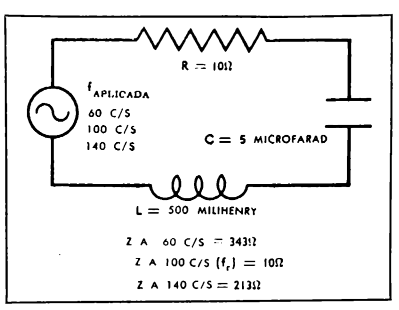


Figura 6-3. Circuito R.L.C. serie y sus impedancias a frecuencia menor, mayor e igual a la frecuencia de resonancia

Con ayuda de las curvas de reactancia, puede establecerse una regla utilizable para toda combinación de L y C en serie o en paralelo. La regla establece que: en toda frecuencia inferior a la frecuencia de resonancia (menor de 100 ciclos en este caso), el valor de la reactancia capacitiva (X_C) será mayor que el valor de la reactancia inductiva (X_L). Por lo tanto, en un circuito R.L.C. en serie, en el cual el valor de la reactancia mayor determina cómo resulta el circuito y el ángulo de fase, una frecuencia inferior a la de resonancia presenta el circuito como capacitivo. De igual manera, cuando un circuito R.L.C. *en serie* tiene una frecuencia superior a la de resonancia, hace a X_L mayor que X_C y el circuito se presenta como inductivo.

Curvas de impedancia del circuito resonante serie

Para demostrar la forma en que el aumento de la frecuencia aplicada afecta a la impedancia de un circuito resonante serie, se representa la variación de impedancia mediante una curva. Para la construcción de dicha curva se combinarán los valores de reactancia de las curvas de reactancia de la figura 6-2, con la resistencia del circuito y se calcula la impedancia total del mismo en la forma que indica la figura 6-3. La impedancia de este circuito para las frecuencias de 60, 100, y 140 ciclos por segundo, se halla con la fórmula (5-3):

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$$

Las impedancias calculadas son:

Z = 343 ohm a 60 ciclos
Z = 10 ohm a 100 ciclos (f_r)
Z = 213 ohm a 140 ciclos

Estos tres valores de impedancia pueden marcarse sobre la gráfica, juntamente con otros valores de impedancia según se ve en la figura 6-4, para obtener así la curva de impedancia del circuito resonante en serie.

Se deduce claramente de la curva de impedancia de la figura 6-4, que indica la impedancia arriba, debajo y en la frecuencia de resonancia, que todo corrimiento de frecuencia con respecto a f_r, hace aumentar la impedancia del circuito. E igualmente, como ya se estableciera anteriormente, el circuito resulta capacitivo debajo de la frecuencia de resonancia. Debido a que la reactancia capacitiva del circuito aumenta como la recíproca de la frecuencia aplicada, el aumento de la impedancia debajo de f_r es muy rápido, mientras que dicho aumento no es tan rápido arriba de la resonancia. Esto se debe al hecho de que arriba de f_r el circuito R.L.C. serie se presenta inductivo, y la reactancia inductiva aumenta en una relación lineal pues varía directamente con la frecuencia aplicada (ver fig. 6-2).

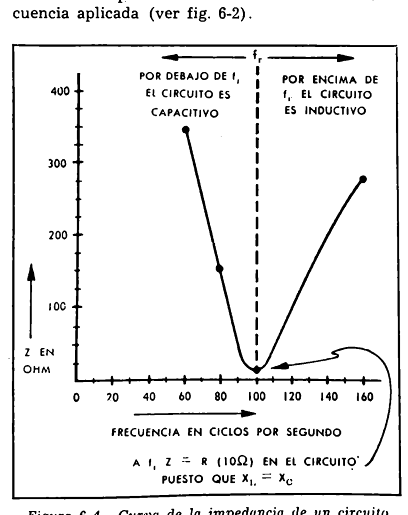


Figura 6-4. Curva de la impedancia de un circuito R.L.C. serie

Una vez entendida la forma en que varía la impedancia del circuito R.L.C. serie, en relación a la frecuencia, se puede tomar un valor cualquiera de tensión aplicada y sustituir los diversos valores de impedancia en la ley de Ohm, para obtener los puntos para la construcción de la curva de corriente del circuito resonante serie.

Curvas de corriente del circuito resonante serie

Se representó anteriormente una curva indicando la impedancia del circuito R.L.C. serie, dibujando respectivamente sobre el eje de referencia horizontal y vertical, la frecuencia en c/s y la impedancia en ohm. Esta curva de impedancia de la figura 6-4, comienza con un alto valor de impedancia, cae luego a un valor bajo igual a la resistencia del circuito en resonancia, y aumenta nuevamente a un alto valor a medida que la frecuencia pasa el punto de resonancia. Como el flujo de la corriente a través de un circuito serie es inversamente proporcional a la impedancia, resulta evidente que cuando la impedancia del circuito en serie es alta, la corriente total a través del circuito será baja, mientras que cuando la impedancia del circuito es baja (en resonancia), la corriente a través del circuito será alta. Por lo tanto, una curva que represente la corriente a través de un circuito R.L.C. en serie, resultará exactamente la inversa de la curva de impedancia. En la figura 6-5 se ve la curva de corriente en ampere, que indica la forma en que varía la corriente en relación a la frecuencia aplicada. De esta cur-

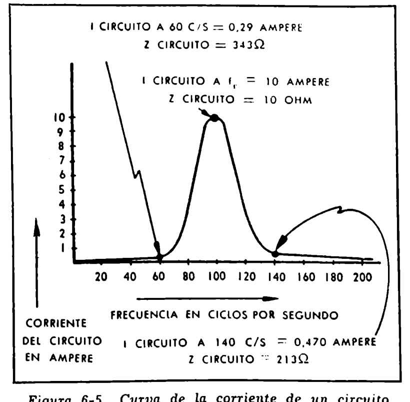


Figura 6-5. Curva de la corriente de un circuito R.L.C. serie

va y de la curva de impedancia estudiada anteriormente, se puede deducir que un circuito resonante serie permite pasar libremente las frecuencias a las que está sintonizado, y reduce o limita las frecuencias indeseables, arriba o abajo de la frecuencia de resonancia.

La curva de corriente del circuito R.L.C. serie de la figura 6-5, se construyó calculando el flujo de corriente para un circuito de una tensión aplicada de 100 volt, y con los valores de impedancia de la curva de impedancia de la figura 6-4 y los valores obtenidos en 6-3.

Antes de entrar en detalles sobre las aplicaciones de las redes R.L.C. serie en circuitos sintonizados, es necesario hacer el estudio de varias propiedades que se aplican únicamente a los circuitos resonantes. Estas propiedades son la calidad del circuito y el ancho de banda.

6-3 FACTOR DE CALIDAD (Q)

En electrónica existen varias formas de expresar la calidad o "Q" de un circuito. Una de ellas es considerando únicamente la inductancia o la capacidad; el otro método incluye la calidad de todo el circuito o red y, por último, ambos métodos están interrelacionados.

Calidad de un inductor

En un circuito de C.A. el inductor considerado separadamente, tiene una calidad o Q que depende del valor de la corriente que circula a través de la bobina a cualquier frecuencia aplicada. Como la bobina de un circuito de C.A. posee reactancia inductiva, que se opone a la corriente, dicho factor se tiene en cuenta en el cálculo del Q de la bobina. También se incluye en el cálculo, la resistencia de C.C. o de arrollamiento de la bobina, que se combina trigonométricamente con la reactancia inductiva para presentar cierta impedancia al flujo de una corriente alterna.

Como la frecuencia aplicada determina X_L, y la resistencia de arrollamiento permanece fija para todas las frecuencias aplicadas, se dice que una bobina tiene un alto Q o que es una bobina de alta calidad, si es alto el valor de la relación entre X_L, a una frecuencia dada, y la resistencia constante del arrollamiento. De forma que el Q de la bobina se calcula como sigue:

$$Q = \frac{X_L}{R_L} \qquad (6\text{-}4)$$

donde:

Q = valor numérico de la calidad de la bobina para cualquier frecuencia

X_L = reactancia inductiva de una bobina para cualquier frecuencia

R_L = resistencia de C.C. de la bobina

En la fórmula anterior se observa que el Q de la bobina es directamente proporcional al valor de la reactancia inductiva, e inversamente proporcional a la resistencia de los arrollamientos. Los valores típicos del Q de las bobinas se extienden entre 10 y varios cientos. Como ejemplo, para calcular el Q de la bobina, se supone una bobina que tiene una frecuencia tal que da una X_L de 500 ohm, y una resistencia de C.C. de 10 ohm. El factor Q se halla como sigue:

$$Q = \frac{X_L}{R_L} = \frac{500}{10}$$

$$Q = 50$$

El factor Q es simplemente la razón de X_L y R, e indica la calidad para una frecuencia. A medida que aumenta la frecuencia aplicada a cualquier bobina, su Q también aumenta, pues X_L varía en relación lineal con f mientras que R_L es independiente de f. Por lo tanto, puede decirse que una bobina diseñada para tener una relación alta de reactancia inductiva respecto a la resistencia, para una frecuencia determinada, es una bobina de alta calidad. Existe una relación similar cuando se trata de un condensador, la que se expresa como sigue:

$$Q = \frac{X_C}{R_O}$$

Calidad de un circuito resonante serie

Para determinar el Q de un circuito resonante en serie, se usa una fórmula idéntica a la empleada para hallar el Q de la bobina o del capacitor, con una sola salvedad, es decir, que R en la fórmula incluye la resistencia total del circuito completo en serie. La fórmula es la siguiente:

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{X_O}{R} \qquad (6\text{-}5)$$

donde:

Q = valor numérico de la calidad del circuito serie *en resonancia*.

X_L, X_C = reactancia inductiva del circuito serie *en resonancia*.

R = resistencia total de C.C. del circuito

Si se tiene presente que el Q del circuito varía directamente con el aumento o disminución de X_L o X_C, e inversamente con todo aumento o dis-

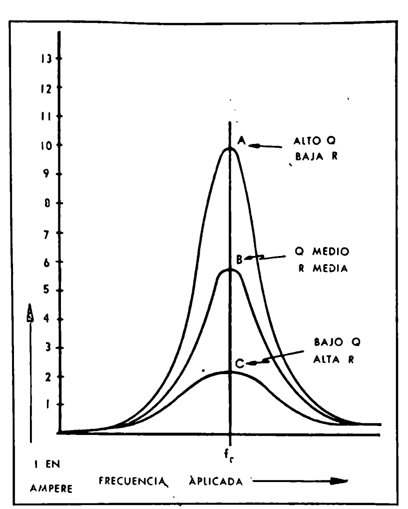


Figura 6-6. Efectos del "Q" y de la resistencia del circuito, sobre la curva de corriente del circuito resonante serie

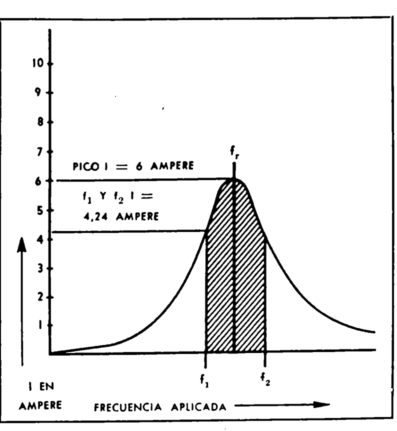


Figura 6-7. Ancho de banda de un circuito resonante serie (dibujado en la parte media de la curva de corriente del circuito resonante)

minución de la resistencia del circuito, el cálculo de Q *en resonancia* puede hacerse de diversas formas.

A la frecuencia de resonancia de un circuito R.L.C. serie, X_L es igual a X_C, y los valores de la caída de tensión a través del inductor y del condensador son iguales. En consecuencia, E_L es igual a E_C, y puede usarse cualquiera de dichos valores en función de la caída E_R del circuito. Además, como E_L y E_C están determinados por el producto IX_L e IX_C, si se conocen estos últimos valores pueden usarse para calcular el Q de un circuito resonante serie a la frecuencia de resonancia. Las variationes de la fórmula son las siguientes:

$$Q = \frac{X_L}{R} \qquad (6\text{-}5)$$

$$Q = \frac{E_L}{E_R} \qquad (6\text{-}6)$$

$$Q = \frac{E_L}{E_{aplicada}} \qquad (6\text{-}7)$$

$$Q = \frac{E_C}{E_R} \qquad (6\text{-}8)$$

$$Q = \frac{2\pi fL}{R} = \frac{1}{2\pi fCR} \qquad (6\text{-}9)$$

Obsérvese que en la frecuencia de resonancia la caída de tensión a través de la resistencia en el circuito, y $E_{aplicada}$ son iguales.

Resulta evidente que si en un circuito resonante serie, se aumenta la resistencia de C.C. del mismo, disminuye el factor Q. Así sucede también con la corriente del circuito en resonancia, mientras que cuanto más disminuye la resistencia del circuito, mayor será el flujo de corriente en resonancia.

En la figura 6-6 se observa el efecto de los valores de Q y R de un circuito resonante serie, sobre su curva de corriente. En esta figura las curvas A, B y C representan el flujo de corriente del circuito y corresponden respectivamente a un alto Q, medio Q y bajo Q. De estas curvas puede deducirse que el Q y la resistencia del circuito, afectan el flujo de la corriente por el mismo, ya sea en las frecuencias deseadas o indeseables. Cuando el Q del circuito es bajo como en la curva C, el circuito permitirá el paso de más frecuencias próximas a f_r pues tiene una curva de corriente más ancha y aplanada. Por el contrario, cuando el Q del circuito resonante serie es alto, como sucede en la curva A, sólo permitirá el paso de un mínimo de frecuencias próximas a f_r. Como no todas las curvas de corriente del circuito resonante forman un

pico agudo, y como las que no lo forman están en condiciones de dejar pasar más frecuencias próximas a la frecuencia de resonancia del circuito, es necesario determinar la banda de frecuencias que dejará pasar un circuito resonante serie. Se dice que estas frecuencias que deja pasar el circuito resonante serie, están comprendidas dentro del ancho de banda.

6-4 ANCHO DE BANDA

El ancho de banda de un circuito resonante serie incluye todas las frecuencias que el mismo deja pasar libremente. Los límites de frecuencia del ancho de banda están comprendidos entre una frecuencia inferior a f_r, llamada f_1, y una frecuencia superior a f_r, llamada f_2. En otros términos, toda frecuencia entre la frecuencia baja f_1 y la frecuencia alta f_2, pasa libremente por el circuito.

En la figura 6-7 se presentan las ubicaciones típicas de f_1 y f_2, en la curva de corriente de un circuito resonante de Q intermedio. En esta figura se comprueba que el máximo flujo de corriente es de cerca de 6 ampere, y, además, para f_1 y f_2 la corriente es de un valor aproximado de 4,24 ampere. La comparación matemática entre la corriente de pico de 6 ampere y la de 4,24 ampere, muestra que esta última es el 70,7 por ciento del valor de 6 ampere.

$$\frac{4,24}{6} = 0,707 \text{ o sea, } 70,7 \text{ por ciento}$$

Esta cifra representa una mitad de la potencia en la resonancia, y es un punto separatorio de frecuencias que "pasan" o "no pasan" elegido arbitrariamente sobre la curva de respuesta de variación suave. De esta forma, se tiene un medio para determinar el ancho de banda de un circuito resonante serie. Obsérvese que la multiplicación de la corriente de pico por 0,707 no suministra el valor numérico de las frecuencias más altas y más bajas que deja pasar el circuito, sino únicamente del flujo de la corriente a dichas frecuencias.

Las fórmulas para calcular el flujo de la corriente a través del circuito en f_1 y f_2 son:

$$I_{f_1} = 0,707 \times I_{máx} \text{ (a la } f_r) \qquad (6\text{-}10)$$

$$I_{f_2} = 0,707 \times I_{máx} \text{ (a la } f_r) \qquad (6\text{-}11)$$

y calculando los valores de I_{f_1} e I_{f_2}, desde los puntos obtenidos sobre la curva de corriente, se bajan perpendiculares al eje de frecuencia que dan por resultado los valores de f_1 y f_2 en unidades de frecuencia. En consecuencia, siempre se puede hallar el ancho de banda del circuito, utilizando las curvas de corriente del circuito resonante serie para

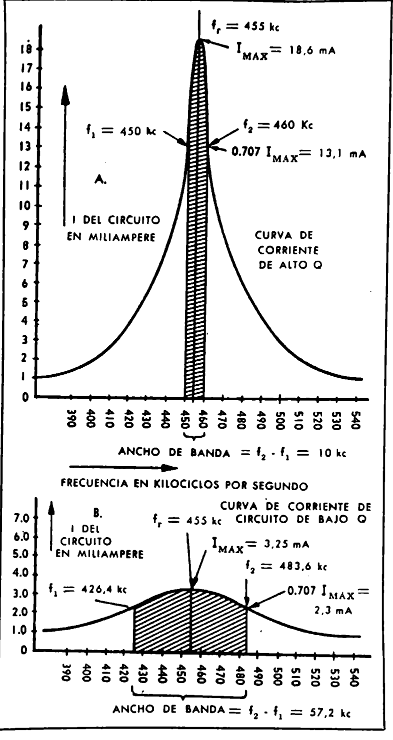


Figura 6-8. Ancho de banda de circuitos resonantes, serie de altos y bajos Q, tomados en sus respectivas curvas de corriente

calcular f_1 y f_2, y luego restando el valor hallado gráficamente de f_1 y f_2, o sea:

$$BW = f_2 - f_1 \qquad (6\text{-}12)$$

donde:

BW = ancho de banda del circuito resonante serie, en unidades de frecuencia.

f_2 = valor determinado gráficamente de la más alta frecuencia que deja pasar el circuito.

f_1 = valor determinado gráficamente de la mínima frecuencia que deja pasar el circuito.

El método gráfico para determinar el ancho de banda de un circuito resonante serie, puede sim-

plificarse grandemente si se toman en cuenta los efectos del Q del circuito sobre la curva de corriente de dicho circuito. En la figura 6-6 se comprobó que un circuito de alto "Q", tiene una curva de corriente en resonancia de pico aguda y que, a medida que el Q del circuito disminuye, la curva también disminuye y se aplana. En la figura 6-8 puede apreciarse el efecto que tiene el Q del circuito sobre la curva de la corriente en resonancia, y, a la vez, sobre el ancho de banda de un circuito resonante serie.

En la figura 6-8 A se representa una curva de corriente de un circuito resonante de alto Q, con una superficie sombreada que representa el ancho de banda o alcance, de las frecuencias que deja pasar el circuito. A la vez, en la parte B de la figura está la representación de la curva de corriente de un circuito resonante en serie de bajo Q. La comparación entre las partes A y B de la figura muestra que a medida que el Q del circuito disminuye, el ancho de banda aumenta. Debe notarse que aunque la corriente por el circuito de bajo Q es de menor valor, éste deja pasar una banda de frecuencias de un alcance más amplio. En la parte A el ancho de banda es de 10 kilociclos por segundo. La frecuencia de resonancia de este circuito es de 455 Kc/s y f_1, f_2 se encuentran a 5 Kc/s por arriba y por debajo de la frecuencia de resonancia, respectivamente. El circuito para la curva de la parte A, tenía un alto Q y una resistencia baja. En la parte B se deduce que un circuito que tenga la misma frecuencia de resonancia pero un Q menor, tiene un ancho de banda mayor. En la frecuencia de resonancia la corriente máxima es inferior, la curva de corriente es más aplanada y, por lo tanto, el ancho de banda aumenta a 57,2 kc/s, estando f_1 y f_2 28,6 kc/s debajo y arriba de la frecuencia de resonancia, respectivamente.

Puede establecerse ahora que toda frecuencia que permite fluir su máxima corriente hasta en un 70,7 por ciento más, a través de un circuito resonante en serie, está comprendida dentro del ancho de banda del circuito. La más baja frecuencia que deja pasar libremente un circuito resonante en serie (f_1), es la mínima frecuencia que hace fluir exactamente 70,7 por ciento del máximo valor de la corriente del circuito; y, por otra parte, la más alta frecuencia que deja pasar el circuito (f_2), es la máxima frecuencia que hace fluir exactamente el 70,7 por ciento de la máxima corriente del circuito.

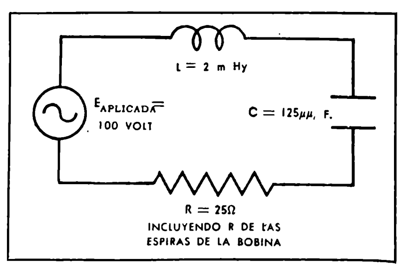


Figura 6-9. Red R.L.C. en serie, para el análisis de la condición de resonancia

Como se ha establecido ahora que el Q de un circuito varía en relación inversa al ancho de banda (figura 6-8), puede prepararse un sistema más simple para calcular f_1, f_2 y el ancho de banda. Se obtiene la fórmula, haciendo al ancho de banda del circuito igual a la relación entre la frecuencia de resonancia y el Q del circuito; o sea:

$$BW = \frac{f_r}{Q} \qquad (6\text{-}13)$$

donde:

BW = ancho de banda del circuito, en unidades de frecuencia

f_r = frecuencia de resonancia del circuito $\left(\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\right)$ en las mismas unidades de frecuencia

Q = calidad del circuito $\left(\frac{X_L}{R}\right)$

Se toma como ejemplo de aplicación de la fórmula, el circuito del que se obtuvo un Q de 45,5, calculado con la curva de corriente de la figura 6-8 A. La sustitución de este valor de Q y del de f_r de 455 kc/s, debe dar un ancho de banda de igual valor al obtenido gráficamente de 10 kc/s. El cálculo es el siguiente:

$$BW = \frac{f_r}{Q} = \frac{455 \times 10^3}{45,5}$$

BW = 10 kilociclos por segundo

De manera similar, el ancho de banda del circuito de Q más bajo, puede calcularse empleando el valor de Q ya obtenido previamente, o sea 7,95:

$$BW = \frac{f_r}{Q} = \frac{455 \times 10^3}{7,95}$$

BW = 57,2 kilociclos por segundo

Una vez obtenidos los anchos de banda de la forma indicada, se procede a calcular las frecuencias f_1 y f_2, en la forma siguiente:

$$f_1 = f_r - \frac{BW}{2}$$
$$= 455 - \frac{57,2}{2}$$
$$= 455 - 28,6$$
$$f_1 = 426,4 \text{ kilociclos}$$
$$f_2 = f_r + \frac{BW}{2}$$
$$= 455 + \frac{57,2}{2}$$
$$f_2 = 483,6 \text{ kilociclos por segundo}$$

Para todas las aplicaciones prácticas, el ancho de banda de un circuito resonante está comprendido mitad por debajo de la frecuencia de resonancia y mitad por encima de ella. Sin embargo, esto es solamente una suposición ideal, puesto que la parte superior de la curva de corriente de todo circuito resonante en serie, no tiene una forma exacta como la parte debajo de la resonancia. Pero, a pesar de que el número de ciclos por segundo entre los puntos f_1 y f_2, no son exactamente iguales al número de ciclos por segundo entre f_r y f_2, para la mayoría de las aplicaciones se les considera iguales.

Una vez fijados conocimientos tales como la interpretación de la reactancia, impedancia y curvas de corriente de un circuito resonante serie, y las relaciones entre el factor Q y el ancho de banda del circuito, se hará un análisis completo paso a paso de un circuito R.L.C. sintonizado serie, como ejemplo de la forma en que tales factores intervienen en un caso práctico.

6-5 ANÁLISIS DE CIRCUITOS RESONANTES SERIE

Se hará un análisis de un circuito resonante típico en serie, empleando los valores de la figura 6-9, que indica los valores de capacidad, inductancia, resistencia y tensión aplicada. Para hacer el análisis de este circuito como circuito resonante serie, el primer factor a determinar será la frecuencia en que X_L es igual a X_C.

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$
$$= \frac{1}{6,28 \times \sqrt{2 \times 10^{-3} \times 125 \times 10^{-12}}}$$
$$= \frac{1}{6,28 \times \sqrt{250 \times 10^{-15}}}$$
$$f_r = 318 \text{ kilociclós}$$

En consecuencia, para una frecuencia aplicada de 318 kc/s del generador de la figura 6-9, los valores de X_L y X_C serán iguales y el circuito será resonante.

Para determinar el valor exacto de X_L y X_C en la resonancia, puede usarse cualquier fórmula puesto que ambas son iguales. Con la fórmula X_L se tendrá:

$$X_L = 2\pi fL$$
$$= 6,28 \times 318 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-3}$$
$$X_L = 4000 \text{ ohm}$$

y, X_C es igual también a 4000 ohm. Con valores reactivos de inductancia y capacidad iguales y anulándose entre sí, la única oposición al flujo de la corriente en el circuito es 25 ohm. Para la tensión aplicada de 100 volt, la corriente total del circuito en resonancia se halla como sigue:

$$I_T = \frac{E}{R} \quad (R = Z \text{ en la resonancia})$$
$$= \frac{100}{25}$$
$$I_T = 4 \text{ ampere}$$

El paso siguiente de análisis del circuito en resonancia, es hallar el factor Q del circuito.

$$Q = \frac{X_L}{R}$$
$$= \frac{4000}{25}$$
$$Q = 160$$

Después de calcular el factor Q, el ancho de banda del circuito puede hallarse como sigue:

$$BW = \frac{f_r}{Q}$$
$$= \frac{318 \times 10^3}{160}$$
$$BW = 1990 \text{ ciclos por segundo}$$

El cálculo de las frecuencias más altas y más bajas que deja pasar el circuito, se hace de la forma siguiente:

$$f_1 = f_r - \frac{BW}{2}$$
$$= 318.000 - \frac{1990}{2}$$
$$= 318.000 - 995$$
$$f_1 = 317 \text{ kilociclos por segundo}$$

TABLA 6-1

EFECTOS SOBRE LAS PROPIEDADES DEL CIRCUITO, DE LA VARIACIÓN DE L, C y R a f_r

	INDUCTANCIA (L)		CAPACIDAD (C)		RESISTENCIA (R)	
	Aumentando	Decreciendo	Aumentando	Decreciendo	Aumentando	Decreciendo
X_L	Aumenta	Decrece	No cambia	No cambia	No cambia	No cambia
X_C	No cambia	No cambia	Decrece	Aumenta	No cambia	No cambia
Z	Aumenta en todos los casos				Aumenta	Decrece
I_T	Decrece en todos los casos				Decrece	Aumenta
θ	Aumenta +	Aumenta -	Aumenta +	Aumenta —	No cambia	No cambia
P	Decrece en todos los casos				Decrece	Aumenta
P_a	Decrece en todos los casos				Decrece	Aumenta
P_f	Decrece en todos los casos				No cambia	No cambia
E_L	Decrece	Decrece	Decrece	Decrece	Decrece	Aumenta
E_C	Decrece	Decrece	Decrece	Decrece	Decrece	Aumenta
E_R	Decrece en todos los casos				Aumenta	Decrece

$$f_2 = f_r + \frac{BW}{2}$$

$$= 318.000 + \frac{1990}{2}$$

$$= 318.000 + 995$$

$f_2 = 319$ kilociclos por segundo

A fin de hallar el flujo de corriente en el circuito cuando se aplica f_1 o f_2, la corriente total en resonancia debe multiplicarse por el factor 0,707, o sea:

$$I \text{ (a la } f_1 \text{ o } f_2) = 0{,}707 \times I \text{ (a la } f_r)$$
$$= 0{,}707 \times 4 \text{ ampere}$$

TABLA 6-2

EFECTOS SOBRE LAS PROPIEDADES DEL CIRCUITO VARIANDO LA FRECUENCIA APLICADA

	Aumentando f	Decreciendo f
X_L	Aumenta	Decrece
X_C	Decrece	Aumenta
Z	Aumenta en todos los casos	
I_T	Decrece en todos los casos	
θ	Aumenta +	Aumenta —
P	Decrece en todos los casos	
P_a	Decrece en todos los casos	
P_f	Decrece en todos los casos	
E_L	Decrece	Decrece
E_C	Decrece	Decrece
E_R	Decrece en todos los casos	

$$I \text{ (a la } f_1 \text{ o } f_2) = 2{,}83 \text{ ampere}$$

Conocidos los valores del flujo de la corriente en la resonancia, en f_1 y en f_2, se procede a calcular las caídas de tensión a través de cada componente del circuito. Para ello, se utilizará el valor de la corriente en resonancia y los valores de X_L, X_C y R. La caída de tensión a través de la resistencia del circuito en resonancia es:

$$E_R = I \text{ (a la } f_r) \text{ R}$$
$$= 4 \times 25$$
$$E_R = 100 \text{ volt}$$

Por lo tanto, en la resonancia $E_{aplicada}$ = caída E_R. La caída de tensión a través X_L del circuito es:

$$E_L = I \text{ (a la } f_r) \times X_L \text{ (a la } f_r)$$
$$= 4 \text{ ampere} \times 4000$$
$$E_L = 16.000 \text{ volt}$$

La caída de tensión a través de X_C del circuito es:

$$E_C = I \text{ (a la } f_r) \times X_C \text{ (a la } f_r)$$
$$= 4 \times 4000$$
$$E_C = 16.000 \text{ volt}$$

Obsérvese que los valores de E_L y E_C que se obtienen en un circuito R.L.C., que funciona en su frecuencia de resonancia, son extremadamente grandes. Este fenómeno ya había sido mencionado en el estudio anterior sobre circuitos R.L.C., que no funcionaban en resonancia. En dichos circuitos, la tensión a través de los componentes reactivos alcanza a menudo un valor mayor que la tensión aplicada al circuito. En una conexión resonante serie, las tensiones a través de ambos elementos reactivos serán mucho mayores que la tensión

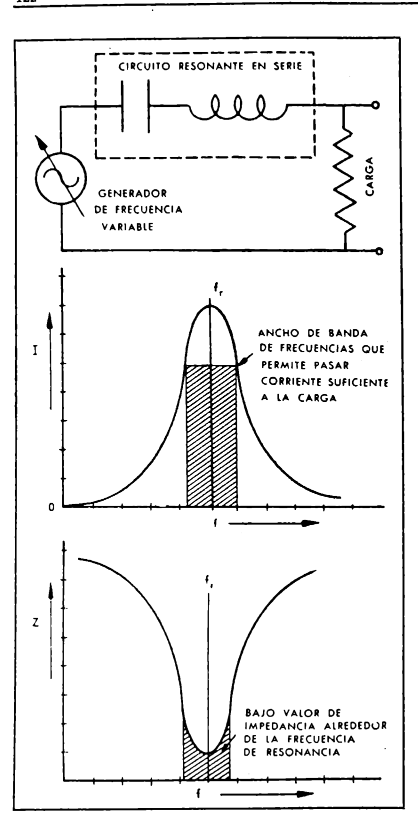


Figura 6-10. Circuito resonante serie, conectado para permitir el pasaje a la carga de frecuencias comprendidas en un ancho de banda determinado

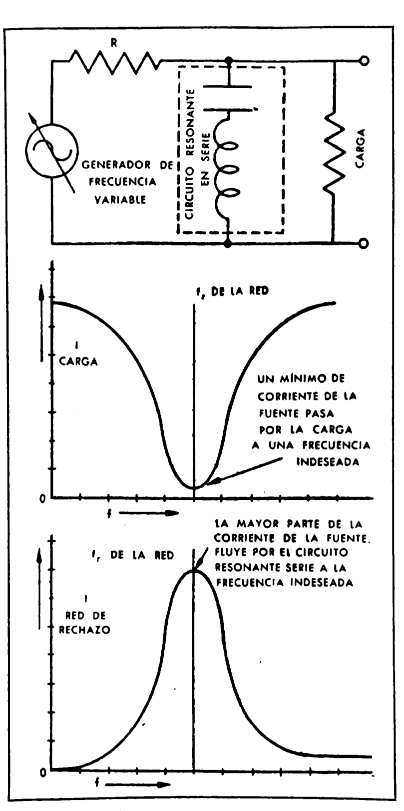


Figura 6-11. Circuito resonante serie conectado para rechazar una banda de frecuencias indeseables

aplicada e iguales entre sí. La tensión que se obtiene del circuito resonante serie, de 16.000 volt, puede utilizarse como ejemplo, y la acción de dicho circuito que funciona con una fuente de 100 volt y 4 ampere, pero cuya tensión a través de cada elemento reactivo puede llegar a 16.000 volt, se denomina ganancia de tensión. En otros términos, la acción del circuito R.L.C. serie a su frecuencia de resonancia, eleva los 100 volt aplicados al circuito hasta un valor de 16.000 volt. La ganancia real de tensión de dicho circuito es:

$$\frac{16.000}{100} \text{ ó } 160 \text{ veces.}$$

Esta ganancia de tensión depende del flujo de corriente a través del circuito en resonancia y, a la vez, de la resistencia del circuito pues la oposición total en f_r es precisamente dicha resistencia. En consecuencia, la ganancia de un circuito puede relacionarse directamente con el Q del circuito, puesto que Q y R están en relación inversa. Cuanto más alto es el Q, mayor será la ganancia de tensión a través de los elementos reactivos. En

realidad, la ganancia de tensión y el Q están representados por el mismo número. De esta manera, cuando el Q de un circuito resonante en serie es alto, la banda del circuito será estrecha y éste tendrá una mayor capacidad selectiva de ciertas frecuencias, es decir, de la frecuencia en que se obtiene la resonancia y la máxima ganancia de tensión.

Para completar el análisis del circuito resonante en serie, se procede a hallar el valor de la potencia activa, potencia aparente y factor de potencia. El cálculo de la potencia aparente es:

$$P_a = EI$$
$$= 100 \times 4$$
$$P_a = 400 \text{ voltampere}$$

La potencia activa es:

$$P = EI \cos \theta$$

y sustituyendo los valores, $E = 100$ volt; $I = 4$ ampere, y $\cos \theta = 1$; como E é I en un circuito resonante de C.A. están en fase y no existe ángulo de fase, la potencia activa es:

$$P = 100 \times 4 \times 1$$
$$P = 400 \text{ watt}$$

Se puede ver que la potencia activa y la potencia aparente son iguales en un circuito resonante serie, y, por lo tanto, el factor de potencia del circuito es uno, puesto que el factor de potencia es igual al coseno de θ, o a la relación entre la potencia activa y la potencia aparente. Por ello, resulta evidente que un circuito R.L.C. en serie se presenta en la resonancia como no reactivo, es decir, la potencia suministrada por la fuente es disipada completamente por la resistencia del circuito.

En un circuito R.L.C. serie, que funciona a su frecuencia de resonancia, se presentan las siguientes condiciones:

1. $X_L = X_C$
2. $Z = R$
3. $I_T = \dfrac{E_{aplicada}}{R}$
4. Ángulo $\theta = 0$ grado
5. Factor de potencia $= 1$
6. $P = P_a$
7. $E_L = E_C$ (desfasados 180 grados)
8. $E_L = E_C$ (son mayores que $E_{aplicada}$)
9. $Q = \dfrac{X_L}{R}$ (únicamente en la resonancia)
13. $BW = \dfrac{f_r}{Q}$ o $BW = f_2 - f_1$ calculado gráficamente
11. $f_1 = f_r - \dfrac{BW}{2}$
12. $f_2 = f_r + \dfrac{BW}{2}$
13. I_{f_1} e $I_{f_2} = 0{,}707 \times I$ (a la f_r)

Existen varios factores en un circuito resonante serie que, cuando sufren cambios, hacen variar a su vez las propiedades arriba citadas. Estos factores variables son L, C, R, y la frecuencia aplicada, y sus efectos sobre las propiedades indicadas anteriormente, se muestran en las Tablas 6-1 y 6-2. En estas tablas se ha supuesto que las propiedades varían desde el punto de resonancia de cualquier circuito R.L.C. serie.

Un examen de la tabla 6-2 muestra que la impedancia aumenta, la corriente total disminuye, la potencia activa y la aparente disminuyen, el factor de potencia disminuye y E_R disminuye, cuando el circuito R.L.C. no funciona en la frecuencia de resonancia. Aunque estas tablas no están destinadas a ser aprendidas de memoria, deben conocerse las razones de la variación de las propiedades del circuito.

Como ejemplo, si se observa en la tabla 6-1 la columna que muestra el efecto que tiene sobre las propiedades, la reducción de la inductancia del circuito en resonancia (L), se comprueba que la primera propiedad afectada es X_L, la que disminuye, pues X_L es directamente proporcional a cualquier cambio en f o en L. En esta columna, X_C permanece constante, mientras que Z aumenta, pues X_L es ahora inferior a X_C, y Z se ha calculado por la combinación trigonométrica de $X_C - X_L$ y R en ángulo recto. De esta forma, aunque X_L disminuye y X_C permanece igual, la impedancia del circuito R.L.C. en serie aumenta. En esta misma columna se observa que una disminución en L produce un aumento en el ángulo de fase. Esto ocurre debido a que en la resonancia $X_L = X_C$ y no existe ángulo de fase; por lo tanto, cualquier disminución de X_L presenta al circuito como capacitivo y el ángulo de fase aumenta en el sentido en que está adelantado (—).

6-6 APLICACIONES DEL CIRCUITO RESONANTE SERIE

Las aplicaciones fundamentales de un circuito resonante serie pueden dividirse en dos clases: la primera es la conexión de la red de resonancia en serie para obtener el libre pasaje de su banda de frecuencias. La segunda es la conexión de un circuito resonante serie de modo que impida

que su banda de frecuencias pase a través de la carga. Estas dos aplicaciones se denominan filtros pasabanda y supresor de banda, respectivamente.

Filtro pasabanda de resonancia serie

Para poder comprender la conexión de un circuito de resonancia serie como filtro pasabanda, debe tenerse en cuenta la impedancia del circuito. En la resonancia la impedancia es muy baja, y sólo permite que las tensiones de C.A., de frecuencia comprendida en la banda del circuito, alimenten un flujo suficiente de corriente por el mismo. En consecuencia, cuando sólo se desea el paso de una sola banda de frecuencias a una carga o circuito, debe conectarse un filtro de resonancia en serie con la carga y la fuente. Esta conexión se muestra en la figura 6-10. En esta figura se representa un generador de frecuencia variable, conectado en serie con una carga resistiva y un circuito resonante serie. Si la carga representada aquí por un resistor, fuese un circuito o mecanismo electromecánico que sólo funcionara sin dañarse dentro de ciertas frecuencias, el circuito resonante serie deberá diseñarse únicamente para dejar pasar las frecuencias que permitirían funcionar dicha carga sin peligro. Obsérvese en la curva de corriente del circuito, que la carga recibe un valor de corriente próximo al máximo únicamente cuando la frecuencia aplicada está dentro de la banda del circuito resonante. Si la frecuencia de la fuente aumentara o disminuyera, la red de resonancia serie presentaría una impedancia creciente a la fuente y reduciría la corriente del circuito a frecuencias muy altas o muy bajas. De esta forma, puede evitarse el daño a la carga por la aplicación correcta de un circuito resonante en serie o filtro pasabanda.

El filtro supresor de banda

El filtro supresor de banda trabaja en forma algo diferente al filtro pasabanda. La conexión pasabanda deja pasar únicamente una cierta banda de frecuencias por su control del flujo de corriente a la carga en todas las frecuencias aplicadas. La conexión del filtro pasabanda está en serie con la carga y la fuente de tensión. Cuando cierta banda de frecuencias es indeseable, deberá conectarse un circuito supresor de banda en paralelo con la carga, para controlar la tensión aplicada a la carga de frecuencia indeseable.

En la figura 6-11 puede apreciarse un circuito resonante serie de supresión de banda. Dicho circuito está conectado en paralelo con la carga, de forma que cuando la salida de frecuencia de la fuente se halla comprendida dentro de la banda de la rama del circuito resonante, la mayor parte de la corriente suministrada por la fuente pasa a través del filtro supresor de banda. Como este filtro está en paralelo con la carga y tiene una impedancia extremadamente baja en su banda de frecuencias, la corriente de línea a través de la carga será muy baja. Por lo tanto, debido al escaso flujo de corriente, la carga no funciona en las frecuencias indeseables. Toda frecuencia aplicada al circuito que no se halle comprendida dentro de la banda del circuito resonante, se encontrará con una alta impedancia en la rama de resonancia; por ello, la mayor parte de la corriente de línea fluirá entonces a través de la rama de la carga. De esta manera, la carga funciona de modo normal en todas las frecuencias que no sean indeseables.

El filtro pasabanda y el filtro supresor de banda, son dos de las más importantes aplicaciones del circuito resonante serie. Se ha visto ya cómo pueden conectarse estos circuitos para dejar pasar únicamente una cierta banda de frecuencias deseadas, y eliminar a todas las demás; o si no suprimir únicamente una cierta banda de frecuencias indeseables y dejar pasar todas las otras. Resulta así explicable el nombre de "circuito de sintonía" o "circuito sintonizado", que se aplica a menudo al circuito R.L.C. serie.

6-7 RESUMEN

Se estableció que el circuito resonante serie es una red R.L.C. serie, que funciona a una frecuencia que anula las reactancias del inductor y del condensador, dejando la impedancia del circuito como un bajo valor de resistencia pura. Como el circuito resonante serie resulta ser para la fuente, en la frecuencia de resonancia, un valor bajo de resistencia; la corriente a través del circuito es máxima y el ángulo de fase es cero grado. También se estableció que el ángulo de fase de cero grado tiene un coseno de uno y, en consecuencia, la potencia disipada aparentemente por el circuito es igual a la potencia activa o potencia realmente disipada.

En todo circuito resonante, las reactancias capacitiva e inductiva son iguales en la llamada frecuencia de resonancia (f_r). La fórmula para calcular la frecuencia de resonancia de cualquier combinación de L y C es:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (6\text{-}3)$$

$$2\pi f L = \frac{1}{2\pi f C} \qquad (6\text{-}2)$$

Cuando la frecuencia aplicada a un circuito re-

sonante serie se halla debajo del valor de resonancia, el circuito resulta capacitivo. Por lo tanto, la reactancia capacitiva total del circuito debe combinarse trigonométricamente con la resistencia del mismo, para hallar así la impedancia aumentada del circuito. Si se aumenta la frecuencia aplicada sobre el punto de resonancia del circuito, la red se presenta como inductiva. De esta manera, arriba o debajo de la resonancia (f_r), la impedancia de la red serie aumenta, y la corriente del circuito disminuye. La impedancia creciente del circuito y su corriente decreciente, arriba y debajo de la resonancia, están representadas gráficamente en las curvas de impedancia y corriente de las figuras 6-4 y 6-5, respectivamente.

Se halló que la frecuencia de resonancia de un circuito resonante serie, es independiente de la resistencia del circuito; sin embargo, la forma de las curvas de corriente e impedancia es afectada por la magnitud de la resistencia en la red. Esto ocurre así debido a que la impedancia en resonancia es igual a la resistencia en el circuito. Un aumento en la resistencia produce una curva de corriente más baja y aplanada, y el circuito deja pasar un número mayor de frecuencias próximas a la frecuencia de resonancia. La resistencia del circuito no sólo afecta las curvas de corriente e impedancia, sino que también el ancho de banda y la calidad del circuito.

El Q de un circuito resonante serie es una indicación numérica de la calidad del circuito, determinada por la relación entre la reactancia inductiva en resonancia y la resistencia ($\frac{X_L}{R}$). Como el Q del circuito está en relación inversa a la resistencia, una curva de forma y pico agudos indica una red de alto Q y baja resistencia; mientras que una curva baja y aplanada indica una red de baja Q y alta resistencia. A medida que aumenta la calidad del circuito, se hace más estrecha la banda de frecuencias que deja pasar. Con esta deducción, puede hallarse el ancho de banda de un circuito resonante en serie aplicando la relación de f_r a Q ($\frac{f_r}{Q}$), en lugar de usar el método gráfico de calcular 0,707 veces de la máxima corriente sobre la curva de corriente, para determinar luego los puntos f_1 y f_2.

Se halló que la ganancia de tensión existe siempre en un circuito resonante serie. En una red no resonante R.L.C. en serie, la ganancia de tensión se produce a través del capacitor o del inductor, lo que depende de si la frecuencia aplicada está arriba o debajo de la frecuencia de resonancia del circuito. Sin embargo, en el circuito resonante serie existe ganancia de tensión tanto a través de la inductancia como del capacitor, y, por lo tanto, puede utilizarse una caída de tensión o ambas. La forma en que se utiliza esta ganancia de tensión se estudia más adelante.

El tema final tratado en este capítulo se refiere a las dos aplicaciones del circuito resonante serie. Una de ellas, sobre la conexión a una carga de la red resonante serie, de forma de dejar pasar únicamente su banda de frecuencias para hacer funcionar la carga. Este circuito se denomina filtro pasabanda. En la segunda aplicación, se conectó un circuito resonante serie, en paralelo con una carga y en serie con una resistencia y la fuente de tensión. La conexión en paralelo de la rama R.L.C. (figura 6-11), permite que por ella fluya la mayor parte de la corriente del circuito, y que se desvíen de la carga las frecuencias indeseables que quedan en la banda del circuito resonante. En resonancia, la corriente que fluye a través de la carga es de un valor bajo, y, en consecuencia, la tensión que se crea a través de ella también es baja. La mayor parte de la tensión de la fuente se presenta a través de la resistencia en serie, y, de esta forma, la carga no funciona con frecuencias indeseables. Esta conexión de la rama R.L.C. en paralelo se denomina filtro supresor de banda, puesto que la banda de frecuencias indeseables es desviada efectivamente de la carga.

CUESTIONARIO

1. ¿Cómo se comparan los valores de inductancia y capacidad en un circuito resonante serie?
2. ¿Cómo se comparan los valores de reactancia inductiva y reactancia capacitiva de un circuito resonante serie?
3. ¿A qué es igual la impedancia de un circuito resonante serie en la frecuencia de resonancia?
4. Enunciar la fórmula para hallar la frecuencia de resonancia.
5. ¿Cómo se presenta el circuito R.L.C. serie en toda frecuencia inferior a la f_r?

6. ¿Cómo se presenta la red R.L.C. serie en toda frecuencia superior a f_r?
7. ¿En qué punto de las curvas de reactancia de un inductor y un condensador se produce la resonancia?
8. ¿Cómo afecta la resistencia la forma de la curva de corriente del circuito resonante serie?
9. ¿Cómo afecta una resistencia creciente la frecuencia de resonancia de un circuito resonante serie?
10. Si se aumenta desde la resonancia la inductancia de un circuito resonante serie ¿cómo se presenta el circuito para la fuente? Explicarlo.
11. Si la capacidad de un circuito resonante es aumentada desde resonancia ¿cómo se presenta el circuito a la fuente? Explicarlo.
12. Si se disminuye la inductancia de un circuito resonante serie ¿será la frecuencia de resonancia del circuito más baja o más alta?
13. Si se disminuye la capacidad de un circuito resonante serie ¿será la frecuencia de resonancia del circuito más baja o más alta?
14. ¿Qué efecto produce el aumento de la resistencia de un circuito resonante serie sobre la banda del circuito?
15. ¿Cuál es la relación entre el Q del circuito y la resistencia del circuito?
16. ¿Cómo se determina el ancho de banda del circuito si se conocen los valores de las frecuencias f_1 y f_2, de un circuito resonante serie?
17. Si se conocen los valores de las frecuencias f_1 y f_2 de un circuito resonante serie, ¿cómo se determina la frecuencia de resonancia del circuito?
18. ¿Cómo pueden calcularse la f_1 y f_2, si se conocen los valores del ancho de banda y la frecuencia de resonancia de un circuito resonante serie?
19. ¿Cuál es el Q de un circuito que tiene una frecuencia aplicada de 1000 c/s, una reactancia inductiva de 200 ohm, una reactancia capacitiva de 20 ohm, y una resistencia de 8 ohm?
20. ¿Cuál es el ancho de banda de un circuito resonante serie que tiene una X_L de 1000 ohm, una resistencia de 25 ohm, una X_C de 100 ohm, y una frecuencia de resonancia de 1800 ciclos?
21. ¿Qué es el filtro pasabanda y cómo está conectado al circuito?
22. ¿Qué propiedad eléctrica del circuito (E, I, o R) controla el filtro pasabanda?
23. ¿Qué es un filtro supresor de banda, cómo está conectado y qué propiedad controla?
24. Resolver el siguiente problema de circuito resonante serie:

Valor conocido	Hallar	
$L = 500$ milihenry	$f_r =$	$BW =$
$C = 8$ microfarad	$Q =$	$f_1 =$
$E_{aplicada} = 20$ volt	$X_L =$	$f_2 =$
$R = 20$ ohm	$X_C =$	

25. Resolver los siguientes problemas de un circuito resonante serie:

Valor conocido	Hallar	
$L = 5$ milihenry	$f_r =$	$f_2 =$
$C = 100$ microfarad	$X_L =$	$P_a =$
$E_{aplicada} = 10$ volt	$X_C =$	$P =$
$R = 2{,}8$ ohm	$Z =$	$P_f =$
	$I_T =$	$\theta =$
	$Q =$	$E_L =$
	$BW =$	$E_O =$
	$f_1 =$	

CAPITULO VII

Circuitos Resonantes Paralelos

7-1 Introducción

La propiedad de resonancia, estudiada en el capítulo anterior para una conexión en serie de inductancias y capacitancias, también existe en la conexión en paralelo. Sin embargo, en la consideración del circuito resonante paralelo el análisis revelará diferencias radicales en el conjunto de operación, como las que también existen, en cierto grado, entre las redes R.L.C. no resonantes, serie y paralelo.

7-2 RECONOCIMIENTO DE CIRCUITOS RESONANTES PARALELOS

El principal examen a realizar es el que permite establecer el origen de la tensión aplicada al circuito. Esto se establece fácilmente cuando el circuito tiene una fuente de tensión determinada, conectada en serie o en paralelo, como en el caso de la figura 7-1. La parte A de esta figura representa un circuito resonante en serie por el cual la corriente fluye en una sola trayectoria. En la parte B, se representa un circuito resonante en paralelo en el que la corriente fluye en dos trayectorias. Cuando el circuito no posee una fuente de tensión determinada, como un generador, etc., se dice que la fuente de tensión es interna al circuito y se la considera conectada en serie. En consecuencia, se establece que un circuito en paralelo es una red en la que existe una fuente de tensión exterior al circuito resonante R.L.C.

La figura 7-2 tiene dos ejemplos de tensiones desarrolladas dentro y fuera de una red R.L.C. Uno de los dos circuitos que muestra en su parte A, formado por un generador y L_1, es un circuito inductivo simple, en serie. El segundo circuito, formado por L_2 y C_1, es también un simple circuito L.C. en serie, aunque se presenta como conectado en paralelo. En este segundo circuito L_2 tiene una tensión de C.A. inducida en él por inducción mutua desde el primer circuito. En realidad, L_2 es la fuente de tensión para el segundo circuito, y es evidente que sólo hay un pasaje para el flujo de corriente, y que los elementos L_2 y C_1 están en serie. Puede considerarse prácticamente a L_2, como a un generador con un capacitor conectado en serie. Obsérvese la ubicación de la señal de tensión de salida de esta red en serie, pues es precisamente esta ubicación la que hace aparecer al circuito en paralelo en la mayoría de los esquemas.

En la figura 7-2 B se representa la forma en que se arma un circuito resonante L.C. en paralelo, utilizando los mismos elementos anteriores. También en esta figura existen dos circuitos: el primero es un circuito resonante en paralelo, formado por C_1, L_1 y la fuente de tensión, conectadas todas en paralelo; el segundo circuito consiste en

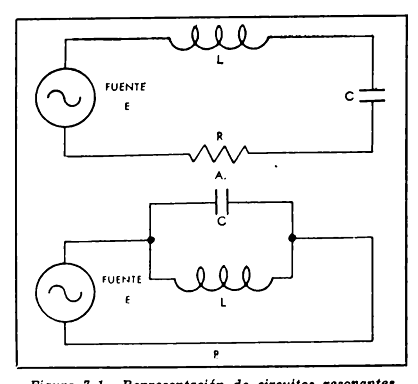


Figura 7-1. Representación de circuitos resonantes serie y paralelo

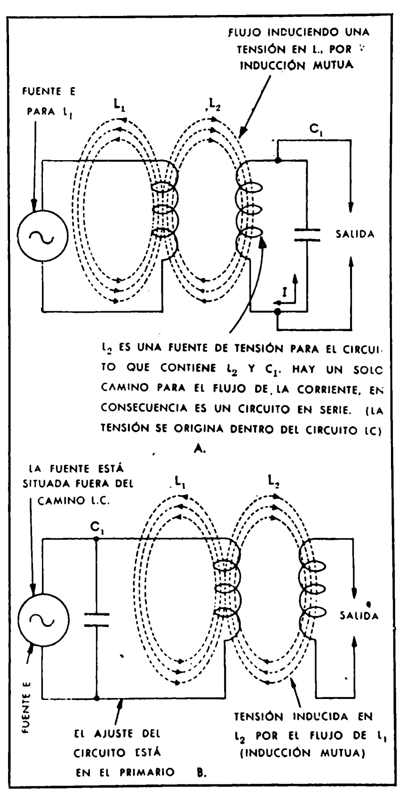


Figura 7-2. Circuitos resonantes serie y paralelo

L_2 y la carga del circuito en serie (L_2 representa la fuente de tensión originada por la tensión mutua inducida desde L_1). Se observan claramente los dos pasajes de la corriente en el circuito primario en paralelo: uno de ellos, desde la fuente a través de L_1, y el otro, desde la fuente por C_1. Para reconocer un circuito resonante en paralelo, se comprueba si la fuente de tensión es externa al pasaje de la corriente a través del inductor y del capacitor.

Una vez aprendida la forma de distinguir un circuito L.C. en paralelo de una red en serie, se tratará el análisis del circuito resonante en paralelo.

7-3 ANÁLISIS DE CIRCUITOS RESONANTES O SINTONIZADOS EN PARALELO

El circuito resonante o sintonizado en paralelo también se denomina, a menudo, circuito tanque puesto que puede almacenar energía. A fin de analizar la forma en que el circuito resonante en paralelo almacena la energía, y observar cómo se diferencian las propiedades de este circuito de las de la red en serie, se tratará a continuación sobre un circuito ideal de resonancia en paralelo. Un circuito ideal es un circuito teórico, en el que para simplificar la descripción no se tienen en cuenta ciertas propiedades indeseables. En este caso, las propiedades que provisoriamente no se toman en cuenta son: la resistencia de los arrollamientos de la bobina de la rama inductiva, y la resistencia de pérdida de la rama capacitiva. De esta forma, cada rama puede considerarse puramente inductiva o puramente capacitiva, según el elemento que contenga, suponiéndose también que existe un desfasaje de 90 grados entre la tensión aplicada y la corriente de la rama. En un último análisis de un circuito resonante paralelo práctico, aparece claramente que el flujo de corriente de cada rama está determinado por la tensión aplicada y las impedancias de la rama, y que no existe el desfasaje de 90 grados entre cada rama. El circuito ideal en el que no se toma en cuenta la resistencia de la rama, se utiliza para analizar el circuito con respecto a la corriente.

En la figura 7-3 se muestra la comparación entre un circuito ideal y un circuito práctico resonante en paralelo. En el primer circuito, parte B de la figura, la corriente de la rama está determinada por la tensión aplicada y la reactancia de cada rama. En consecuencia, siendo ambas reactancias iguales en la resonancia, las corrientes de las ramas también serán iguales y estarán desfasadas 180 grados. Esto se representa en el diagrama vectorial de la figura 7-4. En esta figura el circuito considerado está conectado en paralelo, y, por ello, la tensión aplicada se representa a lo largo del eje horizontal de referencia. Como la rama capacitiva se considera ideal, la corriente que por ella fluye está adelantada a la tensión aplicada en 90 grados. De la misma manera, como la rama inductiva se considera ideal, la corriente que fluye por ella está atrasada exactamente 90 grados respecto a la tensión aplicada. En la frecuencia de resonancia, que se expresa mediante la fórmula

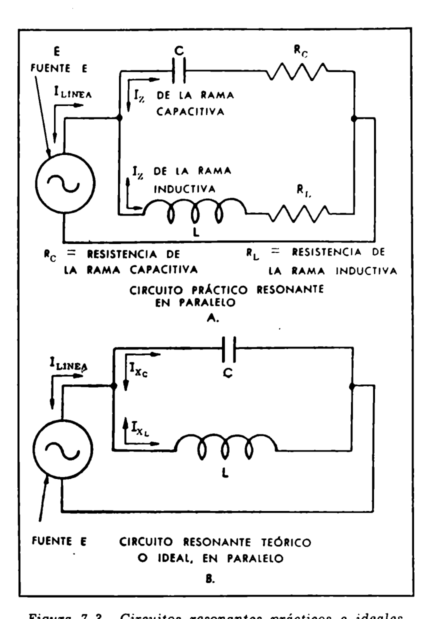


Figura 7-3. Circuitos resonantes prácticos e ideales, en paralelo

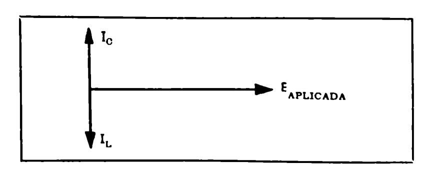


Figura 7-4. Vectores de corriente de un circuito resonante paralelo ideal a la frecuencia de resonancia

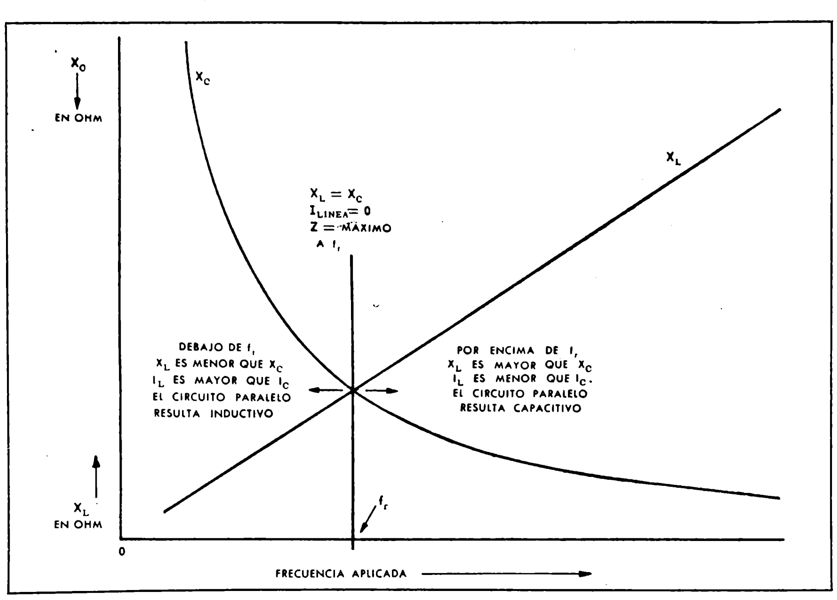


Figura 7-5. Curvas de reactancia de un circuito L.C. paralelo

$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, las reactancias de las ramas son iguales, ($X_L = X_C$), como sucede en un circuito resonante en serie. Sin embargo, las que más bien son iguales, y están desfasadas 180 grados son las corrientes de las ramas, antes que las caídas de tensión de las partes componentes como sucede en el circuito resonante en serie. En resonancia la corriente total, que es la suma vectorial de las corrientes opuestas e iguales de las ramas, es cero. De esta manera, el circuito resulta para la fuente un circuito abierto. Lo opuesto ocurre en el circuito resonante serie, que cuando funciona a su frecuencia de resonancia resulta ser para la fuente un corto circuito de impedancia mínima.

Con los elementos anteriores se puede representar un sistema de curvas llamadas curvas de resonancia, como medio auxiliar para el análisis del circuito resonante paralelo.

Curvas de resonancia de un circuito resonante paralelo

Las curvas de resonancia que se utilizan para analizar un circuito resonante paralelo, están constituidas por curvas de reactancia, curva de impedancia, y curva de corriente que representa a $I_{línea}$. Se obtienen primeramente las curvas de reactancia y, a continuación, se emplean estas curvas para construir las curvas de impedancia y corriente del circuito, las que muestran la manera en que varía la impedancia y la corriente del circuito arriba y debajo de la frecuencia de resonancia.

Curvas de reactancia del circuito resonante paralelo

Al construir las curvas de reactancia de un circuito resonante paralelo, se debe recordar que un circuito L.C. paralelo se presenta como inductivo o capacitivo, según la rama por la que fluye la corriente de mayor intensidad. Debe recordarse también que el flujo de coriente que corresponde a un elemento varía en relación inversa al valor de la reactancia de este último, y que la reactancia capacitiva disminuye y la reactancia inductiva aumenta a medida que aumenta la frecuencia. Los valores de reactancia de un circuito

L.C. paralelo, pueden representarse en función de la frecuencia aplicada a los elementos, para obtener así las curvas de reactancia. Esto es lo que se ha hecho en la figura 7-5 (se puede comprobar que este dibujo es similar al de la figura 6-2). Al observar la figura, se verá que en el punto de intersección entre las curvas de la reactancia capacitiva decreciente y la reactancia inductiva en aumento, X_C y X_L son iguales, y, por definición, existe entonces la condición de resonancia.

Curva $I_{línea}$ del circuito resonante paralelo

En la frecuencia de resonancia, f_r en la gráfica, la corriente de la rama inductiva es igual y opuesta a la corriente de la rama capacitiva, e $I_{línea}$ es igual a cero. Si se tiene en cuenta este hecho, puede representarse una curva que indique $I_{línea}$ del circuito resonante paralelo ideal. En la figura 7-6 se muestra una curva típica de esta clase, donde se representa la corriente del circuito ($I_{línea}$) en función de la frecuencia aplicada. Nótese que $I_{línea}$ disminuye a cero en el punto correspondiente a la frecuencia de resonancia. Se observa también en la curva que debajo de la frecuencia de resonancia fluye una corriente de $I_{línea}$ de alto valor. Esto se debe a la baja reactancia inductiva de la red en paralelo por debajo de la f_r, lo que permite fluir una corriente elevada por la rama inductiva del circuito. Arriba del punto de resonancia de la curva, $I_{línea}$ vuelve a aumentar a un alto valor. Esto se produce a causa de que el valor decreciente de la reactancia capacitiva de esta rama, permite fluir una corriente de línea de alto valor.

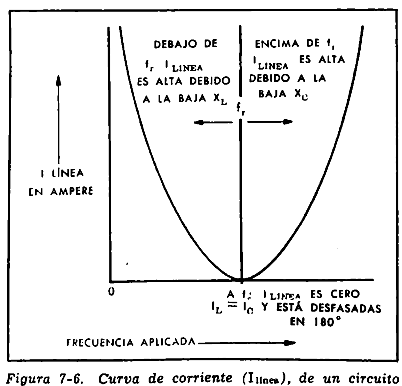


Figura 7-6. Curva de corriente ($I_{línea}$), de un circuito resonante paralelo ideal

A esta altura se puede observar que la curva de la corriente del circuito resonante paralelo se parece estrechamente a la curva de impedancia de una red resonante serie. En un circuito resonante serie, en resonancia la impedancia es baja y el flujo de corriente es alto, y, a la inversa, el circuito resonante paralelo tiene en resonancia una impedancia alta y consume una corriente de línea mínima o baja.

Curva de impedancia del circuito resonante paralelo

En base a la curva de corriente representada en la figura 7-6, y teniendo en cuenta que la corriente $I_{línea}$ es cero en la frecuencia de resonancia, se puede construir una curva para representar la impedancia de una red en paralelo. Mediante la aplicación de la fórmula de la ley de Ohm para circuitos en paralelo, se halla que $I_{línea}$ es igual a la relación entre $E_{aplicada}$ y Z del circuito. Como $I_{línea}$ y Z son inversamente proporcionales, resulta una curva de impedancia del circuito como la indicada en la figura 7-7. En esta figura, la impedancia del circuito tiene un valor pequeño tanto arriba como abajo de la frecuencia de resonancia. Ello se debe a que el circuito ideal L.C. en paralelo se presenta inductivo abajo de resonancia, y capacitivo arriba de resonancia, y en estos casos no se anulan las corrientes de las ramas. Debajo de la frecuencia de resonancia, una combinación en paralelo entre una reactancia inductiva baja y una

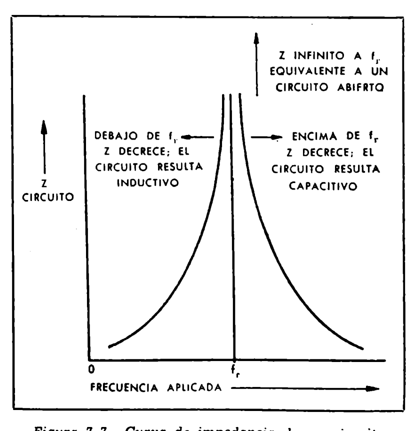


Figura 7-7. Curva de impedancia de un circuito resonante paralelo ideal

reactancia capacitiva alta, resulta en un valor total de impedancia mayor que el bajo valor de la rama X_L, debido a la anulación parcial de las corrientes. También esto resulta cierto arriba de la frecuencia de resonancia, donde el valor de la reactancia capacitiva es bajo y el de la reactancia inductiva es alto.

Debe observarse que en la frecuencia de resonancia, la impedancia del circuito es infinita y el circuito se presenta como un circuito abierto pues no consume corriente de línea. Esto se expresa mediante la ley de Ohm:

$$Z = \frac{E}{I_{línea}}$$

$$= \frac{100}{0}$$

$$Z = \infty$$

Hasta esta altura del estudio de un circuito resonante paralelo, se han analizado factores tales como la corriente de línea, la impedancia del circuito y la reactancia. Se comprobó que en resonancia, la reactancia inductiva de un circuito ideal resonante paralelo es igual a la reactancia capacitiva. Se estableció también que $I_{línea}$ del circuito en la resonancia es mínima, mientras que la impedancia del circuito es máxima. Un factor que debe estudiarse también, relacionado únicamente con el circuito en paralelo, es la *corriente de circulación,* llamada, a menudo, corriente del circuito tanque, y que se abrevia como I_{circ}.

7-4 CORRIENTE DE CIRCULACIÓN EN UN CIRCUITO IDEAL RESONANTE PARALELO

Cuando un circuito resonante paralelo de tipo ideal se halla en resonancia, el flujo de corriente de línea es cero. Sin embargo, de acuerdo con la ley de Ohm, se comprobó que los vectores de las corrientes de las ramas capacitiva e inductiva son los que se representan en la figura 7-4. Resulta evidente que, aunque el circuito no consume corriente de línea, fluye una corriente en las ramas conectadas en paralelo. Este flujo de corriente está representado en la figura 7-8 por las flechas y los vectores de corriente de las ramas. Un examen de la figura muestra que el flujo de corriente en la rama capacitiva, está desfasado 180 grados respecto al flujo de la corriente en la rama inductiva, y los vectores indican el hecho de que las corrientes tienen igual amplitud. Las flechas muestran que la corriente del capacitor fluye en una dirección, mientras que la corriente del inductor fluye en dirección opuesta; por esta causa, se considera que el capacitor se carga mientras el inductor se des-

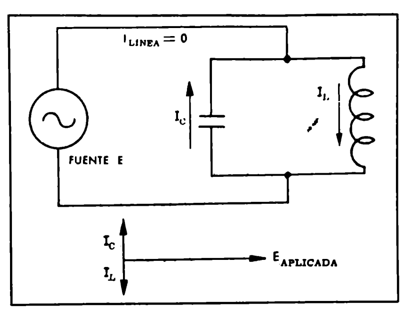


Figura 7-8. Vectores y dirección del flujo de la corriente de circulación

carga. Cuando cambia la polaridad de la tensión aplicada de C.A., se invierte también el sentido del flujo de la corriente en las ramas reactivas, y se considera entonces que el inductor se carga en un sentido, mientras que el capacitor se descarga en sentido opuesto. En cualquier punto a lo largo de la sinusoide de tensión aplicada de C.A., la corriente en el inductor y en el capacitor son exactamente iguales y opuestas, de manera que no hay consumo de corriente de la fuente. En la figura 7-9 se pueden ver las curvas de las corrientes de las ramas y de la tensión aplicada.

Dentro del propio circuito paralelo, la corriente que fluye en sentidos opuestos por las ramas se parece en mucho a la que fluye por un circuito resonante serie. En el circuito resonante para-

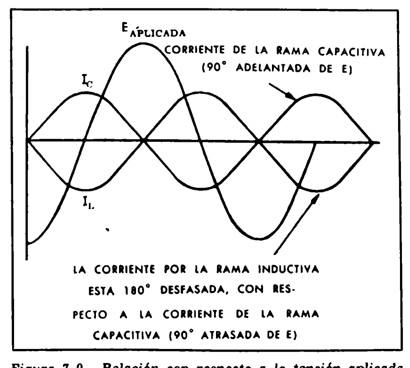


Figura 7-9. Relación con respecto a la tensión aplicada de la corriente en las ramas inductiva y capacitiva

lelo, la corriente fluye primero en una dirección, y luego en otra. Este flujo de corriente es alimentado por la carga y descarga repetida del capacitor, que ocurre al mismo tiempo en que desaparece o se crea, respectivamente, el campo magnético del inductor. Como se está considerando un circuito ideal, podría desconectarse la tensión aplicada al circuito resonante paralelo y la corriente de circulación continuaría aún fluyendo por la red. Si se considera que en el circuito no existen pérdidas, la corriente de circulación seguirá fluyendo en el circuito tanque paralelo por un tiempo indefinido. La acción del circuito tanque paralelo que hace continuar el flujo de una corriente, aun después de desconectada la tensión aplicada, es similar a la acción del péndulo que oscila continuamente de un lado a otro, y se denomina *oscilación*. En realidad, la energía del circuito se transfiere desde el inductor, cuando desaparece el campo magnético, al capacitor, y a continuación, fluye desde el capacitor, cuando éste se descarga, al inductor.

Cuando un circuito resonante paralelo funciona arriba o debajo de la frecuencia de resonancia, el circuito consumirá corriente de línea. Este flujo de corriente de línea se debe a un desequilibrio en los valores de la reactancia inductiva y capacitiva, y a la consiguiente desigualdad en la corriente de cada rama. El valor real de corriente de línea que consume el circuito que no está en resonancia, resulta ser exactamente igual a la diferencia de las corrientes de las ramas.

Se hará un análisis de circuito para examinar más ampliamente las condiciones que se presentan en resonancia, para un circuito ideal L.C. paralelo.

Análisis de circuito resonante paralelo ideal

Se supone como ejemplo de análisis de circuito resonante paralelo ideal, que se tiene un circuito cuyos valores de L y C son de 8 milihenry 20 picofarad (micro-microfarad). Como se trata de un sistema ideal no se toma en cuenta la resistencia del circuito. Se supone también que el circuito tiene una tensión aplicada de 100 volt a una frecuencia variable.

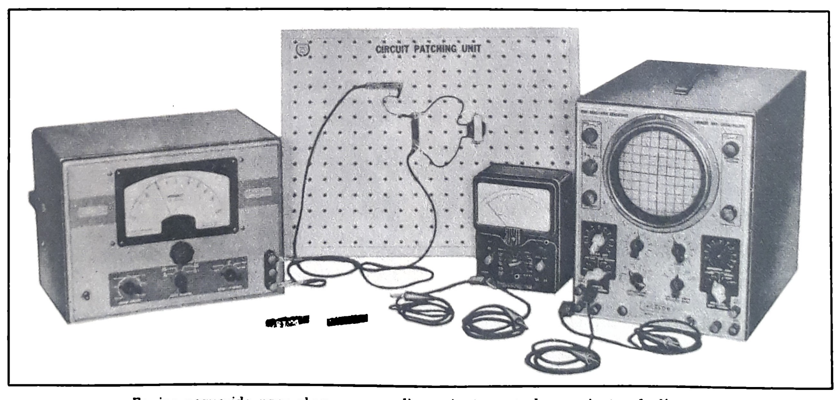
El primer factor que debe determinarse en este circuito, es la frecuencia en la que el circuito está en resonancia.

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{1}{6{,}28\sqrt{8 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^{-12}}}$$

$$f_r = 398.000 \text{ ciclos por segundo} \qquad (7\text{-}1)$$

El siguiente paso en el análisis del circuito es la determinación de la corriente de las ramas. Como la corriente de cada rama en paralelo depende de la reactancia de la rama, y las reactancias de las ramas son iguales en la resonancia, deberán hallarse primero las reactancias. Cada reactancia se halla sustituyendo la frecuencia de resonancia



Equipo requerido para observar y medir conjuntamente las corrientes de línea y de ramas que existen cuando un circuito resonante paralelo está operando alrededor de su punto de resonancia

calculada anteriormente en la fórmula de la reactancia, que para X_L es:

$$X_L = 2\pi fL = 6{,}28 \times 398.000 \times 8 \times 10^{-3}$$
$$X_L = X_C = 20.000 \text{ ohm}$$

Una vez calculados los valores de la reactancia de cada rama, pueden obtenerse los valores de las corrientes de las ramas:

$$I = \frac{E}{X_L} \text{ o } \frac{E}{X_C}$$
$$= \frac{100}{20.000}$$
$$I = 0{,}005 \text{ ampere}$$

Por lo tanto, en el circuito tanque circula una corriente de 5 miliampere. El consumo de corriente de línea es cero, puesto que el circuito resonante paralelo presenta una impedancia infinita al flujo de corriente de línea.

Si la frecuencia aplicada al circuito ideal disminuyera del punto de resonancia, cambiarían muchas de las propiedades del circuito. Se supone que la frecuencia aplicada se reduce a 175.000 c/s. Como se sabe que la frecuencia de resonancia del circuito es de 398.000 c/s, resultará que a 175.000 c/s el circuito L.C. en paralelo se presenta como inductivo. Para hallar X_L debajo del punto de resonancia, se tiene:

$$X_L = 2\pi fL$$
$$= 6{,}28 \times 175 \times 10^3 \times 8 \times 10^{-3}$$
$$X_L = 8800 \text{ ohm}$$

y para hallar X_C debajo de la resonancia:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$
$$= \frac{1}{6{,}28 \times 175 \times 10^3 \times 20 \times 10^{-12}}$$
$$X_C = 45.500 \text{ ohm}$$

Con una X_L de 8800 ohm en paralelo con una X_C de 45.500 ohm, el circuito se presenta inductivo pues el flujo de corriente a través del inductor es mayor que el flujo de corriente a través del condensador. Los valores de la corriente de cada rama se hallan como sigue:

Corriente de la rama capacitiva:

$$I_C = \frac{E_A}{X_C}$$
$$= \frac{100}{45.500}$$
$$I_C = 0{,}0022 \text{ ampere, ó } 2{,}2 \text{ miliampere}$$

Corriente de la rama inductiva.

$$I_L = \frac{E_A}{X_L}$$
$$= \frac{100}{8.800}$$
$$I_L = 0{,}0114 \text{ ampere, ó } 11{,}4 \text{ miliampere}$$

El paso siguiente en el análisis del circuito L.C. paralelo que funciona debajo de la frecuencia de resonancia, es el cálculo de $I_{línea}$. Por el cálculo anterior se ha deducido que el circuito se presenta inductivo, es decir, que fluye más corriente por la rama inductiva que por la rama capacitiva. Como en un circuito ideal L.C. paralelo la corriente de línea es equivalente a la diferencia entre las corrientes de ambas ramas reactivas, la corriente de línea será:

$$I_{línea} = I_L - I_C$$
$$= 0{,}0114 - 0{,}0022$$
$$I_{línea} = 0{,}00920 \text{ ampere ó } 9{,}2 \text{ miliampere}$$

El valor de la corriente de circulación en el circuito tanque, oriignada por la carga y descarga del capacitor y del inductor, es igual al valor de la corriente que fluye a través de la rama que tiene el mayor valor de reactancia. Por lo tanto, en este circuito, $I_{línea}$ es igual a la corriente capacitiva de 2,2 miliampere.

Análisis de circuito resonante paralelo práctico

En el estudio y análisis anterior de un circuito resonante paralelo ideal, no se consideraron factores tales como el "Q" y la banda del circuito. Ello se debe a que el Q depende de la resistencia del circuito, y como el circuito ideal no tiene resistencia, su "Q" resulta infinito. Tampoco se ha considerado el ancho de banda, puesto que éste, a su vez, depende del "Q" del circuito. En cambio, en el caso del circuito práctico resonante paralelo, debe considerarse la resistencia.

En la mayoría de los casos, la resistencia de un circuito L.C. en paralelo se halla en la rama inductiva. El mayor valor de la resistencia en esta rama es debido a la longitud del alambre de las bobinas. En la rama capacitiva sólo existe la resistencia de pérdidas que une al capacitor con el circuito. En la práctica de laboratorio en busca de un elemento reactivo ideal, se han obtenido desfasajes para el elemento capacitivo, algo mayores de 89 grados. En cambio, los máximos desfasajes logrados para un inductor práctico son mucho menores, a causa de su propia construcción. Como la resistencia de la rama inductiva de un circuito L.C paralelo, es generalmente mayor que la resistencia

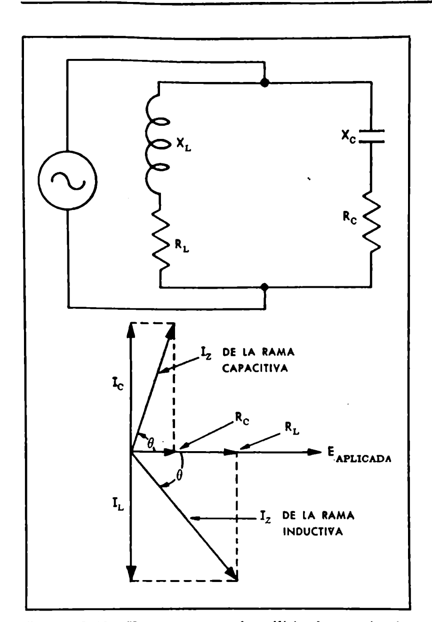


Figura 7-10. Vectores para el análisis de un circuito resonante paralelo práctico

de la rama capacitiva, los vectores de las impedancias de las ramas se representan en forma similar a los de la figura 7-10.

Se puede comprobar también, que aunque las corrientes a través del capacitor puro y del inductor puro sean iguales y opuestas, las corrientes de las ramas reactivas de un circuito práctico no son iguales y, por lo tanto, no se anulan. Debido a esto, el análisis del circuito resonante práctico incluye la resolución de los vectores de corriente para calcular $I_{línea}$.

Se hace a continuación el análisis de un circuito resonante paralelo práctico, que tiene una tensión aplicada de 100 volt, una inductancia de 5 microhenry, una resistencia inductiva de 200 ohm, una capacidad de 5 picofarad (micro-microfarad), y una resistencia de la rama capacitiva de 100 ohm. Se comienza por hallar la frecuencia de resonancia:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

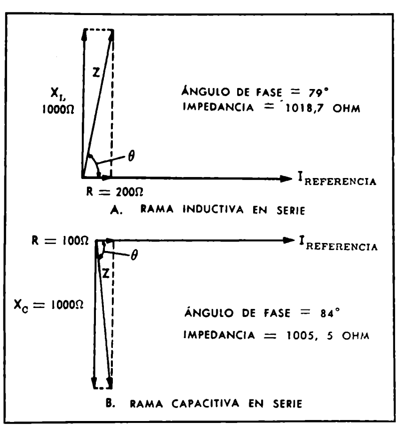


Figura 7-11. Vectores para la determinación de las impedancias de las ramas capacitiva e inductiva de un circuito resonante paralelo

$$= \frac{1}{6{,}28\sqrt{5 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-12}}}$$

$f_r = 31.800.000$ ciclos por segundo

Expresado este número en megaciclos, se tiene una frecuencia de resonancia de 31,8 megaciclos para el circuito.

El siguiente paso en el análisis del circuito es hallar las reactancias iguales, empleando la fórmula más simple:

$$X_L = 2\pi fL$$
$$= 6{,}28 \times 31{,}8 \times 10^6 \times 5 \times 10^{-6}$$
$$= 31{,}40 \times 31{,}80$$
$$X_L = 1000 \text{ ohm}$$

En consecuencia, X_L y X_C del circuito, tienen en la resonancia valores iguales de 1000 ohm. Como las ramas reactivas contienen una reactancia y una resistencia conectadas en serie, deberá calcularse por trigonometría la impedancia de cada rama para hallar el ángulo de fase y el valor de la corriente de la rama.

La impedancia de la rama inductiva, que contiene una resistencia de 200 ohm y una reactancia de 1000 ohm, se obtiene por la representación vectorial de dichos valores, como se ve en la figura 7-11 A, y por su combinación trigonométrica.

La tangente del ángulo de fase de la rama inductiva se halla con la fórmula:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{X_L}{R_L}$$
$$= \frac{1000}{200}$$
$$\operatorname{tg}\theta = 5.0000$$

La tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A indica los siguientes valores para la tangente obtenida:

$$\theta = 78{,}7 \text{ grados}$$
$$\operatorname{sen}\theta = 0{,}9806$$
$$\cos\theta = 0{,}1959$$

y despejando el vector de impedancia de la rama inductiva:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{X_L}{Z}$$
$$0{,}9806 = \frac{1000}{Z}$$
$$Z = 1020 \text{ ohm}$$

con la tensión aplicada adelantada a la corriente de la rama en 78,7 grados.

La impedancia de la rama capacitiva, que contiene una resistencia de 100 ohm y una reactancia capacitiva de 1000 ohm, se calcula construyendo los vectores que representan dichos valores conectados en serie, según se ve en la figura 7-11 B, y combinándolos luego trigonométricamente. La tangente del ángulo de fase de la rama capacitiva es:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{X_C}{R_C}$$
$$= \frac{1000}{100}$$
$$\operatorname{tg}\theta = 10$$

La tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A indica los siguientes valores para la tangente 10:

$$\theta = 84{,}3 \text{ grados}$$
$$\operatorname{sen}\theta = 0{,}9951$$
$$\cos\theta = 0{,}0993$$

y despejando la impedancia de la rama capacitiva:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{X_C}{Z}$$
$$0{,}9951 = \frac{1000}{Z}$$
$$Z = 1005 \text{ ohm}$$

con la corriente de la rama adelantada a la tensión aplicada en 84,3 grados.

El paso siguiente es el cálculo de los valores de la

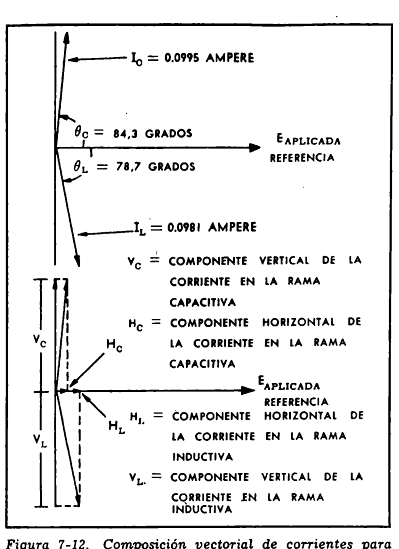


Figura 7-12. Composición vectorial de corrientes para la determinación de $I_{línea}$

corriente de cada rama. La corriente de la rama inductiva es:

$$I_L = \frac{E_A}{Z}$$
$$= \frac{100}{1020}$$
$$I_L = 0{,}0981$$

La corriente de la rama capacitiva es:

$$I_0 = \frac{E_A}{Z}$$
$$= \frac{100}{1005}$$
$$I_C = 0{,}0995 \text{ ampere}$$

Mediante la trigonometría puede calcularse ahora la corriente de la fuente que consume el circuito resonante paralelo. Como se conocen el ángulo de fase y el valor de la corriente de cada rama, y se deben tratar ahora como en un circuito en paralelo, los vectores de las corrientes de las ramas se representan en la forma de la figura 7-12 A, tomando como eje de referencia a la tensión aplicada. Estos vectores de corriente deben des-

componerse en sus vectores componentes, para obtener así la combinación trigonométrica cuyo resultado final es el valor de la corriente de línea. En la parte B de la figura se muestra cómo se descompone cada vector en sus componentes horizontal y vertical. Para hallar los valores de cada una de estas componentes, los vectores de corriente de las ramas capacitiva e inductiva se tratan de la forma siguiente:

Para hallar la componente vertical de I_C

$$\text{sen } \theta_C = \frac{V_C \text{ (componente vertical capacitiva)}}{I_C}$$

$$0{,}9951 = \frac{V_C}{0{,}0995}$$

$$V_C = 0{,}09902$$

Para hallar la componente horizontal de I_C:

$$\cos \theta_C = \frac{H_C \text{ (componente horizontal capacitiva)}}{I_C}$$

$$0{,}0993 = \frac{H_C}{0{,}0995}$$

$$H_C = 0{,}00988$$

Para hallar la componente vertical de I_L:

$$\text{sen } \theta_L = \frac{V_L \text{ (componente vertical inductiva)}}{I_L}$$

$$0{,}9806 = \frac{V_L}{0{,}0981}$$

$$V_L = 0{,}09616$$

Para hallar la componente horizontal de I_L:

$$\cos \theta_L = \frac{H_L \text{ (componente horizontal inductiva)}}{I_L}$$

$$0{,}1959 = \frac{H_L}{0{,}0981}$$

$$H_L = 0{,}0191$$

Conocidos ahora los valores de las componentes horizontal y vertical, pueden combinarse algebraicamente para obtener dos componentes vectoriales con las que se determina luego la corriente total del circuito.

Se combinan primero las componentes horizontales en fase, para obtener la componente resultante horizontal (H_R):

$$H_R = H_L + H_C$$
$$= 0{,}0191 + 0{,}00988$$
$$H_R = 0{,}0290$$

A continuación, se combinan las componentes verticales desfasadas 180 grados, para obtener la componente vertical resultante (V_R):

$$V_R = V_C - V_L$$
$$= 0{,}09902 - 0{,}09616$$
$$V_R = 0{,}00286$$

En la figura 7-13 se representan las componentes resultantes vertical y horizontal. Dichas componentes pueden combinarse ahora trigonométricamente para hallar así, $I_{línea}$ y el ángulo de fase del circuito en la frecuencia de resonancia.

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{Componente vertical resultante}}{\text{Componente horizontal resultante}}$$

$$= \frac{0{,}00286}{0{,}0290}$$

$$\text{tg } \theta = 0{,}0987$$

En la tabla de funciones trigonométricas del Apéndice A, se indican los siguientes valores para la tangente de 0,0987:

$$\theta = 5{,}6 \text{ grados}$$
$$\text{sen } \theta = 0{,}0976$$
$$\cos \theta = 0{,}9952$$

y aplicando la función de seno o coseno, se obtiene el valor de I :

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{Componente resultante vertical}}{I_{línea}}$$

$$0{,}0976 = \frac{0{,}00286}{I_{línea}}$$

$$I_{línea} = 0{,}0293 \text{ ampere}$$

En consecuencia, la red resonante paralelo consume 29,3 miliampere de la fuente en la frecuencia de resonancia. Consume este valor de corriente dubido a la resistencia de las ramas reactivas, aunque las propias reactancias sean iguales. Debe observarse especialmente que, aunque sólo se consumen 29,3 miliampere de corriente de la fuente, en cada rama del circuito tanque fluye una corriente de cerca de 100 miliampere. De esta manera, el

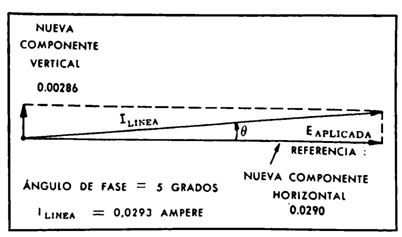


Figura 7-13. Vectores que representan la combinación de componentes verticales y horizontales de las corrientes de las ramas capacitiva e inductiva

circuito resonante en paralelo obtiene una ganancia de corriente en sus elementos reactivos.

El ángulo de fase del circuito práctico en paralelo analizado en la resonancia es de 5,6 grados, y para la mayoría de las aplicaciones prácticas esta diferencia de fase tan pequeña no se tiene en cuenta. La corriente de línea que consume el circuito, puede utilizarse para determinar la impedancia que presenta el mismo a la fuente, o sea:

$$Z = \frac{E_A}{I_{línea}}$$

$$= \frac{100}{0{,}0293}$$

$$Z = 3410 \text{ ohm}$$

Este valor de impedancia existe aunque haya resistencias de C.C. de sólo 100 ohm y 200 ohm, que corresponden, respectivamente, a las ramas capacitiva e inductiva conectadas en paralelo.

7-5 EL FACTOR "Q" EN CIRCUITOS RESONANTES PARALELOS

Una vez analizado el circuito resonante paralelo práctico, pueden considerarse factores tales del circuito como el "Q", y el ancho de banda. Debe recordarse que el Q de un circuito resonante en serie está determinado por la relación entre la reactancia inductiva y la resistencia total del circuito. Sin embargo, en el circuito paralelo práctico, el factor Q es determinado por la relación entre la corriente del circuito tanque ($I_{circ.}$) y la corriente de línea. Esto es debido a que las corrientes incluyen los efectos de la resistencia en ambas ramas, capacitiva e inductiva. En el cálculo de la corriente de circulación o corriente del circuito tanque resonante en paralelo, se establece la siguiente suposición: la corriente de circulación es equivalente al flujo de corriente por la rama capacitiva de la red. Se hace esta suposición debido a que la resistencia de C.C. de la rama capacitiva del circuito, es siempre menor que la de la rama inductiva; por lo tanto, el valor de la corriente de línea consumida es utilizado entonces únicamente para vencer la mayor resistencia de la rama inductiva del circuito.

El Q del circuito de la figura 7-10, que tiene en resonancia una corriente de línea de 29,3 miliampere y una corriente de la rama capacitiva de 99,5 miliampere, se halla de la siguiente forma:

$$Q = \frac{I_{circ}}{I_{línea}}$$

$$= \frac{99{,}5}{29{,}3}$$

$$Q = 3{,}40 \qquad (7\text{-}2)$$

Cuando se conocen el Q y la corriente de circulación del circuito tanque se transponen los términos de la fórmula para calcular la corriente de línea; o también para calcular la corriente de circulación cuando los valores conocidos son el Q y la corriente de línea. Como simplificación de la fórmula del Q escrita anteriormente, y debido a que la corriente de circulación es igual a la corriente de la rama capacitiva, cuya resistencia no se toma en cuenta, la corriente de circulación podrá representarse por la relación entre la tensión aplicada y la reactancia capacitiva. Del mismo modo, el valor de la corriente de línea de la fórmula puede reemplazarse por la relación de la tensión aplicada y la impedancia total del circuito. La fórmula se escribirá entonces:

$$Q = \frac{\dfrac{E_A}{X_C}}{\dfrac{E_A}{Z}}$$

e invirtiendo y multiplicando el denominador de la fracción por el numerador, se obtendrá la relación siguiente:

$$Q = \frac{Z}{X_C} \qquad (7\text{-}3)$$

Escrita de esta manera, pueden transponerse los términos para hallar la impedancia del circuito en resonancia, cuando se conoce el Q y cualquiera de las reactancias, capacitiva o inductiva, ya que son iguales en la resonancia. De igual manera, puede hallarse el valor de la reactancia capacitiva del circuito si se conocen los valores del Q y de la impedancia del circuito.

La fórmula (7-3) puede simplificarse escribiendo Z como sigue:

$$Z = \frac{Z_C Z_L}{Z_C + Z_L} \qquad (7\text{-}4)$$

El numerador de esta ecuación es aproximadamente igual al producto de X_L por X_C, siendo despreciable el error introducido por no tener en cuenta las resistencias. El denominador es exactamente la suma de las impedancias de cada rama conectada en serie. Es decir, es la impedancia de un circuito serie que contiene R_L, R_C, X_L y X_C. Este interesante resultado se relaciona al hecho de que el circuito tanque se comporta como un circuito resonante serie respecto a la corriente de circulación, I_{circ}. En consecuencia, con un margen pequeño de error, la ecuación (7-4) puede escribirse

como:

$$Z = \frac{X_C X_L}{\sqrt{(R_C + R_L)^2 + (X_C - X_L)^2}}$$

$$Z = \frac{X_C X_L}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$$

donde:

$$R = R_C + R_L$$

y como en la resonancia, X_C es igual a X_L,

$$Z = \frac{X_C X_L}{\sqrt{R^2}}$$

$$Z = \frac{X_C X_L}{R} \qquad (7\text{-}5)$$

La ecuación (7-3) puede escribirse ahora:

$$Q = \frac{\frac{X_L X_C}{R}}{X_C}$$

$$= \frac{X_L X_C}{R} \cdot \frac{1}{X_C}$$

$$Q = \frac{X_L}{R} \qquad (7\text{-}6)$$

En consecuencia, el Q de un circuito resonante paralelo puede calcularse exactamente de la misma forma que el Q de un circuito resonante serie. El primer punto que debe destacarse en esta derivación. es que el circuito tanque resonante paralelo se presenta como un circuito resonante serie para la corriente de circulación. También puede hallarse el Q del circuito de la relación entre la reactancia capacitiva y la resistencia, puesto que en resonancia, las reactancias capacitiva e inductiva son iguales.

7-6 EL ANCHO DE BANDA EN CIRCUITOS RESONANTES PARALELOS

Puede considerarse ahora el ancho de banda del circuito resonante paralelo, pues ya se sabe que su factor Q puede hallarse por dos métodos, y que dicho circuito presenta una alta o máxima impedancia a las frecuencias en el punto de resonancia o próximas al mismo.

Según se estableciera, el ancho de banda de un circuito resonante serie contiene todas las frecuencias que hacen fluir un 0,707 o más, de la máxima corriente del circuito resonante serie. De esta manera, el circuito resonante serie, según como se haya conectado respecto a la carga, se utiliza para dejar pasar una banda de frecuencias a la carga o para desviarla de ella. Por otra parte, puede considerarse que el ancho de banda de un circuito resonante paralelo, comprende todas las frecuencias que hacen a la impedancia del circuito un 0,707 o más de la máxima impedancia que se produce en la frecuencia de resonancia. De esta forma, el circuito resonante paralelo se opone o rechaza toda frecuencia comprendida dentro del ancho de banda del circuito.

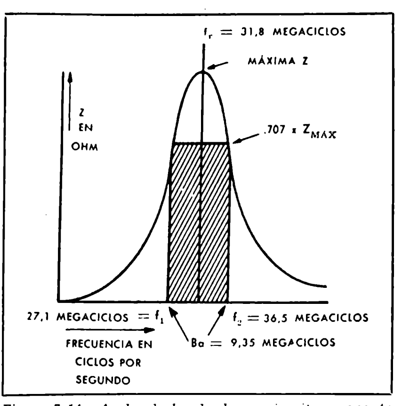


Figura 7-14. Ancho de banda de un circuito resonante paralelo, tomado sobre la curva de impedancia

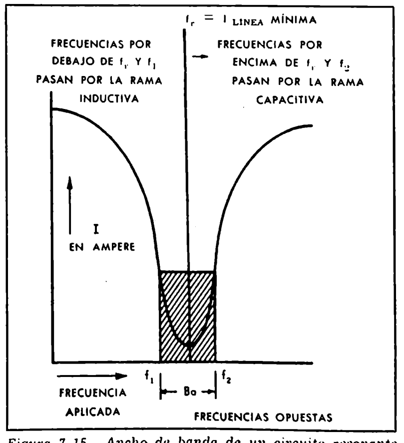


Figura 7-15. Ancho de banda de un circuito resonante paralelo, tomado sobre la curva de corriente

TABLA 7-1
COMPARACIÓN DE LAS PROPIEDADES DE LOS
CIRCUITOS RESONANTES SERIE Y PARALELO

Propiedad en la resonancia	Red en serie	Red en paralelo
Frecuencia de resonancia (f_r)	$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
Reactancia (X_L - X_C)	Cero ($X_L = X_C$)	Cero ($X_L = X_C$)
Impedancia (Z)	Mínimo (Z = R)	Máximo ($Z = X_L Q$)
I_{linea} o I_{total}	Máximo (I_{total})	Mínimo (I_{linea})
I_L (corriente inductiva)	I_{total}	$Q \times I_{linea}$
I_C (corriente capacitiva)	I_{total}	$Q \times I_{linea}$
E_L	$Q \times E_{aplicada}$	$E_{aplicada}$
E_C	$Q \times E_{aplicada}$	$E_{aplicada}$
Ángulo de fase (θ)	Cero grados	Cero grados
Desfasaje entre E_L y E_C	180 grados	Cero grados
Desfasaje entre I_L e I_C	Cero grados	180 grados
Factor de mérito (Q)	$\frac{X_L}{R}$, o $\frac{E_L}{E_{aplicada}}$	$\frac{X_L}{R}$, o $\frac{I_{circ.}}{I_{linea}}$
Ancho de banda (B_w)	$\frac{f_r}{Q}$, o $f_2 - f_1$	$\frac{f_r}{Q}$, o $f_2 - f_1$
Potencia aparente (P_a)	$E_{aplicada} \times I_{total}$	$E_{aplicada} \times I_{linea}$
Potencia eficaz (P)	$E_{aplicada} \times I_{total} \times \cos\theta$	$E_{aplicada} \times I_{linea} \times \cos\theta$
Factor de potencia (P_f)	$\frac{P}{P_a} = 1$; ($P = P_a$)	$\frac{P}{P_a} = 1$; ($P = P_a$)

El ancho de banda del circuito resonante serie se representa sobre la curva de corriente. Sin embargo, como el ancho de banda de un circuito en paralelo no pasa la red, se representa sobre la curva de impedancia como se ve en la figura 7-14. En esta figura las frecuencias f_1 y f_2, son, respectivamente, las frecuencias más bajas y más altas a las que se opone o anula el circuito resonante paralelo. De manera similar a la empleada en el circuito resonante serie, podrán determinarse f_1, f_2 y el ancho de banda del circuito resonante paralelo de la figura 7-10, aplicando la siguiente fórmula:

$$BW = \frac{f_r}{Q}$$

$$= \frac{31{,}8 \times 10^6}{3{,}40}$$

$$AB = 9.350.000 \text{ c/s, ó } 9{,}35 \text{ megaciclos}$$

Para hallar f_1:

$$f_1 = f_r - \frac{BW}{2} \tag{7-7}$$

$$f_1 = 27{,}1 \times 10^6 \text{ c/s ó } 27{,}1 \text{ megaciclos}$$

Para hallar f_2:

$$f_2 = f_r + \frac{BW}{2}$$

$$f_2 = f_r + \frac{BW}{2}$$

$$f_2 = 36{,}5 \times 10^6 \text{ c/s, ó } 36{,}5 \text{ megaciclos}$$

A fin de comprender más claramente la forma en que un circuito resonante paralelo rechaza su banda, obsérvese la curva de corriente de la figura 7-15, en la que el ancho de banda se ha dibujado con una zona sombreada. Se notará que en las frecuencias comprendidas dentro de la banda, fluye

TABLA 7-2

COMPARACIÓN ENTRE CIRCUITOS RESONANTES PARALELO Y SERIE A FRECUENCIA DISTINTA DE LA RESONANCIA

Propiedad	Sobre la resonancia		Debajo de la resonancia	
	En serie	En paralelo	En serie	En paralelo
Reactancia ($X_L - X_C$)	X_L mayor	I_C mayor	X_C mayor	I_L mayor
Ángulo de fase θ	I atrasada	I adelantada	I adelantada	I atrasada
Impedancia (Z)	Alta	Baja	Alta	Baja
El circuito es visto desde la fuente como	Inductancia	Capacitancia	Capacitancia	Inductancia

corriente de poca intensidad por el circuito. Dichas frecuencias son bloqueadas por efecto de las oscilaciones del circuito tanque resonante en paralelo. Todas las demás frecuencias (debajo de f_1 y arriba de f_2) pasan libremente por el circuito, sea a través de la rama inductiva (bajas frecuencias) o a través de la rama capacitiva (altas frecuencias). De esta forma, resulta evidente que una combinación en paralelo R.L.C. reacciona como una resistencia de alto valor a su frecuencia de resonancia, como una inductancia debajo de su frecuencia de resonancia, y como una capacidad arriba del punto de resonancia.

Como acotación final del análisis sobre el circuito en paralelo, puede decirse que si se encuentra un circuito resonante con un Q de diez o más, todas las comprobaciones establecidas para el circuito tanque ideal (sin resistencia) son también ciertas, en lo fundamental, para el circuito práctico.

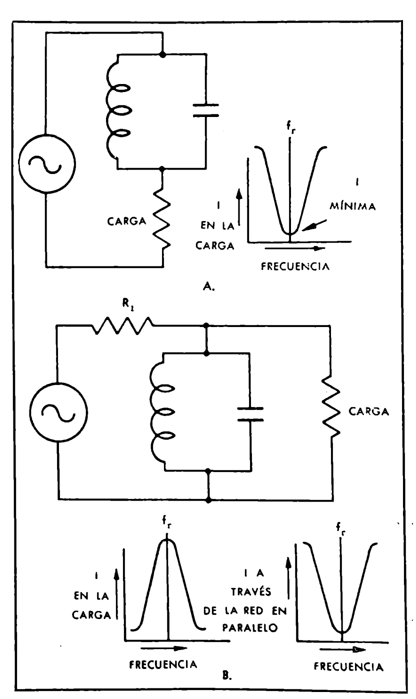


Figura 7-16. Circuito resonante paralelo, supresor de banda y pasabanda

7-7 COMPARACIÓN DE CIRCUITOS RESONANTES SERIE Y PARALELO

La comparación entre un circuito resonante serie y un circuito resonante paralelo, con iguales valores de tensión aplicada, inductancia, capacidad y resistencia, revela las siguientes relaciones entre ambos: como los valores de los circuitos son iguales, el Q de ambas redes será igual. En el circuito serie I_T será igual a $\frac{E}{R}$, a $Q\frac{E}{X_L}$; mientras que en el circuito paralelo la corriente circulante será igual a $\frac{E}{X_L}$. En consecuencia, la corriente total del circuito serie será Q veces la corriente circulatoria del circuito paralelo. Igualmente, según lo establecido anteriormente al estudiar el Q del circuito, la corriente de circulación del circuito tanque resonante paralelo será igual al producto de Q por la corriente de línea consumida por la red paralelo. Por lo tanto, la relación entre la corriente

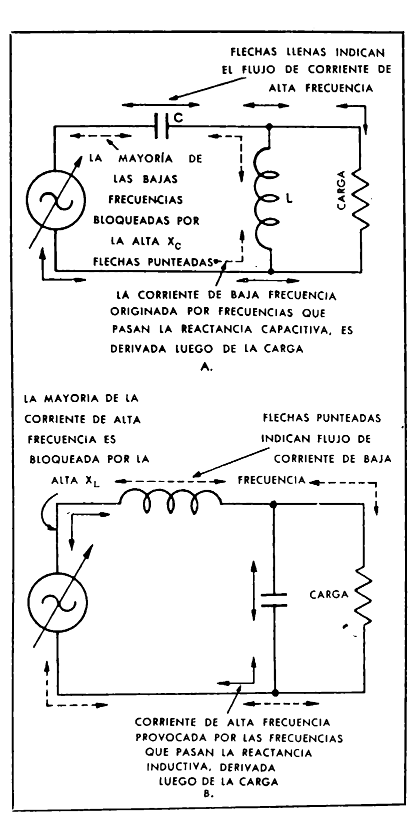


Figura 7-17. Circuitos fundamentales de filtros pasa-altos y pasa-bajos

total del circuito resonante serie con la corriente de línea del circuito resonante paralelo, puede expresarse con la siguiente fómula:

$$I_T \text{ (en serie)} = Q \times Q \times I$$
$$= Q^2 \times I_{\text{línea}} \text{ (en paralelo)} \quad (7\text{-}8)$$

Debe tenerse presente que lo anterior sólo resulta cierto en el caso de redes resonantes paralelo y serie, que tienen iguales valores de inductancia, capacidad, resistencia y tensión aplicada.

Para una comparación completa de las propiedades entre los circuitos resonantes serie y paralelo, se examinará la tabla 7-1. En dicha tabla los circuitos se consideran en la frecuencia de resonancia. En la tabla 7-2 se consideran las propiedades de dichos circuitos cuando no funcionan en resonancia, sino a frecuencias arriba o debajo de la frecuencia de resonancia.

De esta manera, se comprueba en la tabla 7-2 que si la frecuencia aplicada a un circuito en serie o paralelo se aumenta arriba, o se reduce por debajo, de la frecuencia de resonancia, cada circuito presentará a la fuente una carga reactiva completamente distinta. Según la frecuencia con que funciona un circuito resonante serie o paralelo, puede utilizarse como un inductor, como un capacitor o como un valor de resistencia.

7-8 APLICACIÓN DE CIRCUITOS SINTONIZADOS PARALELO

En forma similar al circuito resonante serie, el circuito resonante paralelo puede también utilizarse como filtro pasabanda o supresor de banda. Esto también depende de la manera en que se conecta el circuito con respecto a la carga. Se estableció que un circuito resonante paralelo, presenta una máxima impedancia a las frecuencias que se hallan comprendidas en la zona del ancho de banda de la curva de impedancia. De esta manera, según se ve en la figura 7-16 A, las frecuencias comprendidas en la banda de una red resonante paralelo conectada en serie con la carga, son desviadas de esta última. Por el contrario, cuando se conecta paralelo con la carga un circuito resonante en paralelo, según se representa en la figura 7-16 B, el circuito deriva de la carga total las frecuencias no comprendidas en la banda, haciendo que la carga reciba muy poca energía y, por otra parte, las frecuencias comprendidas dentro del ancho de banda del circuito resonante paralelo no son pasadas por el circuito, sino que son pasadas a la carga para hacerla funcionar. Esto es debido a la acción de divisor de tensión del circuito resonante paralelo, de la resistencia R_1 en combinación con la alta impedancia que presenta la red resonante paralelo a la banda de frecuencia.

7-9 APLICACIÓN DE CIRCUITOS SINTONIZADOS SERIE Y PARALELO EN COMBINACIÓN

Una vez que se ha comprendido que una red resonante serie deja pasar libremente todas las frecuencias de la banda, y que un circuito resonante paralelo se opone a todas las frecuencias de la banda, se podrán armar circuitos que contienen ambos tipos de red en resonancia, aprovechando las características de cada una. Esto constituye un

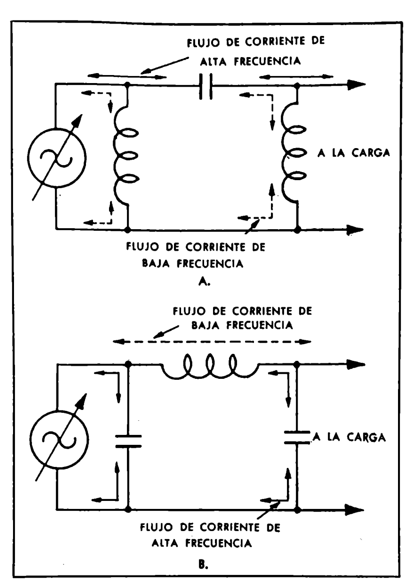


Figura 7-18. Filtros pasa-altos y pasa-bajos de tipo Pi (π)

avance desde el simple filtro pasabanda o supresor de banda en serie o en paralelo, hasta los circuitos de filtro especializados, denominados, a veces, trampas de onda.

Circuitos de filtro fundamentales

El circuito de filtro más fundamental es el circuito L.C. en serie representado en la figura 7-17. En la parte A el capacitor del circuito está en serie con la salida, y el inductor deriva la corriente de baja frecuencia de la red. Esta disposición de los elementos recibe el nombre de filtro pasa altos tipo L. Deja pasar las altas frecuencias aplicadas a través del capacitor hasta la carga, debido a la baja reactancia capacitiva en altas frecuencias. Además, toda baja frecuencia indeseable que pasa a través del capacitor, a pesar de la alta reactancia que éste presenta a las frecuencias bajas, será derivada de la carga por el inductor que presenta baja reactancia a las frecuencias bajas. Las altas frecuencias deseadas no pasan por el inductor. Esto se observa en la figura, donde las altas frecuencias aplicadas hacen fluir una corriente por el circuito en la dirección indicada por las flechas de trazo lleno.

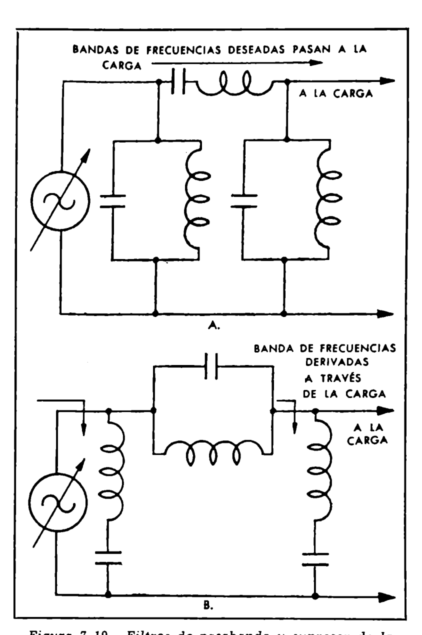


Figura 7-19. Filtros de pasabanda y supresor de la banda de red Pi compleja

Las bajas frecuencias aplicadas a este circuito tipo L, originan la corriente indicada por las flechas punteadas. De esta forma, el filtro pasa altos de la parte A de la figura, permite que sólo las altas frecuencias aplicadas accionen la carga.

La distribución de los elementos en la forma que indica la figura 7-17 B, crea el filtro fundamental pasa bajos tipo L, que solamente deja pasar las bajas frecuencias aplicadas para actuar sobre la carga. Las altas frecuencias aplicadas a este sistema enfrentan la alta oposición reactiva de la inductancia conectada en serie. Toda otra frecuencia que pase a través de la inductancia, se encuentra con la baja reactancia del condensador en derivación, y no llega hasta la carga. Por lo tanto, el término pasa bajos se aplica a un sistema invertido de filtro tipo L.

Filtros tipo Pi (π)

En la figura 7-18 A y B se representa un filtro de tipo más perfeccionado. Este filtro se denomina,

a menudo, filtro tipo Pi (π), por su parecido con la letra griega. La parte A de la figura muestra al filtro tipo Pi conectado para dejar pasar únicamente las altas frecuencias a la carga. Las frecuencias bajas aplicadas al filtro en la parte A, hacen fluir la corriente únicamente por el paso que indican las flechas punteadas. Ello se debe a la baja reactancia que a las bajas frecuencias presentan ambas inductancias conectadas en paralelo. Las altas frecuencias aplicadas a este filtro pasan libremente por el capacitor, pero se enfrentan con una alta reactancia inductiva en los inductores conectados en paralelo y, de esta manera, las altas frecuencias pasan a la carga.

En la figura 7-18 B se representa un filtro tipo Pi, armado para permitir únicamente el paso de bajas frecuencias. Toda alta frecuencia aplicada a esta red, será derivada de la carga por los capacitores, ya que éstos presentan una reactancia baja a las altas frecuencias. Además, las altas frecuencias serán bloqueadas por la inductancia conectada en serie, que les presenta una alta reactancia. Inversamente, las bajas frecuencias encuentran una reactancia de valor bajo en el inductor conectado en serie, y una reactancia de valor alto en los capacitores conectados en paralelo, y, de esta manera, las bajas frecuencias pasan a la carga.

En las dos partes de la figura 7-18, el flujo de la corriente de alta frecuencia se representa con flechas de trazo lleno, y el flujo de corriente de baja frecuencia, con flechas punteadas. Lo único que se necesita para obtener el filtro tipo Pi, es agregar un elemento reactivo al filtro fundamental L.C. de la figura 7-17. Con el agregado de dicha parte se crea un mejor filtro: un filtro que si se diseña como pasa altos dejará pasar menos frecuencias bajas que el filtro fundamental L.C.; y que, inversamente, si debe funcionar en una red como filtro pasa bajos, dejará pasar menos altas frecuencias a la carga. Los términos pasa bajos y pasa altos se refieren únicamente a las frecuencias que el filtro deja pasar hacia la carga del circuito.

Circuitos de filtros complejos

Existen circuitos de filtro más complejos que los que se acaban de estudiar. Pueden consistir en grupos de circuitos resonantes en paralelo y en serie, dispuestos en el orden de los filtros tipo Pi, que dejan pasar o rechazan las bandas de frecuencias deseadas o indeseables. En la figura 7-19 pueden observarse los dos tipos comunes de filtros complejos supresor de banda y pasabanda.

En la parte A de esta figura se representa un filtro pasabanda del tipo Pi, formado por dos circuitos resonantes paralelo y un circuito resonante serie. La mayor precaución que debe tomarse para armar un circuito de este tipo de filtro, es que la frecuencia de resonancia, el factor Q y el ancho de banda de los tres circuitos sean idénticos. Cuando se cumplen estas condiciones, todas las frecuencias aplicadas que se hallan comprendidas en la banda encuentran la máxima oposición de los circuitos resonantes paralelo conectados en derivación ($Z = X_L Q$), y la mínima oposición del circuito resonante serie ($Z = R$). Es en esta forma como pasa la banda de frecuencias deseadas para hacer funcionar la carga del circuito. Cuando se aplican frecuencias por arriba o por debajo de la banda de los tres circuitos (arriba de f_2 o debajo de f_1), el circuito resonante serie presenta una alta impedancia, mientras que los dos circuitos resonantes paralelo conectados en derivación presentan una impedancia baja. Por lo tanto, cualquier frecuencia aplicada a este circuito que se halle fuera de la banda (fuera de la resonancia) de los tres circuitos considerados, será desviada de la carga por los circuitos resonantes paralelo, y opuesta en serie con la carga por el circuito resonante serie.

La construcción del circuito de filtro tipo Pi, de la figura 7-18 B, exige también valores idénticos de frecuencia de resonancia, "Q", y ancho de banda en las dos ramas en serie conectadas en paralelo, y en el circuito tanque resonante paralelo conectado en serie. Cuando estos valores son iguales el circuito, dejará pasar todas las frecuencias aplicadas a la carga, excepto las comprendidas en las bandas de las redes de filtro. Ahora, considerando la acción de este filtro supresor de banda cuando se aplica una frecuencia arriba o debajo de la banda de los tres circuitos resonantes, resultará que las frecuencias fuera del punto de resonancia encuentran una baja impedancia en el circuito tanque resonante paralelo (sean valores bajos de reactancia inductiva o de reactancia capacitiva, según la frecuencia aplicada). Además, las frecuencias fuera de resonancia encuentran una alta impedancia en las dos ramas resonantes en serie conectadas en paralelo. De esta forma, las frecuencias no comprendidas en la banda de los circuitos resonantes, pasan libremente a la carga del circuito. Considérese ahora lo que ocurre con las frecuencias de la banda aplicada al circuito supresor de banda en la figura 7-19 B. Estas frecuencias encuentran la máxima impedancia en el circuito tanque en paralelo conectado en serie, y la mínima impedancia en las ramas en serie conectadas en paralelo. De esta manera, las frecuencias comprendidas en la banda de los tres circuitos resonantes, son rechazadas o desviadas de la carga.

Los elementos agregados a un filtro, no solamente aumentan su complejidad y su capacidad de filtro, sino que también disminuyen el valor de la corriente que recibe la carga. Esto se debe a que la sección de un filtro, sea un circuito resonante o un elemento simple, nunca presenta una oposición de cero absoluto al pasaje de la corriente del circuito. Cuanto más partes contiene un filtro tanto mayor es su capacidad para filtrar, pero una vez alcanzado cierto punto, las pérdidas que aparecen en las partes componentes del filtro reducen el valor de su capacidad de filtro. El filtro de tipo Pi compuesto de tres circuitos resonantes, es casi el más complejo y además práctico, de todos los filtros empleados en la rama electrónica.

7-10 RESUMEN

El estudio de los circuitos resonantes paralelo en este capítulo, comprende el reconocimiento y el análisis de circuitos de tipo ideal y práctico. También hace la comparación entre las propiedades de un circuito resonante serie y las del circuito resonante paralelo, describiéndose por último, los usos y aplicaciones de los mismos.

En el reconocimiento de circuitos, se estableció que un circuito resonante que aparece como conectado en paralelo, pero que usa como fuente de f.e.m. una tensión inducida en el inductor, es en realidad una red en serie. Se llegó entonces a la conclusión de que el circuito resonante paralelo debe tener una tensión aplicada, que se origina fuera de las partes componentes del circuito.

El análisis de las redes resonantes en paralelo del tipo ideal y práctico, destacó las fórmulas que tienen idéntica aplicación, tanto para el análisis del circuito resonante serie como paralelo. Algunas de estas fórmulas son:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (7\text{-}1)$$

$$Q = \frac{X_L}{R} \qquad (7\text{-}6)$$

$$BW = \frac{f_r}{Q} \qquad (7\text{-}7)$$

También destacó este análisis las diferencias principales entre los circuitos resonantes serie y paralelo. Una de ellas, es la forma diferente en que reaccionan los circuitos cuando se aplican frecuencias arriba o debajo de resonancia. Debajo de resonancia, el circuito resonante paralelo se presenta inductivo, y arriba de resonancia, capacitivo. En cambio, el circuito resonante serie reacciona como capacitivo debajo de resonancia y como inductivo arriba de ella. Esto se establece por el uso de las reactancias en el análisis vectorial de un circuito resonante serie, y por el uso de las corrientes de las ramas para el análisis de la red resonante paralelo.

En el ejemplo utilizado para representar el análisis de un circuito resonante paralelo práctico, se estableció que en una red resonante paralelo no se puede obtener exactamente cero grado de desfasaje debido a la diferencia en las impedancias de las ramas individuales, originadas por resistencias inevitables, que, a su vez, crean la diferencia resultante en las corrientes de las ramas y en los ángulos de fases. En consecuencia, cuando un circuito resonante paralelo práctico se halla en resonancia, puede existir aún un pequeño desfasaje.

Se ha establecido que en el circuito resonante paralelo existen dos flujos de corriente: uno de ellos, $I_{línea}$, o sea, la corriente absorbida de la fuente y el otro, $I_{circ.}$ o valor de la corriente del circuito tanque, que fluye en las ramas debido a la acción oscilatoria de carga y descarga del condensador y del inductor.

En el circuito resonante paralelo de tipo ideal no hay consumo de corriente de línea, excepto en el caso de que el circuito funcione fuera de resonancia. Cuando esto ocurre, la corriente de línea consumida es igual a la diferencia entre los valores del flujo de corriente de las ramas. Cuando el circuito práctico se halla en resonancia, se produce un pequeño consumo de corriente de línea. Esta corriente resulta ser igual a la relación entre la corriente de circulación del circuito tanque y el factor Q del circuito. E inversamente, el circuito resonante paralelo da una ganancia de corriente que es igual al Q del circuito. Es decir, la corriente de circulación en un circuito tanque resonante paralelo, es igual al producto del Q por la corriente de línea.

Otra de las diferencias notables entre las propiedades del circuito resonante serie y el circuito paralelo, es la variación de la impedancia en función de la frecuencia. Se estableció que el circuito resonante paralelo consume un mínimo de corriente de línea, pues tiene un alto valor de impedancia en resonancia. Por otra parte, la red resonante serie deja pasar una corriente total de alto valor y presenta una impedancia de bajo valor a la banda de frecuencias.

El estudio de las aplicaciones del circuito resonante paralelo, incluyó su empleo como filtro pasabanda o supresor de banda. De este estudio se pasó a tratar otros filtros como los de tipo fun-

damental L y Pi, y de redes. Las redes estudiadas emplean las reactancias de inductores y capacitores como únicos componentes, y en circuitos resonantes de sistemas más complejos, en serie o en paralelo, emplean impedancias. De entre los distintos sistemas de filtro pueden destacarse las siguientes características:

a. Pasa altos: deja pasar únicamente frecuencias que son más altas que el valor deseado.

b. Pasa bajos: deja pasar únicamente frecuencias que son más bajas que el valor deseado.

c. Pasabanda: deja pasar únicamente una banda de frecuencias y elimina todas las demás.

d. Supresor de banda: rechaza únicamente una banda de frecuencias indeseable y deja pasar todas las otras.

En los últimos capítulos se encontrará en forma repetida, la aplicación y las características de los circuitos resonante serie y paralelo, por lo cual, el valor de la enseñanza fundamental contenida en este capítulo es muy considerable.

CUESTIONARIO

1. ¿Está conectado en serie o en paralelo un circuito resonante cuya fuente de tensión está constituida por la inducción mutua en el inductor?
2. ¿Cuál es la relación entre la corriente absorbida de la fuente y la impedancia, en un circuito resonante paralelo?
   a. ¿y con la frecuencia de resonancia aplicada?
   b. ¿y cuando no funciona en resonancia?
3. ¿Cómo reacciona el circuito resonante paralelo respecto a la fuente, cuando funciona...
   a. arriba de resonancia?
   b. debajo de resonancia?
   c. en resonancia?
4. ¿Cuáles son los dos métodos para determinar el Q del circuito en un circuito resonante paralelo? Enunciar las fórmulas.
5. ¿Cómo se determina el ancho de banda de un circuito resonante paralelo. Enunciar la fórmula.
6. ¿Cuál es la impedancia de un circuito resonante paralelo en la frecuencia de resonancia?
7. ¿Están la tensión y la corriente exactamente en fase, en un circuito práctico paralelo que funciona en resonancia? Explicarlo.
8. ¿Cuál es el Q de un circuito ideal resonante paralelo?
9. En un circuito resonante paralelo del tipo práctico ¿qué rama tiene el más alto valor de resistencia? y ¿cuál rama tiene el máximo desfasaje?
10. ¿Qué debe hacerse para poder combinar los vectores de las corrientes de las ramas de un circuito resonante paralelo práctico?
11. ¿Cuál es la relación vectorial entre las corrientes de las ramas en:
    a. un circuito resonante paralelo práctico
    b. un circuito resonante paralelo ideal?
12. ¿Por qué se llama circuito tanque a un circuito resonante paralelo?
13. ¿Crea el circuito resonante paralelo una ganancia de corriente o de tensión?
14. Si se aplica una tensión a una red resonante paralelo para cargar el capacitor o el inductor, y luego se la desconecta, continuará circulando una corriente alterna en el circuito tanque. ¿Qué nombre se da a esta acción?
15. ¿Cómo se calcula el valor de la corriente de circulación cuando sólo se conocen los valores del ancho de banda, frecuencia de resonancia, tensión aplicada y corriente de línea? Indíquese con las fórmulas.
16. ¿Cómo se halla la impedancia de un circuito resonante paralelo, si sólo se conocen los valores de la reactancia capacitiva y la resistencia de las ramas inductiva y capacitiva? Expresarlo mediante las fórmulas.
17. ¿Qué ocurre a través del inductor en el momento en que se descarga el capacitor de un circuito resonante paralelo?
18. Explicar la forma en que puede hacerse funcionar un circuito resonante paralelo, para presentar las propiedades de un capacitor, un inductor o una resistencia, con respecto a la fuente.
19. Dibujar el esquema de un filtro pasa bajos del tipo Pi, utilizando partes componentes elementales.
20. Dibujar el esquema de un filtro pasa altos del tipo Pi, utilizando componentes elementales.

21. Dibujar el esquema de un filtro supresor de banda del tipo Pi.

22. Dibujar el esquema de un filtro pasabanda del tipo Pi.

23. ¿Cuál es la relación entre las reactancias inductiva y capacitiva en un circuito resonante en paralelo...

a. arriba de resonancia?

b. en resonancia?

c. debajo de resonancia?

24. ¿Cuáles son las tres diferencias más notables entre un circuito resonante paralelo y un circuito resonante serie?

25. Realizar un análisis completo del siguiente circuito paralelo práctico, utilizando la frecuencia obtenida como frecuencia aplicada:

Valor conocido	Hallar	Rama inductiva
$L = 25$ m Hy	$f_r =$	$Z =$
$C = 400$ pf ($\mu\mu F$)	$X_C =$	$\theta =$
$R_L = 100$ ohm	$X_L =$	$I =$
$R_C = 50$ ohm	$Z =$	**Rama capacitiva**
$E_{aplicada} = 50$ volt	$I_{circ} =$	$Z =$
	$I_{línea} =$	$\theta =$
	$Q =$	$I =$
	$BW =$	Ganancia de corriente $=$
	$f_1 =$	
	$f_2 =$	
	$\theta =$	
	$P_a =$	
	$P_r =$	
	$P_f =$	

CAPITULO VIII

Teoría del Transformador y sus aplicaciones

8-1 Introducción

La utilización eficaz de la energía eléctrica como la de la energía mecánica, exige ciertos elementos para convertir la energía de la fuente en una forma utilizable para la carga. El dispositivo eléctrico que se emplea para convertir la energía eléctrica de un nivel de tensión y corriente a otro nivel, se llama *transformador*. El transformador no cambia la potencia disponible en la fuente, sino que simplemente transforma esa potencia disponible en las magnitudes de tensión y corriente necesarias para una aplicación determinada.

El funcionamiento del transformador depende del principio de la inducción electromagnética, es decir, del efecto del campo magnético variable, producido por una corriente alterna en un inductor que induce una tensión en un inductor próximo. La bobina que produce el campo magnético original se denomina *devanado primario o arrollamiento primario,* y la bobina en la que es inducida la tensión se llama *devanado secundario o arrollamiento secundario.* Las bobinas pueden arrollarse sobre un núcleo de hierro, o sobre una forma de bakelita, cartón o papel, de manera que el transformador tenga un núcleo de aire.

Debido a las muchas aplicaciones de los transformadores, se emplean tipos muy diversos en el equipo electrónico. Este capítulo mostrará las aplicaciones de varios tipos de transformadores de potencia, audiofrecuencia y radiofrecuencia. El capítulo trata también la teoría del funcionamiento del transformador.

8-2 TEORÍA DEL TRANSFORMADOR

La capacidad de un transformador para suministrar energía de su arrollamiento primario a su arrollamiento secundario, por inducción magnética, depende del acoplamiento inductivo o de la alta inductancia mutua entre los arrollamientos. A fin de lograr una alta inductancia mutua, la inductancia de cada arrollamiento debe ser lo más alta posible. Además, para la frecuencia de 50 c/s de la línea de alimentación, el primario debe tener una alta inductancia para producir una reactancia adecuada. Por esta causa, los transformadores de potencia se construyen generalmente con núcleo de hierro. Si se quita el núcleo de hierro de un transformador de 50 c/s, la reactancia inductiva disminuye, y en el primario fluirá corriente de alta intensidad aunque no haya carga en el secundario. Como esto representa una pérdida de potencia, esta corriente magnetizante inicial deberá mantenerse lo más baja posible. En consecuencia, cuanto mayor es la inductancia, mayor será la reactancia inductiva y menor la corriente magnetizante necesaria para producir el flujo de inducción.

El suministro de potencia a través del transformador lo realiza el campo magnético del núcleo de hierro, es decir, que la energía de la fuente de C.A. es suministrada al campo magnético por el arrollamiento primario. En el circuito secundario, la energía es absorbida del campo magnético por el arrollamiento secundario. En todo transformador, la energía que el circuito secundario absorbe del campo magnético es reemplazada por el circuito primario con energía de la fuente de alimentación de C. A.

Coeficiente de acoplamiento

La inductancia mutua efectiva entre dos arrollamientos depende del flujo magnético que enlaza ambos arrollamientos. Este flujo magnético se llama "flujo mutuo". Si los inductores se han devanado sobre un núcleo de hierro, prácticamente todas las líneas de fuerza magnética producidas por un inductor enlazan también al otro, y, de esta manera, casi todo el flujo se considera flujo mutuo. Cuando se quita el núcleo de hierro, el flujo total ya no queda limitado al paso que enlaza los dos arrollamientos; busca en cambio, el paso más corto, a través del aire, que es el elemento que separa ahora a ambos arrollamientos. Por lo tanto, cuando se utiliza un núcleo de aire en lugar del núcleo de hierro, el flujo mutuo entre ambos arrollamientos se reduce grandemente. Para lograr el máximo suministro de energía de un arrollamiento a otro, el enlace del flujo de inducción debe ser completo, es decir, todas las líneas de fuerza que crea el inductor L_1 deben enlazar al inductor L_2, y todas las líneas de fuerza que crea L_2 deben enlazar a L_1. Debido a esta razón, por lo común se arrolla directamente una bobina sobre otra, teniendo únicamente como separación la aislación del alambre.

Para describir el grado de enlace entre dos bobinas se usa un factor llamado *coeficiente de acoplamiento,* que se designa con la letra *k.* Cuando todo el flujo producido por una bobina enlaza a otra, y viceversa, se dice que el coeficiente de acoplamiento es 1. Sin embargo, aun con el uso de núcleos de hierro de alta permeabilidad, algunas de las líneas de fuerza no enlazan el arrollamiento opuesto y, por lo tanto, se pierden. Este *flujo disperso,* que es el nombre que recibe, impide que el coeficiente de acoplamiento alcance el valor unitario, o 1. Sin embargo, en un transformador bien diseñado, es posible obtener un coeficiente de acoplamiento de 0,98 entre las bobinas. Cuando el coeficiente se aproxima a 1, se dice que las bobinas tienen un *acoplamiento estrecho,* y, por el contrario, cuando el coeficiente es mucho menor que 1, se dice que tienen un *acoplamiento flojo.* La línea divisoria entre el acoplamiento flojo y estrecho se llama, generalmente, *acoplamiento crítico.*

Relaciones de fase de tensión y corriente en los transformadores

La importancia de la reactancia inductiva del arrollamiento primario, y el efecto del arrollamiento secundario sobre el primario, pueden comprenderse mediante el análisis vectorial de las relaciones existentes entre la corriente y la tensión de un transformador. También haciendo la comparación entre la relación de fase del primario con la relación de fase del secundario, se podrá apreciar claramente la interacción entre el primario y el secundario.

Relación entre la tensión y la corriente del primario

La figura 8-1 muestra un transformador que funciona con su circuito secundario abierto. Como no fluye corriente en el secundario, la corriente del primario produce todo el flujo magnético del núcleo. Obsérvese que el arrollamiento del primario está conectado a la fuente de corriente alterna; por lo tanto, actúa como un simple inductor con núcleo de hierro y, en tal condición, presenta reactancia inductiva a la fuente. De esta manera, la corriente alterna que fluye a través del primario, que depende de la magnitud de la reactancia inductiva, produce un campo magnético variable en el núcleo.

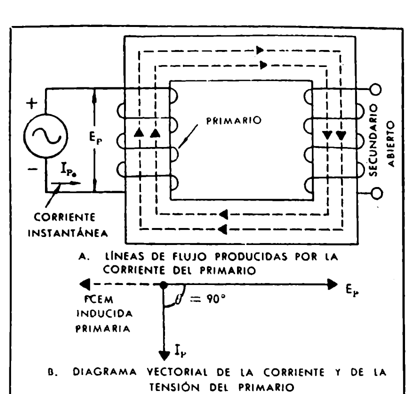


Figura 8-1. Análisis del circuito primario, con el secundario abierto

Recuérdese que la tensión sobre un inductor y la corriente que por él fluye están desfasadas 90 grados. En cierto momento, la corriente del primario fluye en la dirección mostrada y las líneas de flujo, de acuerdo con la regla de la mano izquierda, tienen la dirección indicada en la figura. En el mismo instante una f.c.e.m. aparece en el primario, desfasada 180 grados respecto a la tensión aplicada. Como la tensión a través del primario está adelantada a la corriente del mismo en 90 grados, la f.e.m. inducida está atrasada respecto a la corriente en 90 grados. En la figura 8-1 B se representan con vectores la tensión a través del primario (E_P), la corriente del primario (I_P), y la fuerza electromotriz inducida del primario (f.e.m. inducida).

Relaciones entre la tensión y la corriente del secundario

En la figura 8-2 A se representa el mismo transformador anterior, mostrando el efecto de la acción de un primario sobre el arrollamiento secundario. Para simplificar la explicación en la figura no se muestra la acción del primario. Se deduce de la misma figura que el arrollamiento secundario sólo constituye una inductancia simple, en la cual se ha inducido la tensión (E_s) por efecto de las líneas variables del flujo producido por la corriente del primario. En este caso, la polaridad de la tensión inducida en el secundario es opuesta a la polaridad de la tensión inducida en el primario, y está en fase con la f.e.m. inducida del primario. Se considera ahora, que la tensión inducida en el secundario es una fuente de tensión (equivalente a un generador de C.A.), en serie con una inductancia (el arrollamiento secundario) y el resistor de carga. Como el resistor de carga completa el circuito secundario, por el mismo fluye una corriente. Esta corriente y la tensión en el arrollamiento están desfasadas 90 grados, y la tensión está adelantada a la corriente. Debido a que la corriente fluye a través del secundario, se origina una f.e.m. inducida desfasada 180 grados respecto a la tensión inducida en el secundario. Esta f.e.m. inducida tiende a hacer fluir una corriente en el secundario y, a su vez, esta corriente tiende a producir un campo magnético en el núcleo con la dirección indicada en la figura. En la figura 8-2 se representan en forma vectorial las relaciones de fase de la tensión inducida en el secundario (E_s), la corriente en el secundario (I_s), y la f.e.m. inducida en el secundario. En este análisis no se ha tenido en cuenta el efecto del resistor de carga del secundario, el que se considerará más adelante.

Efectos del secundario sobre el primario de un transformador

En los párrafos anteriores se estudiaron por separado las relaciones entre la tensión y la corriente del primario, y la tensión y la corriente del secundario. Se estudiará ahora el efecto que tiene el circuito secundario sobre el circuito primario.

Se supone que el análisis del circuito secundario se realiza en el mismo instante de tiempo en que se efectuó el análisis del primario. De esta forma,

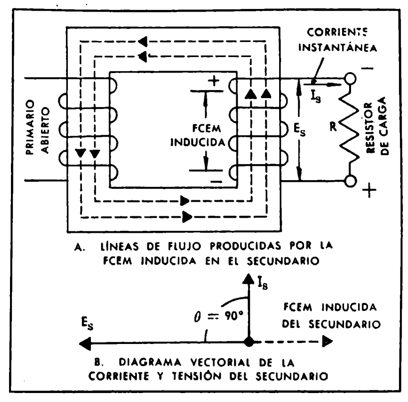


Figura 8-2. Análisis del circuito secundario

las líneas de flujo producidas por la f.e.m. inducida del secundario se oponen a las producidas por la corriente del primario. En consecuencia, el flujo producido por la f.e.m. inducida del secundario tiende a disminuir el flujo total en el núcleo, el cual, a su vez, tiende a disminuir la tensión en el primario. Sin embargo, para concordar con la ley de Kirchhoff, la tensión a través del primario debe ser siempre igual a la tensión aplicada. Para conservar esta igualdad, la corriente del primario aumentará en relación y mantendrá el flujo de inducción original entre ambas bobinas. De esta manera, cuando cambia la carga en el secundario, de forma de producir un aumento de corriente en el circuito secundario, deberá fluir más corriente en el primario desde la fuente de C.A.

La oposición de las líneas de flujo en un transformador, está de acuerdo con la ley de Lenz que establece que una tensión inducida y la corriente resultante de ella, están siempre en una dirección que se opone a la fuerza que las produce. Si la acción del arrollamiento secundario es tal que complementa el flujo producido por la corriente del primario, un aumento de la corriente del secundario producirá un aumento del flujo y una disminución relativa de la corriente del primario. Esto sería contrario a la ley de Conservación de la Energía, pues entonces el secundario alimentaría a la carga con más energía que la que recibe el primario desde la fuente. En consecuencia, es importante recordar que un transformador convierte simplemente la potencia de la fuente en energía utilizable para un fin determinado, es decir, que no cambia la cantidad de energía que suministra la fuente.

Para estudiar el efecto del secundario sobre el primario desde otro punto de vista, se puede comparar el diagrama vectorial de las figuras 8-1 y 8-2. En la segunda figura se notará que la corriente del secundario crea una f.e.m. inducida (vector punteado) en el secundario, y desfasada 180 grados respecto a la tensión de este último. Al mismo tiempo, se induce en el primario una tensión en fase con la f.e.m. inducida del secundario. Como la tensión inducida en el primario (por el secundario), está en fase con la f.e.m. inducida del secundario, estará desfasada 180 grados con la tensión a través del secundario (E_s), en fase con la tensión aplicada al primario (E_p en la figura 8-1), y desfasada 180 grados respecto a la f.e.m. inducida del primario. En consecuencia, el efecto del secundario es anular una parte de la f.e.m. inducida del primario, o aumentar el flujo de corriente en el primario, de forma de mantener la concatenación entre ambos arrollamientos.

Polaridad de la tensión del secundario

La polaridad de la tensión inducida en el arrollamiento secundario depende de la forma en que se ha devanado el secundario con respecto al primario, según puede verse en la figura 8-3 A. Si se supone que la corriente instantánea en el primario tiene la dirección indicada en la figura, la dirección del flujo que produce dicha corriente será también la indicada. Este flujo induce una tensión en el arrollamiento secundario haciendo que el mismo actúe como fuente de tensión. Si se aplica la ley de la mano izquierda al arrollamiento secundario, se verá que la corriente fluye desde la base del arrollamiento hacia la parte superior. Como el secundario es fundamentalmente una fuente de tensión, y como la corriente en una fuente de tensión fluye desde su terminal positivo al negativo, la base del secundario es el terminal positivo (+) y la parte superior es el terminal negativo (—). Por lo tanto, según se indicó, la corriente a través de la carga o del circuito exterior, fluye desde el terminal negativo del secundario a través de la carga, y hasta el terminal positivo del transformador. Un transformador devanado en esta manera se denomina frecuentemente *transformador fuera de fase*, pues la tensión indu-

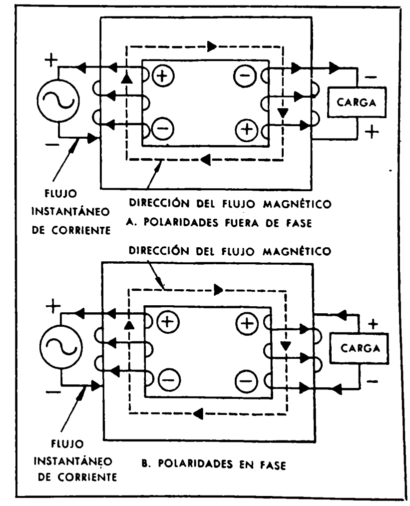


Figura 8-3. Polaridad de la tensión del secundario de un transformador

cida en el secundario es de polaridad opuesta a la tensión del primario.

Considérese ahora el transformador de la figura 8-3 B. El primario se ha arrollado en la misma forma que el transformador de la parte A, y la corriente instantánea fluye también en la misma dirección. En consecuencia, las líneas de flujo producidas por la corriente del primario tienen igual dirección que en el caso anterior. El flujo induce una tensión en el arrollamiento secundario, que origina una corriente que fluye desde la parte superior del arrollamiento hasta su base. Por lo tanto, la parte superior del arrollamiento secundario es el terminal positivo. La corriente del circuito externo, o corriente de la carga, fluye entonces desde el terminal negativo del secundario hacia arriba por la carga, hasta el borne positivo del secundario, de acuerdo con lo indicado. Generalmente, los transformadores devanados de esta manera reciben el nombre de transformadores *en fase*, pues la tensión inducida en el secundario tiene igual polaridad que la tensión en el primario.

Para distinguir en los esquemas al transformador en fase del transformador desfasado, se usan dos métodos generales: por el primero, se colocan puntos negros en los terminales de igual polaridad del primario y del secundario; y por el segundo, se dibuja el secundario con la misma dirección que el primario para la condición en fase; y, en cambio, se dibuja el secundario en dirección opuesta al primario para la condición desfasada. Ambos métodos pueden verse en la figura 8-4.

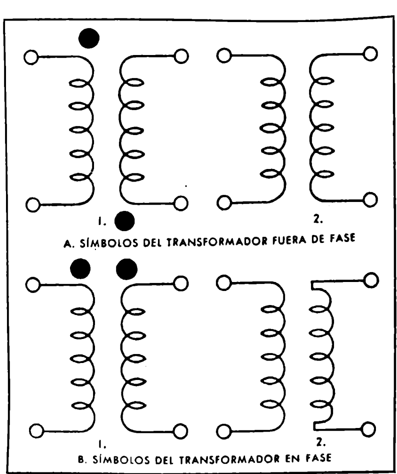


Figura 8-4. Símbolos esquemáticos para transformadores

Ángulos de fase en un transformador con carga resistiva

En la figura 8-5 A se representa el primario de un transformador conectado a una fuente de tensión, y el secundario conectado a una carga resistiva. Se puede comprender la acción total del transformador mediante el análisis del diagrama vectorial de la figura.

Se considera primero una resistencia de carga casi infinita (casi un secundario abierto). Cuando fluye la corriente por el circuito primario originando, a su vez, un flujo de corriente en el circuito secundario, las tensiones y corrientes en ambos circuitos estarán relacionados como muestra el diagrama vectorial de la parte B de la figura. Obsérvese que las tensiones en el transformador están desfasadas 180 grados, y que también están

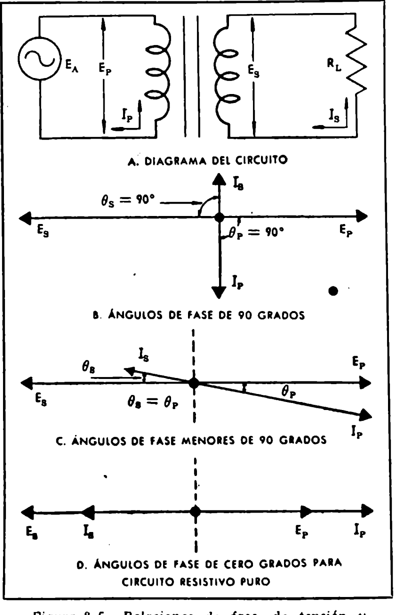
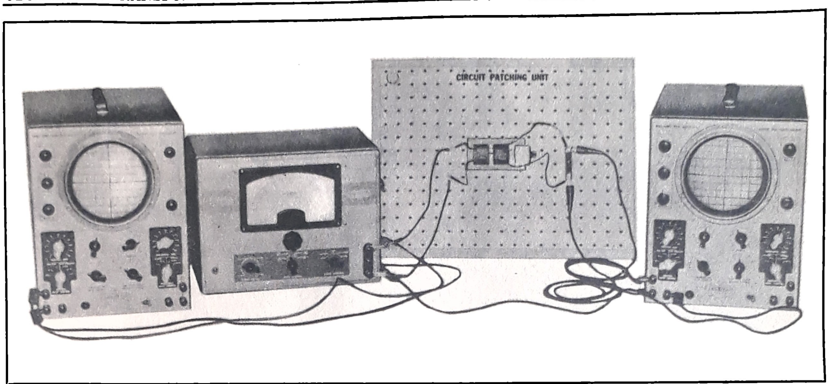


Figura 8-5. Relaciones de fase, de tensión y corriente en un transformador con carga resistiva



Experimento para observar la acción del transformador usando varios grados de acoplamiento con el secundario terminado en una carga resistiva

desfasadas 180 grados las corrientes. El desfasaje entre corriente y tensión en el circuito primario es de 90 grados, estando la tensión adelantada a la corriente. En el circuito secundario el desfasaje entre la corriente y la tensión es nuevamente de 90 grados, estando también nuevamente la tensión adelantada a la corriente.

A medida que se disminuye la resistencia de la carga, se dice que la carga aumenta, puesto que aumenta el flujo de corriente por el circuito secundario. Como la resistencia de la carga está directamente conectada en el arrollamiento secundario, la corriente que fluye por ella aumenta y el circuito se presenta cada vez más resistivo. En otros términos, la corriente y la tensión en el secundario se aproximan a la condición en fase, y el ángulo de fase del secundario (θ_S) se aproxima a cero grado.

Como la corriente en el primario aumenta con el aumento de la corriente en el secundario, la f.e.m. inducida del primario se reduce grandemente, haciendo que el circuito primario resulte más resistivo. En consecuencia, de manera similar al circuito secundario, la tensión y la corriente del circuito primario se aproximan a la condición en fase, y el ángulo de fase del primario (θ_P) se aproxima a cero grado. El diagrama vectorial de la parte C de la figura, muestra las relaciones de fase para el transformador representado en la parte A, cuando funciona con la carga para la que está diseñado.

Si se disminuye más aún la resistencia de carga, la corriente resistiva aumentará más y los desfasajes entre la tensión y la corriente, tanto en el primario como en el secundario, se aproximarán más a cero grado. En un transformador que tiene una carga resistiva pura de bajo valor de resistencia, los vectores de corriente y tensión para los circuitos primario y secundario, respectivamente, quedan superpuestos de la forma que indica la parte D de la figura. Es decir, ambos ángulos de fase entre la tensión y la corriente en el primario y en el secundario, son iguales a cero. De esta forma, la tensión y la corriente en cada lado están en fase, con la corriente y la tensión en el secundario desfasadas 180 grados respecto a la tensión y corriente del primario. Este transformador realiza un suministro perfecto de energía, y para la fuente de tensión la carga equivale efectivamente a una resistencia pura, pero con su corriente y tensión desfasadas en 180°.

Ángulo de fase en un transformador con una carga R.L.C.

En la figura 8-6 A se presenta un diagrama de un circuito R.L.C. serie, con la resistencia R, el inductor L y el condensador C, conectados al secundario del transformador. Según se estableciera anteriormente, de acuerdo con la frecuencia de la tensión aplicada, un circuito R.L.C., reacciona como un circuito resistivo puro, un circuito R.L. serie o un circuito R.C. serie. Por ejemplo, cuando funciona a su frecuencia de resonancia, el circuito reacciona como una carga resistiva pura. Por lo tanto, el transformador funcionará según se ha descrito en los párrafos anteriores. Es decir, en resonancia los desfasajes entre tensión y tensión y corriente del primario y secundario, se-

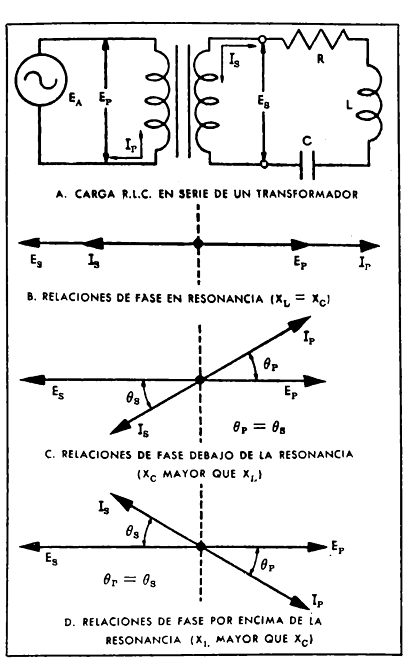


Figura 8-6. Relaciones de fase de tensión y corriente en un transformador con carga R.L.C.

rán de cero grado, como lo indica la parte B de la figura.

Cuando funciona a frecuencias debajo de frecuencia de resonancia, la reactancia capacitiva del circuito es mayor que la reactancia inductiva, y la carga R.L.C. serie reacciona como un circuito R.C. Una parte de la figura muestra las relaciones de fase en el transformador cuando la carga R.L.C. serie resulta capacitiva. Debe observarse que las corrientes del primario y del secundario aparecen adelantadas a sus respectivas tensiones.

Si el transformador funciona arriba de resonancia, la reactancia inductiva es mayor que la reactancia capacitiva, y la carga R.L.C. serie reacciona como un circuito R.L. La parte D de la figura, muestra las relaciones de fase del transformador cuando la carga R.L.C. serie resulta inductiva. Obsérvese que en este caso, las corrientes del primario y del secundario están atrasadas en relación a sus respectivas tensiones.

Si se tiene en cuenta que un circuito R.L.C. paralelo reacciona en forma opuesta a un circuito R.L.C. serie, cuando funciona debajo o arriba de la resonancia, es evidente que una carga R.L.C. paralelo reaccionará en forma opuesta a la carga R.L.C. serie. Es decir, debajo de la resonancia una carga en paralelo resultará inductiva, y corresponderá entonces la relación de fase de la parte D; mientras que arriba de la resonancia una carga en paralelo resultará capacitiva, y corresponderá la relación de fase indicada en la parte C. En resonancia, la carga en paralelo resultará resistiva, puesto que la corriente en la reactancia inductiva será igual y opuesta a la corriente de la reactancia capacitiva. Por lo tanto, cuando el circuito está en resonancia, corresponde tanto a la carga en serie como en paralelo, la relación de fase indicada en la parte B de la figura 8-6.

8-3 RELACIÓN DE TRANSFORMACIÓN

La tensión inducida en el secundario de un transformador, depende del cambio del flujo mutuo producido en el núcleo por efecto de la variación de la corriente que fluye por el primario, y del número de vueltas de alambre del arrollamiento secundario en relación al número de vueltas del primario. Si el secundario tiene un número de vueltas mayor que el primario, la tensión inducida en el secundario será mayor que la tensión a través del primario. E inversamente, si el secundario tiene menos vueltas que el primario, la tensión en el primero será menor que en este último. La relación entre el número de vueltas de alambre en el primario respecto al número de vueltas en el secundario se llama *relación del número de vueltas* o *relación de devanado* del transformador.

Relación entre la tensión y la relación de transformación

De acuerdo con lo establecido anteriormente, el valor de la tensión inducida en una bobina depende del número de vueltas de la bobina y del ritmo de variación del flujo que concatena la bobina. Como la frecuencia de la tensión aplicada es la que fija el ritmo de variación del flujo, la magnitud de la tensión inducida en cualquiera de los arrollamientos de un transformador depende del número de vueltas en los arrollamientos. La f.e.m. inducida en el primario por la variación de la corriente en el mismo, no es igual a la tensión inducida en el secundario, a no ser que el número de vueltas sea igual en ambos arrollamientos. Como la f.e.m. inducida en el primario es igual a la tensión aplicada, puede establecerse una relación pa-

ra expresar el valor de la tensión inducida en el secundario, en función de la tensión en el primario y del número de vueltas de cada arrollamiento. Esta relación se expresa con la siguiente ecuación:

$$\frac{E_s}{E_p} = \frac{N_s}{N_p} \qquad (8\text{-}1)$$

donde:

E_p = tensión aplicada al primario
N_p = número de vueltas en el primario
E_s = tensión inducida en el secundario
N_s = número de vueltas en el secundario

y transponiendo los términos puede escribirse:

$$E_p N_s = E_s N_p$$

Si se resuelve la tensión secundaria (E_s) o la tensión primaria (E_p), la ecuación anterior se expresa como sigue:

$$E_s = \frac{E_p N_s}{N_p} \qquad (8\text{-}2)$$

$$E_p = \frac{E_s N_p}{N_s} \qquad (8\text{-}3)$$

En estas ecuaciones, la expresión N_p/N_s es la denominada relación de transformación, y puede expresarse con un factor simple. Esta relación indica la magnitud en que el transformador aumenta o disminuye la tensión del primario. Por ejemplo, si el secundario de un transformador tiene doble número de vueltas que el primario, la tensión inducida en el secundario será el doble que la tensión del primario. Si el secundario tiene la mitad de las vueltas del primario, la tensión del secundario será la mitad de la tensión de este último.

Relación entre la corriente y la relación de transformación

En el suministro de energía eléctrica a través de un transformador ideal, la potencia que suministra el secundario es igual a la potencia absorbida por el primario de la fuente. Ello se expresa con la ecuación:

$$P_p = P_s \qquad (8\text{-}4)$$

donde:

P_p = potencia absorbida de la fuente por el primario

P_s = potencia suministrada por el secundario al circuito

En un transformador ideal de este tipo, la carga se presenta como una resistencia pura respecto a la fuente de tensión, y la potencia aparente es igual a la potencia activa. En consecuencia, el transformador tiene un factor de potencia de 1 y un ángulo de fase de cero grado, y la potencia de ambos lados del transformador es igual al producto de la tensión a través del arrollamiento multiplicada por la corriente del arrollamiento. La potencia del arrollamiento primario se expresa con la fórmula:

$$P_p = E_p I_p \qquad (8\text{-}5)$$

En forma similar, la potencia en el arrollamiento secundario se expresa:

$$P_s = E_s I_s \qquad (8\text{-}6)$$

Como la potencia en el primario es igual a la potencia en el secundario, pueden substituirse las fórmulas anteriores por:

$$E_p I_p = E_s I_s$$

y dividiendo ambos lados de la fórmula por ($E_p I_s$) se obtiene:

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{E_s}{E_p}$$

Como la relación entre la tensión del secundario y la tensión del primario es igual a la relación del número de vueltas, se tendrá:

$$\frac{E_s}{E_p} = \frac{N_s}{N_p} \qquad (8\text{-}1)$$

En consecuencia, la relación entre la corriente del primario y la del secundario, es igual a la relación de transformación:

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} \qquad (8\text{-}7)$$

Para tratar la relación entre la corriente y la relación de transformación de un transformador, se puede considerar que el transformador es un electroimán, y, en tal sentido, se hace uso del ampere-vuelta, que es la unidad utilizada para calcular la fuerza magnética de un electroimán. Debe recordarse que el flujo magnético que produce en el núcleo de un transformador una determinada corriente magnetizante del primario, es directamente proporcional al número de vueltas en el primario (N_p) y a la corriente del mismo (I_p), o sea, ampere-vueltas del primario. Sin embargo, de acuerdo con la ley de Lenz, la corriente resultante de la tensión inducida en el secundario en cualquier instante, produce líneas de flujo que se oponen al flujo producido por las vueltas del primario. Como se está tratando sobre un transformador ideal, el enlace del flujo entre los arrollamientos es completo y los ampere-vueltas del primario igualan a los ampere-vueltas del secundario. Esta relación se expresa por la fórmula:

$$N_p I_p = N_s I_s \qquad (8\text{-}8)$$

La corriente en el primario puede calcularse en

función de la corriente del secundario y de la relación de transformación del transformador, o sea, transponiendo términos:

$$I_p = \frac{I_s N_s}{N_p} \qquad (8\text{-}9)$$

Se comprueba así que la corriente del arrollamiento primario de un transformador, varía en forma inversa a la relación de transformación.

Relación entre la impedancia y la relación de transformación

La corriente del primario de un transformador es determinada por la corriente del secundario. Por ejemplo, cuando se conecta una impedancia de alto valor al secundario de un transformador fluye en este circuito una corriente relativamente pequeña; e igualmente es pequeña la corriente por el primario, mientras que la relación entre la tensión del primario y la corriente del mismo es de valor grande (impedancia del primario). A la inversa, cuando se conecta una impedancia de bajo valor con el secundario de un transformador, fluye en el secundario una corriente de valor relativamente grande, la que origina otra corriente relativamente grande en el primario. En consecuencia, la impedancia del primario resulta pequeña. Esto es así, porque la impedancia del circuito secundario de un transformador determina la impedancia del primario del mismo.

La impedancia del circuito secundario (carga) es determinada en la misma manera que en cualquier circuito serie. Es decir, la impedancia del secundario es igual a la tensión a través del arrollamiento secundario dividida por la corriente del mismo, o sea:

$$Z_s = \frac{E_s}{I_s} \qquad (8\text{-}10)$$

La impedancia del primario de un transformador se determina en forma similar, es decir, la impedancia del primario es igual a la tensión del primario dividida por la corriente del mismo.

$$Z_p = \frac{E_p}{I_p} \qquad (8\text{-}11)$$

Sin embargo, al estudiarse la relación entre la tensión y la relación de transformación de un transformador, se expresó la tensión del primario en función de la tensión del secundario y de la relación de transformación, empleando la siguiente fórmula:

$$E_p = \frac{E_s N_p}{N_s} \qquad (8\text{-}3)$$

En lo estudiado sobre la relación entre la corriente y la relación de transformación, la corriente del primario se expresó en función de la corriente del secundario y de la relación de transformación, aplicando la siguiente fórmula:

$$I_p = \frac{I_s N_s}{N_p} \qquad (8\text{-}9)$$

y sustituyendo a E_p por la fórmula (8-3) y a I_p por la fórmula (8-9) en la fórmula (8-11) de la impedancia del primario, se obtiene una fórmula que expresa la relación entre la impedancia y la relación de transformación, o sea:

$$Z_p = \frac{E_p}{I_p}$$

$$Z_p = \frac{\dfrac{E_s N_p}{N_s}}{\dfrac{I_s N_s}{N_p}}$$

e invirtiendo el denominador para utilizarlo como multiplicador, se simplifica la ecuación como sigue:

$$Z_p = \frac{E_s N_p}{N_s} \times \frac{N_p}{I_s N_s}$$

$$Z_p = \frac{E_s N_p^2}{I_s N_s^2}$$

Como la impedancia del secundario (Z_s) es igual a la tensión del secundario (E_s), dividida por la corriente del secundario (I_s) de la fórmula 8-10, la ecuación se puede escribir:

$$Z_p = Z_s \frac{(N_p)^2}{(N_s)^2} \qquad (8\text{-}12)$$

La impedancia del secundario puede expresarse en forma similar:

$$Z_s = Z_p \frac{(N_s)^2}{(N_p)^2} \qquad (8\text{-}13)$$

Se deduce de las dos fórmulas anteriores que la impedancia a través de un transformador, varía directamente con el cuadrado de la relación de transformación. Esta relación puede expresarse también en la siguiente forma:

$$\frac{Z_p}{Z_s} = \frac{N_p^2}{N_s^2} \qquad (8\text{-}14)$$

8-4 ADAPTACIÓN DE IMPEDANCIAS

Para que haya la máxima transferencia de energía de una fuente eléctrica a su carga, la impedancia de la carga debe ser igual a la impedancia de la fuente. Cuando ambas impedancias son iguales se dice que la impedancia de la carga se adapta a la impedancia de la fuente, y a esto se llama *adaptación de impedancia.*

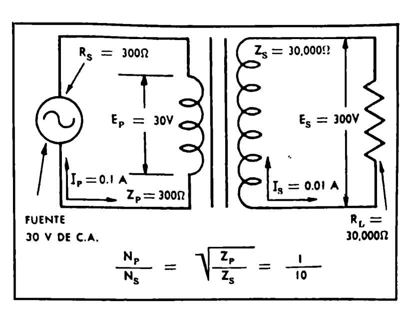


Figura 8-7. Adaptación de impedancias con un transformador

El transformador como dispositivo de adaptación de impedancias

La necesidad de acoplar la carga a la fuente para obtener la máxima transmisión de energía, hace al transformador muy útil como sistema de adaptación de impedancias. En los circuitos electrónicos y eléctricos es necesario, muchas veces, adaptar una alta impedancia de carga con la baja impedancia de la fuente o viceversa. Si se aplica la relación de transformación de un transformador, esto puede realizarse en forma relativamente fácil.

En la figura 8-7 se representa un transformador en el que se adapta una alta impedancia de carga con la impedancia baja de la fuente. En este circuito la resistencia de carga (R_L) es de 30.000 ohm, y la resistencia de la fuente (R_s) es de 300 ohm. La impedancia del arrollamiento primario está adaptada a la impedancia de la fuente, y la impedancia del arrollamiento secundario está adaptada a la carga. Puede calcularse la relación de transformación del transformador aplicando la fórmula relación de transformación-impedancia (8-14).

$$\frac{(N_p)^2}{(N_s)^2} = \frac{Z_p}{Z_s}$$

$$\frac{(N_p)^2}{(N_s)^2} = \frac{300}{30.000}$$

$$\frac{(N_p)^2}{(N_s)^2} = \frac{1}{100}$$

y extrayendo la raíz cuadrada en ambos lados de la ecuación:

$$\sqrt{\frac{N_p}{N_s}} = \sqrt{\frac{1}{100}}$$

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{1}{10}$$

Esta relación de transformación indica que existen 10 vueltas en el arrollamiento secundario por cada vuelta del arrollamiento primario, y, por lo tanto, este transformador es un transformador elevador. Si se supone que la tensión aplicada al primario es de 30 volt, con una relación de transformación elevadora de 1 : 10, la tensión del secundario será de 300 volt.

Una vez conocida la impedancia y la tensión del circuito secundario, se calcula la corriente del secundario que resulta 0,01 ampere. Como la impedancia del primario es de 300 ohm y la tensión del mismo es de 30 volt, la corriente en este arrollamiento será de 0,1 ampere.

A fin de lograr la máxima transferencia de potencia, la potencia absorbida por la carga debe ser igual a la potencia consumida por la fuente, es decir, la potencia del secundario debe ser igual a la potencia del primario. Esta relación se expresa como sigue:

$$P_p = P_s$$

$$E_pI_p = E_sI_s$$

$$30 \times 0{,}1 = 300 \times 0{,}01$$

$$3 \text{ watt} = 3 \text{ watt}$$

Como la potencia en el primario es igual a la potencia en el secundario, el transformador adapta eficazmente los 30.000 ohm de la carga con los 300 ohm de la fuente. En efecto, para la fuente la impedancia del primario es la impedancia de adaptación. En forma similar, para el secundario, que recibe la potencia desde el primario, la impedancia de carga es una impedancia de adaptación.

Impedancia reflejada

En el análisis anterior de los transformadores se ha supuesto que la carga en el circuito secundario era resistiva. Por lo tanto, la carga resulta para la fuente como una resistencia pura cuya tensión y corriente están desfasadas 180 grados por la acción del transformador. Debido a este desfasaje de 180 grados, se dice que la carga en el secundario es reflejada en el primario. Este desfasaje de 180 grados no tiene efecto sobre el circuito, salvo la inversión de la polaridad de la tensión del secundario. Sin embargo, cuando la carga es en parte inductiva o capacitiva, aparecen otras condiciones en el funcionamiento del circuito. Por ejemplo, si la carga en el secundario se presenta inductiva, la corriente estará atrasada a la tensión por un determinado ángulo de fase θ_s. Este ángulo de fase es reflejado nuevamente en el primario como ángulo de igual valor, pero desfasado 180 grados. Como las componentes reacti-

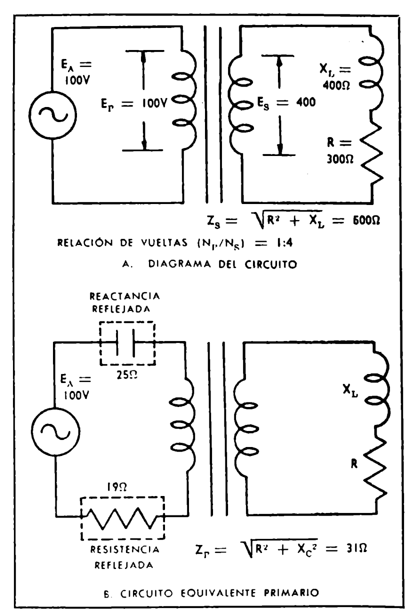


Figura 8-8. Transformador con carga inductiva

vas de los inductores y capacitores tienen una diferencia de 180 grados entre sí, el efecto de la reactancia capacitiva en el secundario es reflejar una reactancia inductiva en *serie* con el circuito primario; y el efecto de una reactancia inductiva en el secundario es justamente lo opuesto, reflejar una reactancia capacitiva en serie con el circuito primario.

En la figura 8-8 se puede apreciar un circuito de transformador con una carga L.R. Para una tensión de 100 volt de C.A. en el primario, y una relación de transformación de primario a secundario de 1 : 4, la tensión a través del secundario será de 400 volt. La reactancia del inductor es de 400 ohm, y la resistencia del circuito de 300 ohm. Mediante la aplicación del teorema de Pitágoras se obtiene la impedancia del secundario (Z_s), que es de 500 ohm.

La parte B de la figura representa el circuito primario, cuando la reactancia y la resistencia del secundario se refleja en el primario. El valor de la reactancia reflejada, que resulta capacitiva, y el valor de la resistencia reflejada disminuyen en el cuadrado de la relación de transformación. El valor de la reactancia reflejada se halla como sigue:

$$\sqrt{\frac{X_{Cp}}{X_{Ls}}} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$\frac{X_{Cp}}{400} = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\frac{X_{Cp}}{400} = \frac{1}{16}$$

$$X_{Cp} = \frac{400}{16}$$

$$X_{Cp} = 25 \text{ ohm}$$

De esta forma, la reactancia inductiva de 400 ohm en el secundario es reflejada como reactancia capacitiva de 25 ohm en serie con el arrollamiento

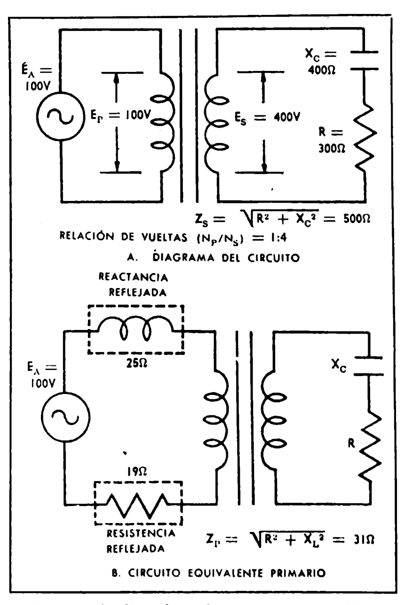


Figura 8-9. Transformador con carga capacitiva

primario. De manera semejante se calcula la resistencia reflejada en el primario, la que resulta de un valor de 19 ohm.

Mediante la aplicación del teorema de Pitágoras puede calcularse la impedancia del primario (Z_p). Su valor resulta ser de 31 ohm. Por lo tanto, un transformador que tiene en el secundario una impedancia de 500 ohm, y una relación de transformación de primario a secundario de 1 : 4, tendrá una impedancia en el primario de 31 ohm.

Debe observarse que aunque la reactancia capacitiva reflejada anula una parte de la reactancia inductiva del arrollamiento primario, la corriente atrasada del arrollamiento secundario no produce el total de corriente adelantada en el primario. En un transformador ideal (de coeficiente de acoplamiento igual a 1), la reactancia capacitiva reflejada nunca puede ser mayor que el valor que anula exactamente la reactancia inductiva del arrollamiento primario.

La figura 8-9 muestra el efecto sobre el primario de un transformador, cuando el circuito secundario consiste en una carga R.C. Como se usa el mismo circuito del transformador de la figura 8-8 A, con la excepción de que la carga es capacitiva, en el circuito primario, parte B, se tienen los mismos valores de reactancia y resistencia reflejados. Sin embargo, en este caso, la reactancia capacitiva del secundario se presenta como reactancia inductiva en serie en el primario.

Conforme a lo estudiado anteriormente, los inductores y capacitores reaccionan siempre en forma opuesta entre sí. Es decir, el inductor en serie con un circuito reacciona de la misma manera que el capacitor en paralelo con el mismo circuito; y, a la inversa, un capacitor en serie reacciona como un inductor en paralelo. Por ejemplo, la carga inductiva reflejada de la figura 8-8 se presentó como un capacitor teórico en serie con el circuito primario. Como el efecto de la reactancia reflejada es anular parte de la inductancia del primario, la reactancia reflejada puede considerarse teóricamente como una inductancia *en paralelo* con el arrollamiento primario. Debe recordarse que la inductancia total de dos inductores en paralelo es menor que la inductancia de cada rama. Como una carga capacitiva es reflejada como una inductancia en serie con el primario, la reactancia reflejada de dicha carga puede considerarse teóricamente como un capacitor en paralelo con el arrollamiento primario. Dicho capacitor tendrá por efecto el aumento de la reactancia del circuito primario. Estos conceptos son simples análisis teóricos y no casos prácticos, pero, con frecuencia, constituyen una ayuda para comprender los circuitos electrónicos.

La inductancia o la capacidad reflejada se calculan directamente mediante la relación de transformación del transformador, suponiendo que la reactancia (inductiva o capacitiva) es la impedancia del circuito. La fórmula es la siguiente:

$$\frac{L_p}{L_s} = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 \qquad (8\text{-}15)$$

La fórmula utilizada para calcular directamente la capacidad reflejada es:

$$\frac{C_s}{C_p} = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 \qquad (8\text{-}16)$$

Se aduce, por lo tanto, que la capacidad reflejada a través de un transformador es *inversamente* proporcional al cuadrado de la relación de transformación; mientras que la inductancia reflejada de un transformador es directamente proporcional al cuadrado de la relación de transformación.

8-5 PÉRDIDAS DEL TRANSFORMADOR

En lo visto anteriormente, se trató con transformadores del tipo ideal, es decir, en los que la potencia suministrada al secundario era igual a la potencia consumida en el primario. Sin embargo, no existe un dispositivo eléctrico que tenga un rendimiento de 100 por ciento: todos ellos sufren pérdidas de alguna clase. Una de las pérdidas de potencia del transformador, es la que se origina al hacer circular la corriente a través de la resistencia del alambre de los arrollamientos. Tal pérdida es llamada pérdida en el cobre. También suele haber pérdidas en el núcleo de transformador y consisten en pérdidas por histéresis, pérdidas debidas a saturación del flujo del núcleo y pérdidas por corrientes de Foucault.

Pérdidas por resistencia del alambre de cobre (Pérdidas por efecto Joule)

Como en los arrollamientos del primario y secundario de un transformador la corriente debe fluir a través de la resistencia de C.C. del alambre, se pierde una cierta cantidad de potencia por efecto de dicha resistencia, disipándose como calor. Se denomina a dichas pérdidas pérdidas en el cobre. Los transformadores que suministran valores elevados de potencia, tienen alambres de una sección relativamente gruesa para reducir así la pérdida en forma de calor. Como un porcentaje elevado de concatenación de flujo requiere una inductancia alta en bajas frecuencias, debe llegarse a una solución intermedia entre el número de vueltas y la dimensión del núcleo. De esta forma, un arrollamiento pequeño y un núcleo grande para una inductancia determinada presentará poca pérdida en el

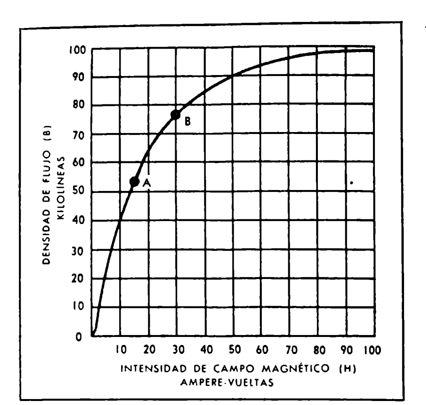


Figura 8-10. Curva típica B-H

cobre, pero el transformador sería pesado y las pérdidas del núcleo serían grandes. Si se emplea un núcleo más pequeño para la misma inductancia, las pérdidas del núcleo se reducirían, pero con aumento de las pérdidas en el cobre, debido al mayor número de vueltas necesario para mantener el valor de la inductancia. En la mayoría de las aplicaciones prácticas, no se tiene en cuenta la resistencia del alambre a la C.C. cuando la relación de la reactancia inductiva respecto a la resistencia es de 10 a 1 o mayor.

Pérdidas por histéresis

En un transformador, la inductancia mutua entre los arrollamientos del primario y del secundario, depende directamente del coeficiente de acoplamiento entre los mismos. A pesar de que es imposible obtener una concatenación total del flujo, puede reducirse la pérdida del mismo empleando núcleos de alta permeabilidad, o intercalando los arrollamientos. Para obtener un alto coeficiente de acoplamiento en bajas frecuencias, se necesitan núcleos de transformador de alta permeabilidad. Esto produce, a su vez, pérdidas por histéresis en el núcleo.

Antes de tratar las pérdidas por histéresis, deben analizarse la intensidad del campo magnético (H) y la inducción magnética de un circuito magnético (B). En la figura 8-10 se puede ver la curva que representa esta relación, llamada curva B.H. Para obtener esta curva se debe imantar lentamente un núcleo de hierro no imantado originalmente. La intensidad de campo se aumenta gradualmente desde cero hasta un valor máximo, midiéndose y representándose en la gráfica los valores correspondientes de inducción magnética. El núcleo de hierro imantado tenderá ahora a oponerse a toda desimantación. Por ello, si se reduce la intensidad de campo de su máximo valor, y se miden y representan los valores correspondientes de flujo de inducción magnética, la curva resultante B.H. se diferenciará de la curva B.H. primera, del núcleo de hierro originalmente desimantado. Es decir, no se vuelve a reproducir la curva B.H. del hierro desimantado original cuando se desimanta el núcleo, sino que la curva queda retrasada respecto a la original. Este atraso de la inducción magnética respecto a la intensidad de campo se denomina *histéresis,* y la pérdida que se produce debido a este atraso se llama *pérdida por histéresis.*

El significado de la histéresis puede comprenderse más perfectamente haciendo un examen del *ciclo de histéresis,* formado por la curva B.H. de un núcleo de hierro que representa un ciclo completo de intensidad de campo. En la figura 8-11 puede apreciarse el ciclo típico de histéresis. Cuando se aplica una intensidad de campo constante a un núcleo de hierro no imantado anteriormente, la curva de imantación A.B. muestra el aumento del flujo de inducción magnética. Si se reduce la corriente de imantación en el punto B, el núcleo comenzará a perder su imantación, según se ve en la parte B.C. de la curva. La inducción magnética disminuye a medida que se reduce la intensidad del campo, hasta alcanzar el punto C, en que la intensidad del campo es cero. Obsérvese que la inducción magnética en el punto C es de 50.000 líneas por pulgada cuadrada, a pesar de que no hay intensidad

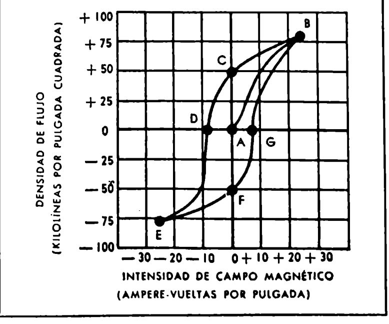


Figura 8-11. Lazo típico de histéresis

de campo aplicada. Este flujo de inducción magnética se origina en la imantación residual del núcleo.

Si luego se invierte la dirección de la corriente a través de la bobina, y se aumenta su valor, creando una intensidad de campo negativa, el núcleo pierde su imantación residual, según se ve en la parte C.D. de la curva. Obsérvese que se necesitan 8 ampere-vueltas de la intensidad de campo negativa, para desimantar completamente el núcleo (punto D). Estos 8 ampere-vueltas de intensidad de campo, necesarios para reducir la inducción magnética a cero, representan la pérdida de energía en el núcleo conocida como pérdida por histéresis.

Si se aumenta la intensidad de campo negativa pasando el punto D, hasta un valor numérico igual al valor positivo del punto B, el núcleo se imantará en el sentido opuesto. Esto es lo que se observa en la parte D.E. de la curva. El valor de la inducción magnética en el punto E es igual a su valor en el punto B. Si se reduce ahora a cero el campo magnético negativo, la inducción magnética variará a lo largo de la parte E.F. de la curva. En el punto F. la intensidad de campo es cero y la inducción magnética, debido a la imantación residual, es de —50.000 líneas por pulgada cuadrada. El signo menos indica simplemente que la dirección del campo magnético en el punto F es opuesta a la dirección del campo en el punto C.

Si se aplica ahora al arrollamiento una intensidad de campo magnético que aumenta gradualmente, el núcleo perderá su imantación residual a lo largo de la curva F.G., quedando completamente desimantado en el punto G. Durante este tiempo la intensidad de campo se utiliza para reducir la imantación residual, existente en el punto F, a un valor de cero en el punto G. Un mayor aumento de la intensidad de campo positiva (pasando su valor en el punto G), aumenta la inducción magnética en sentido opuesto a lo largo de la curva G.B., hasta un máximo en el punto B, donde se completa el ciclo de histéresis.

Puede verse que la inducción magnética en el núcleo de hierro, está atrasada respecto a la intensidad de campo en un valor correspondiente a la línea horizontal A.G. o A.D. Este atraso se debe a cierta magnitud del flujo de inducción magnética (magnetismo remanente), que permanece en el núcleo de hierro después que la intensidad de campo ha alcanzado el cero. El magnetismo remanente, a su vez, es originado por la fricción molecular entre las moléculas del núcleo de hierro, a medida que cambian su posición debido a las variaciones de la intensidad de campo. Por esta causa, hay una cierta pérdida de energía debida a la histéresis durante el ciclo de magnetización: es lo que se conoce como pérdida por histéresis de un circuito magnético.

La curva que se forma a través de los puntos B, C, D, E, F, G y B es el llamado ciclo de histéresis. Para todo material, esta curva representa la variación del flujo de inducción magnética, producida por un ciclo completo de la intensidad del campo de la corriente alterna. La curva A.B. es la curva de magnetización (o curva B.H.) del núcleo de hierro, pues este núcleo fue desmagnetizado antes de que fluyera la corriente. Una vez que el núcleo ha sido magnetizado, el ciclo de histéresis se vuelve a producir por cada ciclo de la corriente alterna.

La superficie de un ciclo de histéresis de un material determinado, representa la magnitud de la pérdida por histéresis por cada ciclo de magnetización. En otros términos, el área dentro del ciclo de histéresis es proporcional a la cantidad de trabajo realizado en función del magnetismo remanente del material del núcleo. La energía o potencia perdida se transforma en calor en el núcleo. Por lo tanto, la pérdida por histéresis es un factor importante en el diseño de transformadores de núcleo de hierro, en los cuales la dirección del flujo se invierte continuamente. Un ciclo de histéresis de área pequeña indica una pérdida por histéresis también relativamente pequeña, mientras que un ciclo de gran superficie indica una pérdida grande. La pérdida por histéresis aumenta con el aumento de la frecuencia de la variación de la intensidad de campo, y con el aumento de la inducción magnética.

Pérdida por saturación

Además de las pérdidas por histéresis, los núcleos de hierro de los transformadores tienen también pérdidas originadas por su saturación. Específicamente, la saturación del núcleo se produce cuando el número de líneas de flujo en el mismo, alcanza un punto en el que el aumento de la corriente no produce aumento apreciable en la magnetización.

En la figura 8-10 se representa una curva B.H. que indica el punto de saturación en el material del núcleo. En el codo de la curva, punto B, el flujo de inducción magnética cesa de aumentar en forma lineal, y es muy poco su aumento para el siguiente aumento grande de la corriente de magnetización. Es decir, para un aumento de la intensidad de campo desde 0 a 15, el flujo aumenta desde cero hasta el valor indicado en el punto A. Para otro aumento igual de la intensidad de campo, desde 15 a 30, el flujo de inducción aumenta a un ritmo menor hasta el punto B. A medida que la intensidad sigue aumentando desde 30, el aumento del flujo de inducción se hace relativamente pequeño. En consecuencia, el aumento de la intensidad de campo pa-

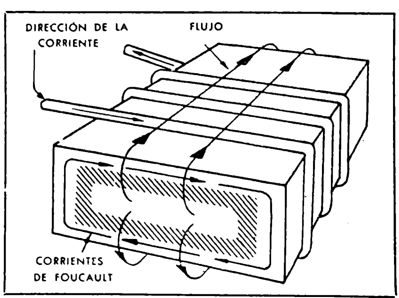


Figura 8-12. Corrientes de Foucault, en un núcleo de hierro sólido

sando el punto B, o codo de la curva, produce una disminución del rendimiento del transformador. El aumento de la sección del núcleo disminuye el flujo de inducción para una superficie determinada, disminuyendo así la pérdida por saturación. Sin embargo, como la pérdida por histéresis, el peso y el costo del transformador aumentan, la mayoría de los transformadores diseñados para trabajar en bajas frecuencias, funcionan dentro de los valores del codo de la curva B.H.

Otro factor que debe considerarse es la permeabilidad del núcleo, o la facilidad con que el material magnético deja pasar las líneas de fuerza. A medida que el núcleo se satura, la relación entre el flujo de inducción y la intensidad de campo (B a H) se hace más pequeña. Como la permeabilidad (μ)* es igual a dicha relación, puede decirse que la permeabilidad del núcleo disminuye a medida que el núcleo se satura.

Además del factor de permeabilidad, la magnitud de la corriente continua que fluye en un circuito de C.A. (condición que se presenta en muchos circuitos) magnetiza en forma permanente al núcleo en un sentido. El efecto de esta acción hace pasar el codo de la curva al flujo de inducción durante una alternación, reduciendo así la variación de la imantación. Para reducir este efecto adverso, muchos transformadores e inductores de núcleo de hierro se diseñan con un pequeño entrehierro en el núcleo. Como la reluctancia del aire es mayor que la del hierro, el entrehierro hace aumentar la reluctancia total. Aunque esto reduce la inductancia, evita eficazmente la saturación. Para poder mantener el valor de la inductancia cuando se usa entrehierro, es necesario agregar muchas más vueltas, pero, por otro lado, se tendrá la ventaja de que la acción del transformador, que depende del cambio del flujo en relación a la variación de la corriente, no se pierde por la saturación del núcleo.

Pérdidas por corrientes de Foucault

Como un núcleo de hierro es un conductor de la electricidad, la variación del flujo alrededor del arrollamiento del transformador induce una tensión en el núcleo por inducción electromagnética. A su vez, esta tensión hace fluir pequeñas corrientes en cortocircuito en el material del núcleo, que se denominan corrientes de Foucault.

Si se observa la figura 8-12, podrá comprenderse mejor la forma en que se producen en el material del núcleo las corrientes de Foucault. Cuando fluye una corriente por la bobina, el flujo resultante une la zona sombreada del núcleo. Si aumenta la magnitud de la corriente el campo magnético atraviesa la zona sombreada e induce una tensión en dicha zona. Esta tensión inducida produce corrientes de Foucault en la dirección indicada. Por lo tanto, estas corrientes fluyen en ángulo recto respecto a la dirección de las líneas de fuerza.

Las corrientes de Foucault representan una pérdida de energía que, como la pérdida por histéresis, se disipa en forma de calor en el material del núcleo. El valor de las corrientes de Foucault varía con el ritmo de cambio del flujo y con la magnitud del flujo total. Estas pérdidas pueden reducirse en un material, si el núcleo se divide en secciones, según se muestra en la figura 8-13, donde cada sección está aislada eléctricamente de las otras. Como cada corriente de Foucault que fluye en este tipo de núcleo, está limitada a un paso

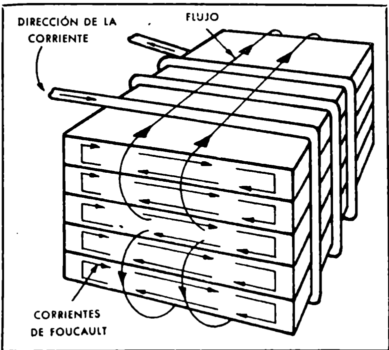


Figura 8-13. Corrientes de Foucault, en un núcleo de hierro laminado

* Nota del Editor: Se usa la letra griega μ para representar la permeabilidad magnética.

que tiene una sección de superficie muy pequeña, la resistencia del núcleo al flujo de dicha corriente aumenta grandemente. De esta manera, las pérdidas son pequeñas comparadas con las del núcleo sólido. Cuando se divide el núcleo en pequeñas secciones para evitar las pérdidas por corrientes de Foucault, se le da el nombre de núcleo laminado, y de chapas o láminas a cada sección individual. Como las láminas son paralelas a la dirección del flujo no aumentan la reluctancia del circuito magnético.

8-6 CLASIFICACIÓN DE TRANSFORMADORES

Los transformadores de núcleo de hierro utilizados en los equipos electrónicos, se clasifican de acuerdo con la tensión, corriente, potencia y frecuencia. Debe tenerse cuidado de que no se excedan los valores indicados para estos transformadores. Así, la aislación del transformador puede destruirse si se aplica a su primario una tensión que excede su régimen normal, y provoca el corto circuito. También si se sobrecarga un transformador conectándole una carga de impedancia muy baja, se puede exceder el régimen de corriente de los arrollamientos secundarios. Si esto sucede, los arrollamientos se recalientan y se produce un daño permanente en la aislación.

El régimen de potencia de un transformador se registra en watt o en voltampere. Según lo visto anteriormente en circuitos de C.A., la potencia se calcula aplicando la fórmula:

$$P = EI \cos \theta \qquad (8\text{-}17)$$

Cuando el transformador tiene una carga puramente resistiva la tensión y la corriente están en fase, el factor de potencia es igual a 1, y el ángulo de fase es cero grado. Por lo tanto, el coseno del ángulo de fase es también 1, y la potencia de la línea es igual a la potencia aparente. En consecuencia, la potencia es igual al producto de la tensión por la corriente, y, en este caso, la potencia se expresa en *watt*. Sin embargo, en los circuitos de transformadores que tienen cargas inductivas o capacitivas, la tensión y la corriente están desfasadas. En tales transformadores el factor de potencia es menor de 1, y el ángulo de fase se halla entre cero y 90 grados. En consecuencia, el coseno del ángulo de fase es menor de 1, y la potencia de línea no es igual a la potencia aparente. La potencia es igual al producto de la tensión por la corriente, pero, en este caso, la potencia se expresa en *voltampere*. Cualquiera sea el valor del ángulo de fase entre la corriente y la tensión del circuito, el régimen de voltampere del transformador no deberá excederse. Los grandes transformadores de potencia están clasificados para un régimen de trabajo en kilovoltampere (KVA), que es el producto del régimen de tensión en kilovolt por el régimen de corriente en ampere.

Las pérdidas de potencia en un transformador aumenta en una proporción importante a medida que aumenta la tensión aplicada; en consecuencia, al transformador de potencia sólo se deben aplicar tensiones de la frecuencia correspondiente a su régimen de trabajo. Cuando el transformador funciona a plena carga puede llegar a recalentarse si se excede el régimen de frecuencia. Además, la frecuencia de la tensión aplicada no debe estar muy por debajo del régimen normal de frecuencia, pues la corriente en un transformador aumenta a medida que disminuye la frecuencia de la tensión aplicada. Cuando la corriente es tan grande que excede el régimen de corriente del primario, se produce recalentamiento.

8-7 TRANSFORMADORES DE POTENCIA

En las líneas de energía para larga distancia, la potencia se disipa en forma de calor por efecto de la resistencia del alambre a la C.C. Esta pérdida varía en función directa de la resistencia del alambre y del cuadrado de la corriente (I^2R). Debido a esta relación, es deseable mantener la corriente en un valor bajo cuando las líneas de transmisión de potencia son de larga distancia. Para esta finalidad se emplea un transformador de potencia, que convierte la salida de potencia de los generadores a un valor de alta tensión y baja intensidad de corriente. En el lugar de consumo de la línea de transmisión, otro transformador de potencia convierte nuevamente la potencia en un nivel de baja tensión y alta intensidad de corriente. Las líneas de transmisión de larga distancia utilizan niveles de tensión de hasta 300.000 volt (300 KV), con su correspondiente nivel bajo de corriente. Antes de que la potencia sea consumida, se reduce la tensión y se aumenta el valor de la corriente.

Aunque los transformadores de potencia que se utilizan en radio y equipos electrónicos, son mucho menores que los utilizados para la transmisión de potencia a larga distancia, su funcionamiento es igual, pues su misión es siempre suministrar en forma adecuada la potencia mediante el cambio de su nivel de tensión y corriente.

El transformador de potencia debiera hacerse funcionar siempre dentro del 90 por ciento de su régimen de carga, puesto que la corriente en el secundario pone en fase corriente y tensión. Esto, a su vez, reduce el ángulo de fase y aproxima el factor de potencia a la unidad. Debe recordarse que el factor de potencia de un circuito de C.A. es igual al coseno del ángulo de fase, o a la

relación entre la potencia activa y la potencia aparente. Es conveniente mantener la potencia activa tan próxima como sea posible a la potencia aparente, para evitar que aparezcan en el circuito una tensión o una corriente excesivas. Por ejemplo un transformador de potencia que funciona con una cuarta parte de su régimen de carga, presenta una reactancia inductiva considerable en el primario y en el secundario, y, en consecuencia, las tensiones inducidas a través del mismo son altas, lo que hace, finalmente, que el transformador se queme debido a la destrucción de la aislación provocada por el arco en sus espiras. Cuando el transformador funciona a plena carga o a su régimen de carga, la reactancia inductiva del primario queda anulada casi por completo por la oposición de la intensidad del campo producida por la corriente del secundario. De esta manera, el ángulo de fase es pequeño y el factor de potencia se aproxima a la unidad. Cualquier reactancia que aparezca en esta condición, es reactancia de dispersión relacionada con la calidad de la construcción del transformador. El diseño cuidadoso de los transformadores de potencia, reduce al mínimo la reactancia de dispersión y las pérdidas Joule de los alambres y del núcleo, permitiendo obtener un factor de potencia elevado y alto rendimiento. Los transformadores de potencia del tipo comercial, tienen generalmente un factor de potencia de 0,9 o más, y un rendimiento de aproximadamente 95 por ciento.

Transformador de filamento

Una de las aplicaciones del transformador de potencia en el equipo electrónico es el transformador de filamento. Se emplea dicho transformador para reducir el nivel de tensión y corriente alternas de entrada, a un nivel adecuado para el calentamiento de los filamentos de las válvulas electrónicas. Convierte los 220 volt de C.A. aplicados al primario a 6,3 volt, que es la tensión necesaria para calentar el filamento de la mayoría de las válvulas. Como el secundario reduce la tensión aplicada desde 220 volt a 6,3 volt, se lo clasifica como transformador reductor, con una relación de transformación de secundario a primario de 1: 17,5, ó 0,0573. Ésta es también la relación de la corriente y, así por ejemplo, si fluyen 4,5 ampere en el secundario, la corriente en el primario será de 0,258 ampere.

Transformador de arrollamiento con derivación

Pueden obtenerse dos o más tensiones de valores iguales o diferentes del secundario de un transformador, colocándole terminales en distintos puntos del arrollamiento secundario. A dicho arrollamiento se le da el nombre de arrollamiento con derivación. Pueden obtenerse así tensiones desde cero volt hasta el valor de la tensión total inducida en el arrollamiento secundario. Si la derivación se ha colocado en el centro del arrollamiento, se llama transformador con punto medio, cuyo esquema típico se representa en la figura 8-14. Debido a que una mitad de las vueltas se hallan de un lado de la derivación, y la otra mitad se halla del otro lado, la tensión desde cada extremo del arrollamiento hasta el centro equivale a una mitad de la tensión total del secundario.

Si se toma al punto medio, conectándolo a tierra, como nivel de referencia, se tendrán en el transformador dos tensiones iguales desfasadas 180 grados. Obsérvese que el punto medio conectado a tierra,

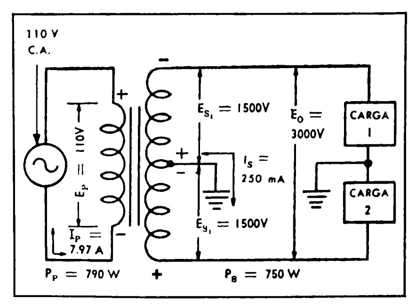


Figura 8-14. Transformador con punto medio

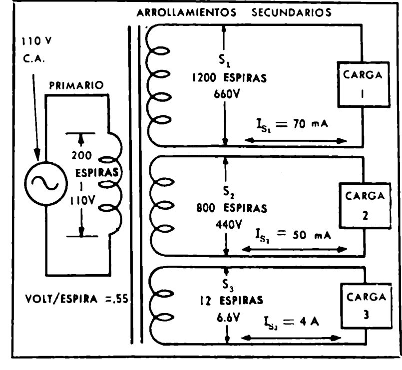


Figura 8-15. Transformador de secundario múltiple

divide al arrollamiento secundario en dos partes que tienen igual número de vueltas. De esta forma, la tensión del secundario E_{s1} (1500 volt) es igual a la tensión del secundario E_{s2} (1500 volt). Si se supone que la polaridad instantánea de la tensión del primario es la indicada en la figura, los extremos opuestos del secundario estarán desfasados 180 grados. Por lo tanto, en cualquier instante las dos tensiones del secundario están desfasadas 180 grados, y la polaridad de la tensión en el total del arrollamiento (E_o, 3000 volt), está desfasada 180 grados respecto a la tensión del primario (E_p).

Se supone que el transformador tiene un factor de potencia de 0,9, funciona con el 95 por ciento de rendimiento y entrega 250 miliampere de corriente del secundario. Como la tensión a través del secundario es de 3000 volt, la potencia activa de este arrollamiento es de 750 watt. El rendimiento es la relación entre la potencia de salida y la potencia de entrada, es decir:

$$*E\eta = \frac{\text{Potencia de salida (secundario)}}{\text{Potencia de entrada (primario)}} \times 100 \quad (8\text{-}18)$$

y calculando la potencia de entrada o potencia del primario, se obtiene un valor de 790 watt.

Como el factor de potencia es igual a la relación entre la potencia activa y la potencia aparente, la potencia aparente del primario es de 877 watt, y, como la potencia aparente es igual al producto de la tensión por la corriente del circuito, la corriente en el primario es de 7,97 ampere. De esta forma, el transformador analizado es un transformador elevador, que convierte la baja tensión y alta corriente del primario en alta tensión y baja corriente en el secundario. Se aplica este tipo de transformador para la alimentación de los circuitos anódicos de las válvulas de los equipos electrónicos.

* Nota del Editor: Letra griega (η) que se utiliza para simbolizar el rendimiento.

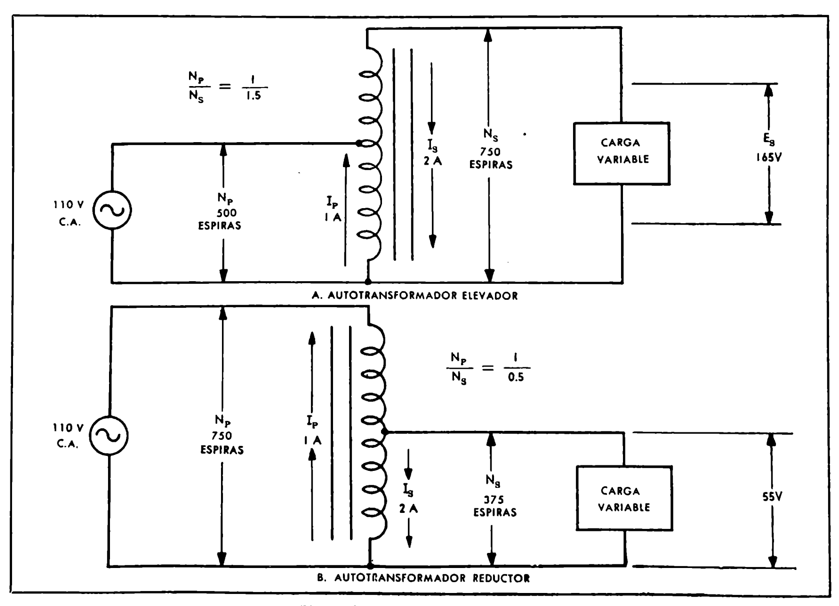


Figura 8-16. Autotransformadores

Transformador de arrollamientos múltiples

El transformador de arrollamientos múltiples es el que tiene más de dos arrollamientos sobre un núcleo. Se utilizan donde es necesaria potencia con dos o más tensiones. En la figura 8-15 se representa dicho tipo de transformador. Si se observa la figura, se verá que el arrollamiento primario está conectado a una fuente de 110 volt; y que los arrollamientos secundarios, indicados S_1, S_2 y S_3, tienen tensiones inducidas que dependen de la relación de transformación individual de cada uno. Es decir, para cada arrollamiento secundario se aplica la misma relación de primario a secundario utilizada en el transformador común de dos arrollamientos.

La relación de transformación puede aplicarse a los arrollamientos por separado, para calcular sus tensiones inducidas. Sin embargo es mejor utilizar para determinar dichos valores el método de tensión por espira. Es decir, como el primario es de 200 vueltas y tiene una tensión aplicada de 110 volt, la tensión por espira es en este arrollamiento de 0,55 volt, y como la tensión por espira de un transformador es constante, se podrán calcular las tensiones inducidas en cada uno de los arrollamientos secundarios. Los valores de estas tensiones son: $E_{s1} = 660$ volt; $E_{s2} = 440$ volt y $E_{s3} = 6,6$ volt. Se comprueba que los arrollamientos del secundario S_1 y S_2 son arrollamientos elevadores, mientras que el arrollamiento S_3 es reductor.

La potencia en el circuito primario de un transformador de arrollamientos múltiples, es igual a la suma de la potencia entregada por cada arrollamiento secundario, más las pérdidas que tenga el transformador. En este ejemplo, la potencia entregada por cada arrollamiento secundario: S_1, S_2 y S_3, es respectivamente, de 46,2 watt, 22 watt y 26,4 watt. De esta manera, la potencia total suministrada por el secundario del transformador es de 94,6 watt. Si se supone que las pérdidas del transformador son el 10 por ciento de la potencia suministrada, la potencia del primario resulta ser de 104 watt; y la corriente del primario, que es igual a la potencia del primario dividida por la tensión del mismo, es de 0,945 ampere.

Como la potencia activa es igual al producto de tensión por corriente y factor de potencia ($P = EI \cos \theta$), y la tensión en este tipo de transformador es de 110 volt, puede usarse la regla de la mano izquierda para el cálculo rápido de la potencia activa, si se conoce la corriente del primario y se supone un factor de potencia de 0,9. Luego se multiplica la tensión (110 volt) por el factor de potencia de 0,9, obteniéndose una constante numérica de valor aproximado a 100; y, finalmente, se multiplica la corriente del primario por 100, con lo que se obtiene el valor aproximado de la potencia activa entregada. En algunos tipos de transformadores de arrollamientos múltiples, uno de los arrollamientos del secundario tiene punto medio para obtener dos tensiones desfasadas 180 grados.

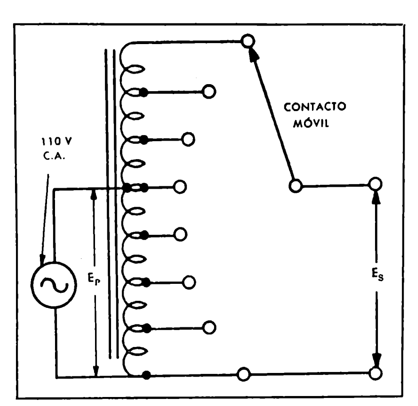


Figura 8-17. Autotransformador variable

Autotransformador

El autotransformador es un tipo especial de transformador de potencia, que utiliza un solo arrollamiento para el primario y el secundario. El uso en esta forma de un solo arrollamiento, hace necesario que tenga una derivación en un punto para producir la relación de transformación deseada. El autotransformador puede utilizarse como transformador elevador o reductor. Cuando se utiliza

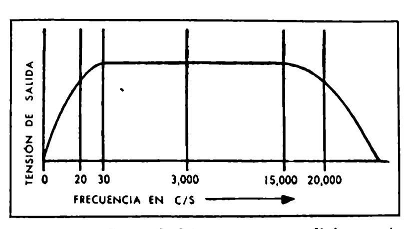


Figura 8-18. Curva ideal de respuesta en audiofrecuencia

como elevador, según puede verse en la figura 8-16 A, todo el arrollamiento primario es una parte del secundario. Cuando se emplea como reductor, según la parte B de la figura, todo el arrollamiento secundario es parte del primario. Las tensiones a través de los arrollamientos individuales, se calculan aplicando el mismo procedimiento anterior de la relación de transformación. Sin embargo, debe recordarse que una parte de las espiras es común a ambos arrollamientos. Debido a esta disposición, el circuito secundario no está aislado eléctricamente del circuito primario como en el caso del transformador con arrollamientos separados. Esto constituye una desventaja para el autotransformador.

Según lo estudiado, los transformadores se diseñan para un valor determinado de corriente de carga. Si el valor de la carga se reduce, se inducen altas tensiones que producen arco y queman el transformador. Esto constituye la ventaja principal del autotransformador, cuya carga puede variarse sin producir otra cosa que un pequeño cambio en la tensión de salida, y sin producir arco. Esto es consecuencia del hecho de que las corrientes del primario y del secundario se hallan desfasadas 180 grados en todo transformador, mientras que en la parte del autotransformador con arrollamiento común dicha diferencia de fase tiende a anularse.

Los autotransformadores también se construyen con derivaciones múltiples en el secundario, según puede verse en la figura 8-17. Estas derivaciones se conectan con un contacto móvil, de manera de poderse seleccionar. Además, mediante un control en la caja del transformador, puede variarse la tensión desde cero hasta la máxima tensión inducida en el arrollamiento. Se le da el nombre de autotransformador variable, y se le utiliza para variar la tensión de línea para determinadas cargas.

Transformador de audiofrecuencia

En lo estudiado sobre transformadores de potencia, se ha supuesto que la frecuencia era la normal de línea, o sea, 50 c/s, pero como las audiofrecuencias están comprendidas entre 20 y 20.000 c/s, se da el nombre de transformadores de audio a los que se utilizan para dicha gama de frecuencias. En forma similar a los transformadores de potencia, los transformadores de audio, que tienen núcleo de hierro, se utilizan principalmente como elementos de suministro de potencia y acoplamiento de impedancias. Se usan ampliamente en amplificadores a válvula como transformadores de entrada o de micrófono, y como transformadores interetapas o de acoplamiento, y de salida.

A medida que la frecuencia aumenta arriba de 60 ciclos por segundo, aumentan también las pérdidas por histéresis y corrientes de Foucault, y se hace más neto el efecto adverso de la capacidad distribuida en los arrollamientos. Para una frecuencia determinada estas pérdidas son constantes. Sin embargo, como la frecuencia de la voz humana varía, y también varían las pérdidas con la variación de la frecuencia, algunas frecuencias resultan más amplificadas que otras. Si la transmisión de la voz debe reproducirse fielmente, el transformador y el amplificador del que forma parte, deben pasar todas las frecuencias con el mismo nivel de amplificación. Un circuito amplificador ideal deberá pasar todos los tonos entre 20 y 20.000 ciclos con un nivel igual de amplificación, como lo representa la curva pasabanda de la figura 8-18. Dicha curva, denominada generalmente, curva de respuesta de frecuencia, representa en realidad, la gráfica de la tensión en función de la frecuencia. En este caso, se dice que el circuito tiene una respuesta plana entre los límites para los que ha sido diseñado (20 a 20.000 ciclos).

Es difícil obtener en la práctica un amplificador

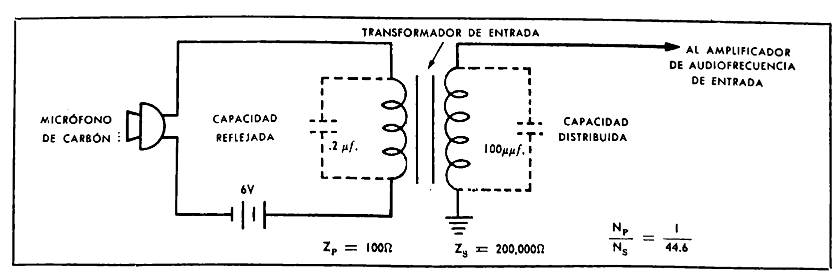


Figura 8-19. Transformador de audio de entrada

y transformador de audiofrecuencia que posea una curva de respuesta ideal. A pesar de todo, se han construido transformadores que pasan la parte principal de la banda de audiofrecuencias (30 a 15.000 c/s). Otros transformadores de buena calidad y menos costosos, pasan una banda de frecuencias entre 60 y 10.000 c/s; y los que se usan para transmitir la voz, sólo necesitan pasar una banda de frecuencias de 150 a 3.000 c/s. Cuando se usan estos últimos transformadores, no se siente el zumbido de 50 y 100 ciclos de la fuente de alimentación.

Transformador de entrada

Los transformadores que se utilizan para acoplar elementos tales como los micrófonos, a la entrada del circuito amplificador de audio, se denominan *transformadores de entrada,* o del micrófono. La finalidad principal del transformador de entrada es adaptar la baja impedancia del micrófono con la alta impedancia del amplificador de audio. Por lo tanto, en esta aplicación el transformador de entrada funciona como un sistema de adaptación de impedancias.

En la figura 8-19 se representa un transformador de entrada que funciona como sistema de adaptación de impedancias. El micrófono de carbón, que se utiliza ampliamente en el equipo de comunicaciones, tiene una impedancia interna entre 100 y 200 ohm. Este elemento produce una pequeña energía que debe amplificarse para poderse oír. Sin embargo, la baja impedancia del micrófono no puede conectarse directamente con la entrada del amplificador, que puede tener una impedancia de aproximadamente 200.000 ohm. El transformador de entrada, además de adaptar el micrófono al amplificador, permite también que

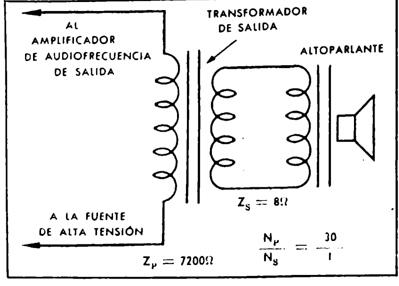


Figura 8-20. Transformador de audio de salida

la corriente continua necesaria para hacer funcionar el micrófono, fluya en el circuito primario sin afectar al circuito secundario.

Si se supone que el micrófono tiene una impedancia interna de 100 ohm, y que la impedancia de entrada del amplificador de audio es de 200.000 ohm, la relación de transformación entre el primario y secundario del transformador debe ser de 1: 44,7. Se llega así a la conclusión de que un transformador de entrada es del tipo elevador.

La capacidad distribuida del secundario y la capacidad reflejada en el primario, se representan en el dibujo con capacitores de trazo punteado. La capacidad distribuida de 100 picofarad (μμf) del arrollamiento secundario, es reflejada en el primario como un capacitor de 0,2 microfarad (100 veces el cuadrado de la inversa de la relación de transformación). De esta forma, mediante el uso de un transformador, la baja impedancia del micrófono ha sufrido un aumento efectivo para adaptarse a la alta impedancia del circuito de entrada del amplificador. Esto permite la máxima transmisión de la pequeña cantidad de energía disponible en el micrófono.

Es importante tener en cuenta que los transformadores de entrada están diseñados para funcionar dentro de niveles determinados de impedancia. El transformador de entrada diseñado para acoplar una impedancia de 50 ohm con una impedencia de 50.000 ohm, es decir, una relación de 1:1000, no puede utilizarse para acoplar 500 ohm a 500.000 ohm, que es igualmente una relación de 1:1000. La razón de ello es que la respuesta de frecuencia del transformador disminuye con el nivel de impedancia más alto.

Transformador interetapas

Los transformadores de audio, empleados para acoplar la salida de un amplificador de audio con la entrada del siguiente amplificador de audio, reciben el nombre de *transformadores interetapas.* Entre los factores convenientes del transformador interetapas, está el hecho de que la relación de transformación suministra una ganancia de tensión que se suma a la del amplificador precedente; además, tiene aislación para la C.C. entre los circuitos primario y secundario, y los arrollamientos del transformador constituyen pasos de baja resistencia a la C.C. por lo que no afectan materialmente las tensiones del circuito.

Transformador de salida

La salida del amplificador de audio se emplea para hacer funcionar el altoparlante u otro sistema reproductor del sonido. Ello significa el uso

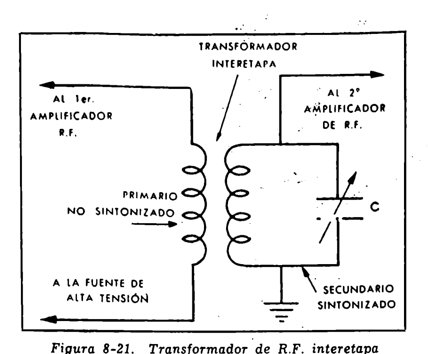


Figura 8-21. Transformador de R.F. interetapa

de la potencia de audiofrecuencia, pero a causa de que el altoparlante es un elemento de baja impedancia, se necesita el transformador de audio para adaptar la alta impedancia del amplificador de audio con la baja impedancia del altoparlante. El transformador utilizado para este fin se llama *transformador de salida.*

En la figura 8-20 se muestra una aplicación del transformador de salida. Nuevamente el problema de adaptar la salida de un amplificador de audio con un altoparlante, es un problema de adaptación de potencia y no simplemente de aumento de tensión. El cono del parlante constituye un cuerpo físico que se mueve contra el aire que lo rodea, y la potencia requerida para mover el cono debe ser entregada con la menor pérdida posible. Si se supone que la impedancia de salida del amplificador es de 7.200 ohm, y que la impedancia de la bobina móvil es de 8 ohm, la relación de transformación entre el primario y el secundario del transformador debe ser 30:1. Con esta relación de transformación, la impedancia del altoparlante (8 ohm) representa una impedancia de 7.200 ohm para la salida del amplificador. De esta manera, siendo el transformador de salida un transformador elevador, funciona como un sistema de adaptación de impedancias para acoplar la fuente de alta impedancia (el amplificador de audio) con la carga de baja impedancia (el altoparlante).

Como el transformador de salida y el de entrada funcionan en sentido inverso, podría pensarse que ambos tipos pueden intercombinarse a voluntad. Sin embargo, ello no puede hacerse, salvo que los dos transformadores se diseñen para funcionar en el mismo nivel de impedancia.

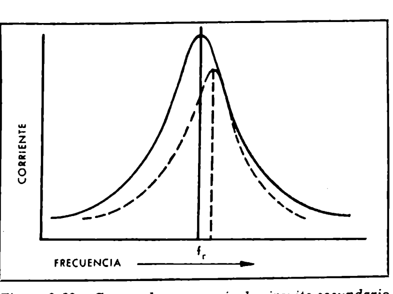


Figura 8-22. Curvas de resonancia de circuito secundario del transformador de R.F. interetapa

8-8 TRANSFORMADORES DE RADIOFRECUENCIA

Los transformadores de potencia y de audiofrecuencia que se han descrito anteriormente, se usan principalmente para transmisión de potencia o como sistemas de adaptación de impedancias. En tales transformadores, se obtiene un alto grado de acoplamiento mutuo mediante el uso de un gran número de espiras y de un núcleo de hierro; pero en las radiofrecuencias, o sea, frecuencias superiores a 20.000 ciclos por segundo, las pérdidas por histéresis y corrientes de Foucault en el núcleo de hierro son tan elevadas que impiden su uso. Por esta causa, los transformadores de radiofrecuencia o R.F., tienen generalmente un núcleo de aire.

El acoplamiento más rígido posible en transformadores de núcleo de aire, es de aproximadamente 65 por ciento, o sea, un coeficiente de acoplamiento k, de 0,65. Esto es mucho menos que el acoplamiento de 98 por ciento obtenido con los transformadores de núcleo de hierro. Las relaciones de la tensión, corriente, e impedancia, establecidas en el supuesto de un acoplamiento casi perfecto, no pueden calcularse con las fórmulas de la relación de transformación, pues una gran parte de los arrollamientos del primario y del secundario de los transformadores de R.F. constituyen reactancia de dispersión. En consecuencia, la relación de transformación de los transformadores R.F. no es de valor práctico. Los arrollamientos de los transformadores de R.F. son de acoplamiento flojo, y se emplean principalmente para acoplar dos circuitos antes que en transformar el nivel de tensión o corriente. Como la reactancia de una pequeña inductancia es muy alta en radiofrecuencia, existe una elevada reactancia mutua entre el primario y el secundario de estos transformadores. Debido a ello, los transformadores de R.F. son muy

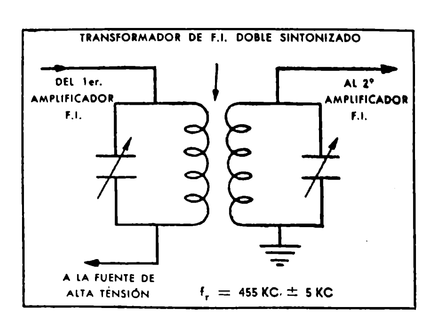


Figura 8-23. Transformador de F.I.

eficaces para la ganancia de alta tensión en la resonancia, para la transmisión de potencia con baja pérdida y para la adaptación de impedancias.

Transformador interetapas de R.F.

En muchos circuitos de radiofrecuencia, es conveniente tener un acoplamiento de transformador que pase señales (tensiones) dentro de una gama determinada de frecuencias. Esto se realiza conectando en paralelo un capacitor, sea a través del primario, del secundario o de ambos arrollamientos de un transformador de acoplamiento, de manera de formar un circuito resonante. En consecuencia, el transformador interetapas de R.F. funciona como un filtro, además de pasar energía a la siguiente etapa amplificadora.

En la figura 8-21 se representa una aplicación de un transformador típico interetapas de R.F. El transformador consiste en un primario no sintonizado conectado al circuito de salida de un amplificador de R.F., y en un secundario sintonizado

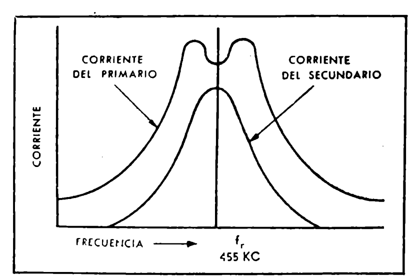


Figura 8-24. Curvas de resonancia de transformador de F.I.

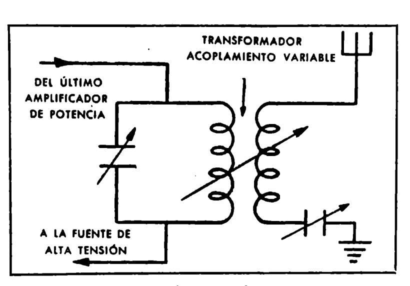


Figura 8-25. Acoplamiento de antena con un transformador de R.F.

conectado al circuito de entrada del siguiente amplificador de R.F. Para obtener el acoplamiento estrecho ambas bobinas se han devanado próximas entre sí, o una arriba de la otra. El número de vueltas de cada bobina depende de la función de su respectivo circuito. Por ejemplo, el arrollamiento primario consiste en muchas vueltas debido a que su función principal es ofrecer una alta impedancia al primer amplificador. El número de vueltas en el arrollamiento secundario, es determinado por la magnitud de la inductancia necesaria para la banda de frecuencias deseada.

Cuando la resistencia en el circuito primario es mucho mayor que la reactancia inductiva del primario, se tendrá en el circuito secundario una curva de resonancia de la corriente como la que se representa en la figura 8-22 con la curva de trazo lleno. Por otra parte, cuando la reactancia del circuito primario es mayor que la resistencia del mismo, el factor Q del secundario disminuye y su frecuencia de résonancia forma una diferencia de fase correspondiente a una frecuencia más alta, según lo muestra la curva punteada. Se produce el corrimiento de la frecuencia de resonancia porque la capacidad del secundario es reflejada en el primario como una inductancia en serie con el arrollamiento primario. Esta inductancia reduce la tensión en el primario, la que, a su vez, disminuye la tensión del secundario, y, como consecuencia, se reduce el Q del circuito secundario. Finalmente, el circuito secundario entra en resonancia a una frecuencia más alta que la indicada por sus valores de inductancia y capacidad.

Transformador de frecuencia intermedia

Un transformador de frecuencia intermedia, o transformador de F.I., es el que se diseña para funcionar dentro de una banda estrecha de frecuencias en lugar de cubrir una banda ancha. Las

frecuencias que se seleccionan para la banda intermedia dependen de la aplicación. Por ejemplo, para aplicaciones de radiodifusión la frecuencia intermedia es de 455 kilociclos, con una banda de 5 kilociclos a cada lado. De esta manera, los amplificadores de F.I. y sus correspondientes transformadores de F.I., que se hallan en los receptores familiares, pasan una banda de frecuencias desde 450 kilociclos a 460 kilociclos.

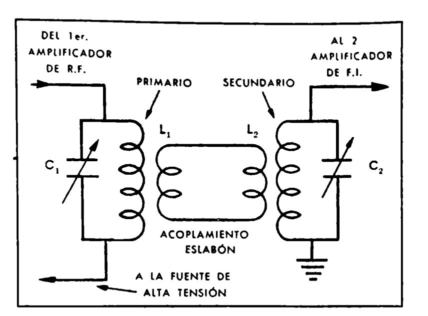


Figura 8-26. Circuitos con acoplamiento inductivo a eslabón

En la figura 8-23 puede verse la aplicación de un transformador F.I. Se observa que el arrollamiento del primario es parte de un circuito resonante paralelo, y que el arrollamiento secundario es parte de un circuito resonante serie (el capacitor es la carga para el arrollamiento secundario). Si los arrollamientos tuvieran acoplamiento estrecho, la transmisión de energía sería máxima, y la reactancia de dispersión sería pequeña. La pequeña reactancia de dispersión se origina en las inductancias de los arrollamientos, que son prácticamente anuladas por la acción del transformador. Sin embargo, cuando el acoplamiento es flojo, cada arrollamiento es en gran parte una inductancia de flujo disperso y funciona, en realidad, como la inductancia de un circuito sintonizado. La ganancia de tensión la determina el factor Q del circuito y no la relación de transformación de los arrollamientos, pues cada arrollamiento es parte de un circuito resonante. De esta manera, es común que la relación de transformación en los transformadores F.I. sea de 1:1, y las inductancias del primario y secundario, y las capacidades de los mismos, tienen valores iguales para estar en resonancia.

El filtro pasa banda deseada del circuito F.I., determina el grado de acoplamiento entre los arrollamientos de un transformador F.I.

Si hay poco o ningún acoplamiento, la cantidad de energía inducida en el secundario es baja y el ancho de banda es estrecho. A medida que aumenta el acoplamiento, el Q del circuito primario disminuye y la banda pasante aumenta, resultando en la resonancia una depresión en la curva de la corriente del primario, según se puede ver en la curva de respuesta de la figura 8-24. Esta entrada es causada porque la reactancia del secundario es reflejada en el primario. El secundario refleja la reactancia sobre el primario arriba y debajo de la resonancia, anulando así parte de la reactancia del primario. En consecuencia, arriba y debajo de la resonancia, fluyen corrientes de mayor intensidad en el primario como lo indican los picos de la curva de corriente del primario. La curva del secundario indica que se ha logrado el paso de banda deseado. Este grado de acoplamiento se conoce con el nombre de acoplamiento crítico del transformador.

Acoplamiento de antena con transformadores de R.F.

Un ejemplo de un transformador de R.F., que funciona con una gran potencia, es el circuito de antena de un transmisor de radio. Este circuito se representa en la figura 8-25. El arrollamiento primario del transformador es parte de un circuito resonante paralelo, en la salida de la etapa final de amplificación de potencia del transmisor. El primario está acoplado inductivamente al arrollamiento secundario por la acción del transformador, y el arrollamiento secundario es parte del circuito resonante en serie de la antena. Como tanto el primario como el secundario son circuitos resonantes, deben ajustarse a acoplamiento crítico, dependiendo la potencia entregada a la antena del Q del circuito secundario y del acoplamiento para el ancho de banda dado.

Cuando se sintoniza dicho circuito de antena, se sintoniza primeramente a resonancia el circuito tanque del primario en la frecuencia deseada. Esto queda indicado por una caída de la corriente de línea al mínimo. Se sintoniza luego a la resonancia el circuito de antena, lo que es indicado por un aumento al máximo de la corriente del circuito de antena. Esto hace que la resistencia y la reactancia del circuito de antena se reflejen en el circuito primario, lo que carga (y desintoniza) al primario. La reactancia reflejada en el primario debe equilibrarse sintonizando nuevamente el primario hasta que su reactancia anula la del secundario. Cuando ambas reactancias son iguales se llega a la condición de resonancia, y para

el amplificador final de potencia el circuito de antena se presenta como una resistencia pura. De esta forma, hay un suministro máximo de potencia a la antena a través del transformador.

Acoplamiento de eslabón

Cuando se desea la transmisión de energía entre dos circuitos resonantes que están separados entre sí en el aparato, se usa un tipo de acoplamiento llamado acoplamiento de eslabón, el que se representa en la figura 8-26. Se puede observar en la figura, que el circuito resonante formado por el condensador C_1 y el primario del transformador, está acoplado al circuito resonante, formado por C_2 y el arrollamiento secundario, mediante un circuito intermedio formado por los inductores L_1 y L_2. Se observa también que L_1 tiene menos vueltas que el arrollamiento primario y que L_2 también tiene menos vueltas que el arrollamiento secundario. Por lo tanto, el primario y L_1 y el secundario y L_2 tienen un acoplamiento flojo. Debido a este acoplamiento flojo, la respuesta de frecuencia del circuito de acoplamiento inductivo es similar a la respuesta de un transformador de F.I. de doble sintonía y de acoplamiento flojo. Una de las desventajas del circuito de acoplamiento inductivo de eslabón es que se pierde potencia por la resistencia de las líneas de conexión, cuando fluye una corriente relativamente alta en el circuito.

Adaptación de impedancias con transformadores de R.F.

En los transformadores de potencia y en los transformadores de audiofrecuencia, la transmisión de potencia y la adaptación de impedancias depende de que exista un alto acoplamiento mutuo entre los arrollamientos. Como el coeficiente de acoplamiento es menor en los transformadores de R.F., la transmisión de potencia en dichas frecuencias es también menor. Sin embargo, según se estableciera anteriormente, en la radiofrecuencia la propiedad de resonancia del circuito compensa los efectos del acoplamiento flojo, y por ello se logra la transmisión de una magnitud considerable de potencia con transformadores de R.F.

En los circuitos de doble sintonía, como el transformador de F.I. de la figura 8-23, es también importante lo referente a la impedancia. Por ejemplo, el circuito primario sintonizado de la figura es un circuito resonante paralelo que presenta una alta impedancia al circuito amplificador precedente. Esto es conveniente pues la impedancia de la válvula amplificadora es alta, y se desea que un porcentaje alto de la tensión disponible pase al primario. Aunque el secundario es un circuito resonante serie, su capacitor presenta una impedancia muy alta para acoplarse a la entrada de la segunda válvula amplificadora.

Cuando se desea la máxima transmisión de potencia en radiofrecuencias, de un circuito a otro, se usa un transformador de adaptación de impedancias R.F. Sin embargo, como la relación de transformación de un transformador de R.F. no tiene importancia, la adaptación de impedancias en dichas frecuencias no puede calcularse mediante la fórmula común de la relación de transformación-impedancia. Generalmente, el lado de baja impedancia del transformador de R.F. es el lado que tiene el menor número de vueltas, mientras que el lado de alta impedancia es el lado que tiene el mayor número de vueltas.

En la figura 8-27 se muestra un ejemplo de adaptación de impedancias. En este ejemplo se acopla un cable de conexión de 600 ohm, del sistema de antena del transmisor, a la última etapa amplificadora de potencia del transmisor. Esta impedancia de 600 ohm es reflejada a través del transformador como una impedancia más alta, de

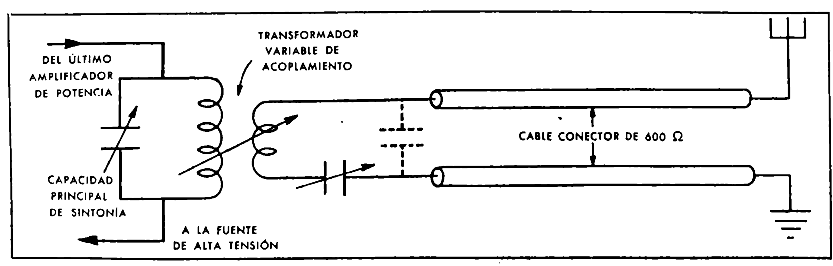


Figura 8-27. Adaptación de impedancias en radiofrecuencia

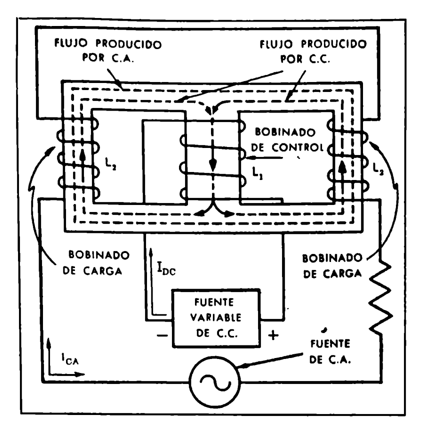


Figura 8-28. Flujo magnético en el núcleo de hierro de un reactor saturable

manera de equilibrar la salida del amplificador. Como la impedancia reflejada depende del acoplamiento del transformador, se ajusta la distancia entre los arrollamientos hasta que la impedancia reflejada en el primario carga lo suficiente la válvula amplificadora para obtener la máxima potencia de salida. Cuando el cable de conexión se presenta como componente reactivo, la reactancia es reflejada en el primario de forma igual. Para compensar esto se ajusta la capacidad de sintonía principal (aumentándola o disminuyéndola), o se coloca un capacitor a través del arrollamiento secundario (en línea punteada en la figura). Obsérvese que el capacitor a través del secundario no sintoniza su arrollamiento a la resonancia, sino que simplemente sirve para anular la componente reactiva presente en el cable de conexión de 600 ohm. De esta manera, el transformador de antena en un transmisor de radio sirve como transformador de adaptación de impedancias de R.F., acoplando la salida del transmisor al sistema de antena.

8-9 TRANSFORMADORES DE AISLACIÓN

Además de los usos comunes ya estudiados, los transformadores tienen muchas otras aplicaciones, entre otras, la aislación de los circuitos próximos para evitar interacciones indeseables. Otra de las aplicaciones del transformador de aislación, es la de aislar dos partes de un equipo electrónico cuando una, o ambas, tienen contacto en el chasis y están conectadas a la línea de alimentación. Si no se usa el transformador de aislación, la inversión de las conexiones entre los dos chasis puede dar origen a un cortocircuito en la línea. Estos transformadores se usan con mucha frecuencia en los trabajos con instrumentos muy sensibles de medición y de ensayo. Ello es especialmente importante en la aplicación de los transistores.

8-10 TRANSFORMADORES DE INSTRUMENTOS

En los circuitos de C.A. se utilizan con mucha frecuencia tensiones y corrientes de valores muy altos. Para poder utilizar instrumentos de medida de baja tensión y corriente en tales aplicaciones, se utilizan transformadores especiales denominados transformadores para instrumentos. Son, en realidad, un tipo de transformador de aislación, pues se emplean para aislar el instrumento de medición de los circuitos de alta tensión y corriente en que deben realizarse las mediciones. Cuando el transformador de instrumento se usa para reducir la tensión se le llama transformador de tensión, y transformador de corriente cuando se emplea para reducir el valor alto de la corriente.

Transformador de tensión

Es un pequeño transformador de dos arrollamientos del tipo reductor, con una relación de transformación tal que la tensión del secundario puede aplicarse al voltímetro. Luego, la relación de transformación se convierte en el factor para multiplicar por el circuito del voltímetro. En algunos casos, la escala del voltímetro ya está calibrada para indicar directamente la alta tensión que se está midiendo.

Transformador de corriente

Es un transformador cuyo arrollamiento primario tiene pocas vueltas, y cuyo arrollamiento secundario tiene muchas vueltas. La relación de transformación es el factor por el que se multiplica la corriente medida por el instrumento. El amperímetro que se utiliza puede ser el instrumento de que se dispone, o puede ser un amperímetro cuya escala está directamente calibrada con los altos valores de corriente que debe medir.

Es importante recordar que la corriente del primario en el transformador de corriente, es determinada por la corriente del circuito, y no por la carga conectada al secundario. En este aspecto, el transformador de corriente difiere de otros transformadores de dos arrollamientos. La única carga en el secundario de un transformador de corriente es la baja impedancia del amperímetro. Esta baja impedancia impide que la tensión del

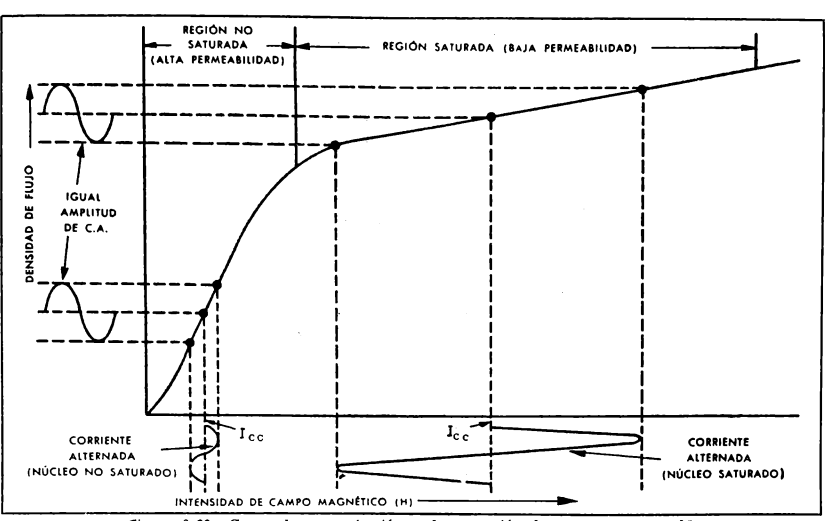


Figura 8-29. Curva de magnetización y de excitación de un reactor saturable con corrientes alterna y continua

secundario se eleve al alto valor correspondiente a una relación de transformación alta. Cuando por el arrollamiento primario del transformador fluye corriente, nunca debe abrirse el arrollamiento secundario; si se hace esto, la tensión del secundario alcanzará un valor alto y peligroso.

8-11 REACTOR DE FILTRO

Un reactor de filtro es un inductor con núcleo de hierro conectado en serie con una carga, y que se utiliza para controlar la potencia de C.A. suministrada a la carga. El reactor se conecta a la corriente alterna y a la corriente continua. El cambio de la magnitud de la corriente continua aplicada al circuito, varía la reactancia inductiva del reactor y, en consecuencia, cambia también el valor de la potencia de C.A. aplicada a la carga. Aunque el reactor no es un transformador, se le incluye en este capítulo pues su funcionamiento depende del flujo magnético en su núcleo de hierro.

En la figura 8-28 se representa un reactor de filtro típico. Está formado por tres arrollamientos (L_1, L_2 y L_3), cada uno de los cuales está devanado sobre una sección distinta del núcleo de hierro. El arrollamiento central, llamado arrollamiento de control (L_1), está conectado a una fuente de corriente continua variable. Los arrollamientos L_2 y L_3, llamados arrollamientos *de carga,* están devanados sobre ambos lados del núcleo. Obsérvese que estos dos arrollamientos que tienen igual número de vueltas, están conectados en serie con la carga y la fuente de C.A. En consecuencia, la misma corriente alterna fluye por los dos arrollamientos y por la propia carga.

Se supone que no existe flujo magnético en el núcleo, es decir, que no está saturado. En este momento la inductancia de L_2 y de L_3 es grande, y cuando se aplica la corriente alterna a los arrollamientos se produce en el núcleo un flujo magnético de alto valor, el que, a su vez, produce una alta reactancia inductiva en ambos arrollamientos de la corriente alterna. En efecto, esta alta reactancia inductiva impide que la corriente alterna fluya en la carga, por lo cual, el valor de la potencia de C.A. entregada es relativamente pequeño.

Se supone nuevamente que el núcleo de hierro no se halla saturado. Cuando se aplica la corriente continua al arrollamiento de control L_1, la corriente produce al atravesarlo flujo magnético en el núcleo. Aumentando el valor de la C.C. en este

arrollamiento, la magnitud del flujo en el núcleo aumenta hasta que se llega a un punto en que su valor alcanza el máximo. A este punto se le llama punto de saturación magnética del núcleo, y todo aumento posterior de la corriente no producirá más flujo. La corriente alterna que se aplica ahora al circuito fluye a través de los arrollamientos de C.A. y en la carga. Esto se debe a que como el núcleo de hierro está saturado con el flujo producido por la corriente continua en el arrollamiento de control, no puede recibir más flujo; por ello, la reactancia inductiva en los arrollamientos de C.A. es baja. De esta manera, cuando el núcleo está saturado, se entrega a la carga una gran cantidad de potencia.

Las dos condiciones de funcionamiento del reactor de filtro, según se deduce de lo anterior, se basan en condiciones extremas. Es decir, cuando el núcleo no se halla saturado la potencia suministrada a la carga es relativamente pequeña, mientras que en la condición de saturación del núcleo, la potencia entregada a la carga es relativamente grande. Si se controla el valor de la corriente continua aplicada al arrollamiento de control (L_1), podrá variarse la magnitud del flujo en el núcleo y, por consiguiente, la inductancia de los arrollamientos de C.A. De esta manera, también puede variarse la potencia suministrada a la carga entre los valores máximos y mínimos descritos anteriormente.

El funcionamiento de un reactor de filtro, puede entenderse más completamente analizando su curva de imantación, que se representa en la figura 8-29. Debe recordarse que la permeabilidad de un núcleo varía cuando aumenta en él el flujo magnético hasta un cierto valor (saturación del núcleo). En la zona no saturada de la parte de la curva de mayor declive, la permeabilidad del núcleo es alta, y en consecuencia la reactancia inductiva es también alta. En esta zona sólo se suministra a la carga una pequeña cantidad de potencia de C.A. Por otra parte, en la región saturada, a lo largo de la parte plana de la curva, la permeabilidad del núcleo es relativamente baja; por lo tanto, la reactancia inductiva es también baja. En esta zona el valor de la potencia de C.A. entregada a la carga es alto. De esta forma, variando el valor de la C.C. aplicada al arrollamiento de control, se controla la potencia de C.A. entregada a la carga.

8-12 RESUMEN

El transformador es un dispositivo que convierte la potencia eléctrica de un valor de tensión y corriente a otro valor de tensión y corriente. Un transformador consiste en dos o más inductores, ubicados en tal forma que la variación del campo magnético en uno de ellos, por efecto de la C.A., induce una tensión en el otro. El inductor conectado a la fuente de alimentación se denomina arrollamiento primario, y el inductor conectado a la carga se denomina arrollamiento secundario. La conexión entre ambos arrollamientos se realiza por efecto de la concatenación del flujo mutuo. La corriente que produce en el secundario la tensión inducida, crea líneas de flujo opuestas a las líneas de flujo producidas por la corriente del primario, y ello tiende a aumentar la corriente de este último. Cuando se conecta al secundario una carga puramente resistiva, la corriente y la tensión en el circuito secundario tienden a estar en fase entre sí, y 180 grados desfasados respecto a la tensión y la corriente del circuito primario.

La relación del número de vueltas en el primario con el número de vueltas en el secundario, se llama la relación de transformación del transformador. La tensión inducida en el secundario es directamente proporcional a la relación de transformación. Un transformador en el que la tensión inducida en el secundario es mayor que la tensión aplicada al primario se llama transformador elevador. En cambio, el transformador que tiene una tensión inducida en el secundario menor que la tensión aplicada al primario, se llama transformador reductor. La tensión por vuelta de cualquier transformador se determina dividiendo la tensión aplicada por el número de vueltas del primario. La tensión por vuelta para un transformador determinado es una constante. La corriente en el arrollamiento primario de un transformador es inversamente proporcional a la relación de transformación, y directamente proporcional a la corriente del secundario. La impedancia del circuito primario es directamente proporcional al *cuadrado* de la relación de transformación, y también, directamente proporcional a la impedancia del circuito secundario.

Para la máxima transmisión de potencia en un circuito eléctrico, la impedancia de la carga debe ser igual o adaptarse a la impedancia interna de la fuente. La impedancia de la carga puede adaptarse a una fuente que tenga una impedancia diferente, utilizando como elemento de adaptación de impedancias un transformador con la relación de transformación adecuada. Se dice que la impedancia en el circuito secundario de un transformador, es reflejada en el circuito primario. Cuando la carga es puramente resistiva es reflejada como una resistencia pura, pero con una diferencia de fase de 180 grados. Si la carga es reac-

tiva, es reflejada como su reactancia opuesta. Es decir, una reactancia inductiva en el circuito secundario, es reflejada como una reactancia capacitiva en serie con el circuito primario; y una reactancia capacitiva en el secundario es reflejada como una reactancia inductiva en serie con el circuito primario. Una reactancia capacitiva en serie con un circuito puede considerarse como una reactancia inductiva en paralelo con el circuito; mientras que una reactancia inductiva en serie, puede considerarse como una reactancia capacitiva en paralelo. Por lo tanto, una capacidad en el secundario, refleja una capacidad a través del primario en forma *inversamente* proporcional al cuadrado de la relación de transformación; mientras que una inductancia en el secundario refleja una inductancia a través del primario en forma *directamente* proporcional al cuadrado de la relación de transformación.

Las pérdidas que se producen en los transformadores se deben al flujo disperso, pérdidas en el cobre (efecto Joule), histéresis, saturación de flujo del núcleo, y a las corrientes de Foucault. A pesar de ello, son muchos los transformadores prácticos que tienen rendimientos de más del 95 por ciento. La clasificación de los transformadores se establece en base a la tensión, corriente, potencia y frecuencia. Para lograr el máximo rendimiento y protección de los transformadores, nunca deben hacerse funcionar excediendo el régimen que les corresponde.

Los tres tipos principales de transformadores son: los transformadores de potencia, los transformadores de audio o baja frecuencia y los transformadores de radiofrecuencia. Los transformadores de potencia se utilizan para convertir la potencia eléctrica en alta tensión y baja corriente para transmisiones de larga distancia, y para volver a transformar esta energía en el lugar de consumo en baja tensión y alta intensidad de corriente. Los transformadores de potencia se usan también en el equipo electrónico, para elevar o reducir la tensión aplicada de corriente alterna al nivel necesario para el funcionamiento del equipo. Estos transformadores tienen generalmente un factor de potencia de 0,9, y un rendimiento aproximado de 95 por ciento.

El transformador de potencia con derivaciones se utiliza para producir dos o más tensiones de iguales o diferentes valores. El transformador con derivación central produce dos tensiones iguales, desfasadas 180 grados. El transformador de arrollamientos múltiples es el que tiene más de dos arrollamientos en su núcleo. La potencia total suministrada por el transformador de arrollamientos múltiples, es la suma de los valores de potencia suministrados por cada arrollamiento secundario. Un transformador especial que emplea únicamente un solo arrollamiento para el primario y para el secundario, se llama autotransformador. El autotransformador tiene la ventaja de que puede variarse su carga con poco cambio en la tensión de salida.

Se usan los transformadores de audio para la transmisión de potencia y la adaptación de impedancias, en frecuencias de 20 a 20.000 ciclos por segundo. Estos transformadores usan generalmente núcleos de hierro de alta inductancia. El transformador de entrada o de micrófono, se emplea para acoplar la baja impedancia de un micrófono con la alta impedancia de un amplificador de audio. El transformador interetapas acopla la salida de un amplificador de audio con la entrada del siguiente amplificador de audio. Un transformador de salida acopla la alta impedancia de un amplificador de audio con la baja impedancia de un altoparlante.

Los transformadores de radiofrecuencia o de R.F., tienen, generalmente, núcleo de aire y valores bajos de inductancia. Se utilizan en frecuencias superiores a los 20.000 ciclos por segundo. El grado de acoplamiento y el valor de la inductancia de los transformadores de R.F., es determinado por la función del circuito en que se utiliza el transformador. Las frecuencias intermedias o transformadores de F.I., son un tipo de transformadores de R.F. utilizados para pasar únicamente una banda determinada de radiofrecuencias. Generalmente, los transformadores de F.I. tienen acoplamiento flojo, y el primario y el secundario están sintonizados. Los transformadores de acoplamiento de antena, son esencialmente transformadores de potencia utilizados en radiofrecuencias. Se logra la máxima transmisión de potencia cuando las reactancias a través del transformador están equilibradas. Debido al acoplamiento flojo, la relación de transformación no tiene importancia para los transformadores de R.F. Sin embargo, pueden acoplarse impedancias en radiofrecuencias mediante el uso de un transformador de adaptación en relación de transformación adecuada.

Los transformadores se usan en aplicaciones especializadas, como ser para la aislación de sistemas sensibles a la medición del peligro de las altas tensiones y corrientes de los circuitos de C.A. Cuando estos transformadores se utilizan con voltímetros se les llama transformadores de tensión, y cuando se usan con amperímetros, transforma-

dores de corriente. Un reactor de filtro es un inductor con núcleo de hierro, utilizado para controlar el suministro de potencia alterna a una carga. Aunque el reactor de filtro no es un transformador, depende para su funcionamiento del flujo magnético en el núcleo de hierro.

CUESTIONARIO

1. ¿Qué es un transformador?
2. ¿Cómo se distingue el arrollamiento primario del secundario?
3. ¿A través de qué elemento se transmite la energía desde el primario al secundario de un transformador?
4. ¿Qué significa flujo disperso?
5. ¿Cuál es la relación de fase entre la tensión y la corriente a través de un arrollamiento determinado de un transformador, cuando no se conecta carga al secundario?
6. ¿Cuál es la relación de fase entre la tensión y la corriente en el secundario de un transformador que tiene una carga puramente resistiva?... una carga capacitiva?... una carga inductiva?
7. ¿Qué significa relación de transformación de un transformador?
8. ¿Cómo se relacionan las tensiones de un transformador con la relación de transformación? Dar la fórmula que expresa esta relación.
9. ¿Qué es un transformador elevador, y qué, un transformador reductor?
10. Un transformador tiene una tensión aplicada de 110 volt a un arrollamiento primario de 400 vueltas. ¿Cuál es la relación de transformación y el valor de la tensión del secundario si éste tiene 900 vueltas?
11. Un transformador tiene una relación de transformación de 12:1. ¿Cuál es el valor de la tensión del primario si la tensión del secundario es de 12 volt?
12. ¿Cómo se calcula la tensión por espira de un transformador?
13. ¿Cuál es la relación entre la potencia del primario y la del secundario en un transformador?
14. ¿Cómo se relacionan las corrientes de un transformador con la relación de transformación? Dar la fórmula que expresa esta relación.
15. Indíquese la ventaja principal de un transformador.
16. ¿Qué es un transformador de audio?
17. ¿Qué tipo de núcleo utiliza un transformador de audio?
18. ¿Qué representa una curva de respuesta de frecuencia?
19. ¿Cuál es la finalidad de un transformador de entrada de audio?
20. ¿Cuál es la finalidad de un transformador interetapas de audiofrecuencia?
21. ¿Cuál es la finalidad de un transformador de salida de audio?
22. ¿Por qué no se utilizan los núcleos de hierro en los transformadores de radiofrecuencia?
23. ¿Cómo están acoplados, generalmente, los arrollamientos de los transformadores de R.F.?
24. ¿De qué factor depende el número de vueltas de cada arrollamiento de un transformador interetapas de radiofrecuencia?
25. ¿Qué es un transformador F.I.?
26. ¿Qué significa acoplamiento óptimo en los transformadores de frecuencia intermedia?
27. ¿Qué indica la resonancia cuando se sintoniza el primario de un transformador de acoplamiento de antena?
28. ¿Cuándo se usa el acoplamiento inductivo?
29. ¿Cuál es la finalidad del transformador de aislación?

Apéndice A

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS NATURALES

grados	sen	cos	tan	cot	
0.0	0.0000	1.0000	0.0000	∞	90.0
.1	.0017	1.0000	.0000	573.0	.9
.2	.0035	1.0000	.0033	286.5	.8
.3	.0052	1.0000	.0052	191.0	.7
.4	.0070	1.0000	.0070	143.24	.6
.5	.0087	1.0000	.0087	114.59	.5
.6	.0105	0.9999	.0106	95.49	.4
.7	.0122	.9999	.0122	81.85	.3
.8	.0140	.9999	.0140	71.62	.2
.9	.0157	.9999	.0157	63.66	.1
1.0	0.0175	0.9998	0.0175	57.29	89.0
.1	.0192	.9998	.0192	52.08	.9
.2	.0209	.9998	.0209	47.74	.8
.3	.0227	.9997	.0227	44.07	.7
.4	.0244	.9997	.0244	40.92	.6
.5	.0262	.9997	.0262	38.19	.5
.6	.0279	.9996	.0279	35.80	.4
.7	.0297	.9996	.0297	33.69	.3
.8	.0314	.9995	.0314	31.82	.2
.9	.0332	.9995	.0332	30.14	.1
2.0	0.0349	0.9994	0.0349	28.64	88.0
.1	.0366	.9993	.0867	27.27	.9
.2	.0384	.9993	.0384	26.03	.8
.3	.0401	.9992	.0402	24.90	.7
.4	.0419	.9991	.0419	23.86	.6
.5	.0436	.9990	.0437	22.90	.5
.6	.0454	.9990	.0454	22.02	.4
.7	.0471	.9989	.0472	21.20	.3
.8	.0488	.9988	.0489	20.45	.2
.9	.0506	.9987	.0507	19.74	.1
3.0	0.0523	0.9986	.0524	19.081	87.0
.1	.0541	.9985	.0542	18.464	.9
.2	.0558	.9984	.0559	17.886	.8
.3	.0576	.9983	.0577	17.343	.7
.4	.0593	.9982	.0594	16.832	.6
.5	.0610	.9981	.0612	16.350	.5
.6	.0628	.9980	.0629	15.895	.4
.7	.0645	.9979	.0646	15.464	.3
.8	.0663	.9978	.0664	15.056	.2
.9	.0680	.9977	.0682	14.669	.1
4.0	0.0698	0.9976	.0699	14.301	86.0
.1	.0715	.9974	.0717	13.951	.9
.2	.0732	.9973	.0734	13.617	.8
.3	.0750	.9972	.0752	13.300	.7
.4	.0767	.9971	.0769	12.996	.6
.5	.0785	.9969	.0787	12.706	.5
.6	.0802	.9968	.0805	12.429	.4
.7	.0819	.9966	.0822	12.163	.3
.8	.0839	.9965	.0843	11.909	.2
.9	.0854	.9963	.0857	11.664	.1
5.0	0.0872	0.9962	.0875	11.430	85.0
.1	.0889	.9960	.0892	11.205	.9
.2	.0906	.9959	.0910	10.988	.8
.3	.0924	.9957	.0928	10.780	.7
.4	.0941	.9956	.0945	10.579	.6
.5	.0958	.9954	.0968	10.385	.5
.6	.0976	.9952	.0981	10.199	.4
.7	.0993	.9951	.0998	10.019	.3
.8	.1011	.9949	.1016	9.845	.2
.9	.1028	.9947	.1033	9.677	.1
6.0	0.1045	0.9945	1051	9.514	84.0
.1	.1063	.9943	.1069	9.357	.9
.2	.1080	.9942	.1086	9.205	.8
.3	.1097	.9940	.1104	9.058	.7
.4	.1115	.9938	.1122	8.915	.6
.5	.1132	.9936	.1139	8.777	.5
.6	.1149	.9934	.1157	8.643	.4
.7	.1168	.9932	.1175	8.513	.3
.8	.1184	.9930	.1192	8.386	.2
.9	.1201	.9928	.1210	8.264	.1
	cos	sen	cot	tan	grados

grados	sen	cos	tan	cot	
7.0	0.1219	0.9925	.1228	8.144	83.0
.1	.1236	.9923	.1245	8.028	.9
.2	.1253	.9921	.1263	7.916	.8
.3	.1271	.9919	.1281	7.806	.7
.4	.1288	.9917	.1299	7.700	.6
.5	.1305	.9914	.1317	7.596	.5
.6	.1323	.9912	.1334	7.495	.4
.7	.1340	.9910	.1352	7.396	.3
.8	.1357	.9907	.1370	7.300	.2
.9	.1374	.9905	.1388	7.207	.1
8.0	0.1392	0.9903	.1405	7.115	82.0
.1	.1409	.9900	.1423	7.026	.9
.2	.1426	.9898	.1441	6.940	.8
.3	.1444	.9895	.1459	6.855	.7
.4	.1461	.9893	.1477	6.772	.6
.5	.1478	.9890	.1495	6.691	.5
.6	.1495	.9888	.1512	6.612	.4
.7	.1513	.9885	.1530	6.535	.3
.8	.1530	.9882	.1548	6.460	.2
.9	.1547	.9880	.1566	6.386	.1
9.0	0.1564	0.9877	0.1584	6.314	81.0
.1	.1582	.9874	.1602	6.243	.9
.2	.1599	.9871	.1620	6.174	.8
.3	.1616	.9869	.1638	6.107	.7
.4	.1633	.9866	.1665	6.041	.6
.5	.1650	.9863	.1673	5.976	.5
.6	.1668	.9860	.1691	5.912	.4
.7	.1685	.9857	.1709	5.850	.3
.8	.1702	.9854	.1727	5.789	.2
.9	.1719	.9851	.1741	5.730	.1
10.0	0.1736	0.9848	0.1763	5.671	80.0
.1	.1754	.9845	.1781	5.614	.9
.2	.1771	.9842	.1799	5.558	.8
.3	.1788	.9839	.1817	5.503	.7
.4	.1805	.9836	.1835	5.449	.6
.5	.1822	.9833	.1853	5.396	.5
.6	.1840	.9829	.1871	5.343	.4
.7	.1857	.9826	.1890	5.292	.3
.8	.1874	.9823	.1908	5.242	.2
.9	.1891	.9820	.1926	5.193	.1
11.0	0.1908	0.9816	0.1944	5.145	79.0
.1	.1925	.9813	.1962	5.097	.9
.2	.1942	.9810	.1980	5.050	.8
.3	.1959	.9806	.1998	5.005	.7
.4	.1977	.9803	.2016	4.959	.6
.5	.1994	.9799	.2035	4.915	.5
.6	.2011	.9796	.2053	4.872	.4
.7	.2028	.9792	.2071	4.829	.3
.8	.2045	.9789	.2089	4.787	.2
.9	.2062	.9785	.2107	4.745	.1
12.0	0.2079	0.9781	0.2126	4.705	78.0
.1	.2096	.9778	.2144	4.665	.9
.2	.2113	.9774	.2162	4.625	.8
.3	.2130	.9770	.2180	4.586	.7
.4	.2147	.9767	.2199	4.548	.6
.5	.2164	.9763	.2217	4.511	.5
.6	.2181	.9759	.2235	4.474	.4
.7	.2198	.9755	.2254	4.437	.3
.8	.2215	.9751	.2272	4.402	.2
.9	.2233	.9748	.2290	4.366	.1
13.0	0.2250	0.9744	0.2309	4.331	77.0
.1	.2267	.9740	.2327	4.297	.9
.2	.2284	.9736	.2345	4.264	.8
.3	.2300	.9732	.2364	4.230	.7
.4	.2317	.9728	.2382	4.198	.6
.5	.2334	.9724	.2401	4.165	.5
.6	.2351	.9720	.2419	4.134	.4
.7	.2368	.9715	.2438	4.102	.3
.8	.2385	.9711	.2456	4.071	.2
.9	.2402	.9707	.2475	4.041	.1
	cos	sen	cot	tan	grados

grados	sen	cos	tan	cot	
14.0	0.2419	0.9703	0.2493	4.011	76.0
.1	.2436	.9699	.2512	3.981	.9
.2	.2453	.9694	.2530	3.952	.8
.3	.2470	.9690	.2549	3.923	.7
.4	.2487	.9686	.2568	3.895	.6
.5	.2504	.9681	.2586	3.867	.5
.6	.2521	.9677	.2605	3.839	.4
.7	.2538	.9673	.2623	3.812	.3
.8	.2554	.9668	.2642	3.785	.2
.9	.2571	.9664	.2661	3.758	.1
15.0	0.2588	0.9659	0.2679	3.732	75.0
.1	.2605	.9655	.2698	3.706	.9
.2	.2622	.9650	.2717	3.681	.8
.3	.2639	.9646	.2736	3.655	.7
.4	.2656	.9641	.2754	3.630	.6
.5	.2672	.9636	.2773	3.606	.5
.6	.2689	.9632	.2792	3.582	.4
.7	.2706	.9627	.2811	3.558	.3
.8	.2723	.9622	.2830	3.534	.2
.9	.2740	.9617	.2849	3.511	.1
16.0	0.2756	0.9613	0.2867	3.487	74.0
.1	.2773	.9608	.2886	3.465	.9
.2	.2790	.9603	.2905	3.442	.8
.3	.2807	.9598	.2924	3.420	.7
.4	.2823	.9593	.2943	3.398	.6
.5	.2840	.9588	.2962	3.376	.5
.6	.2857	.9583	.2981	3.354	.4
.7	.2874	.9578	.3000	3.333	.3
.8	.2890	.9573	.3019	3.312	.2
.9	.2907	.9568	.3038	3.291	.1
17.0	0.2924	0.9563	0.3057	3.271	73.0
.1	.2940	.9558	.3076	3.251	.9
.2	.2957	.9553	.3096	3.230	.8
.3	.2974	.9548	.3115	3.211	.7
.4	.2990	.9542	.3134	3.191	.6
.5	.3007	.9537	.3153	3.172	.5
.6	.3024	.9532	.3172	3.152	.4
.7	.3040	.9527	.3191	3.133	.3
.8	.3057	.9521	.3211	3.115	.2
.9	.3074	.9516	.3230	3.096	.1
18.0	0.3090	0.9511	0.3249	3.078	72.0
.1	.3107	.9505	.3269	3.060	.9
.2	.3123	.9500	.3288	3.042	.8
.3	.3140	.9494	.3307	3.024	.7
.4	.3156	.9489	.3327	3.006	.6
.5	.3173	.9483	.3346	2.989	.5
.6	.3190	.9478	.3365	2.971	.4
.7	.3206	.9472	.3385	2.954	.3
.8	.3223	.9466	.3404	2.937	.2
.9	.3239	.9461	.3424	2.921	.1
19.0	0.3256	0.9455	0.3443	2.904	71.0
.1	.3272	.9449	.3463	2.888	.9
.2	.3289	.9444	.3482	2.872	.8
.3	.3305	.9438	.3502	2.856	.7
.4	.3322	.9432	.3522	2.840	.6
.5	.3338	.9426	.3541	2.824	.5
.6	.3355	.9421	.3561	2.808	.4
.7	.3371	.9415	.3581	2.793	.3
.8	.3387	.9409	.3600	2.778	.2
.9	.3404	.9403	.3620	2.762	.1
20.0	0.3420	0.9397	0.3640	2.747	70.0
.1	.3437	.9391	.3659	2.733	.9
.2	.3453	.9385	.3679	2.718	.8
.3	.3469	.9379	.3699	2.703	.7
.4	.3486	.9373	.3719	2.689	.6
.5	.3502	.9367	.3739	2.675	.5
.6	.3518	.9361	.3759	2.660	.4
.7	.3535	.9354	.3779	2.646	.3
.8	.3551	.9348	.3799	2.633	.2
.9	.3567	.9342	.3819	2.619	.1
	cos	sen	cot	tan	grados

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS NATURALES

grados	sen	cos	tan	cot	
21.0	0.3584	0.9336	0.3839	2.605	69.0
.1	.3600	.9330	.3859	2.592	.9
.2	.3616	.9323	.3879	2.578	.8
.3	.3633	.9317	.3899	2.565	.7
.4	.3649	.9311	.3919	2.552	.6
.5	.3665	.9304	.3939	2.539	.5
.6	.3681	.9298	.3959	2.526	.4
.7	.3697	.9291	.3979	2.513	.3
.8	.3714	.9285	.4000	2.500	.2
.9	.3730	.9278	.4020	2.488	.1
22.0	0.3746	0.9272	0.4040	2.475	68.0
.1	.3762	.9265	.4061	2.463	.9
.2	.3778	.9259	.4081	2.450	.8
.3	.3795	.9252	.4101	2.438	.7
.4	.3811	.9245	.4122	2.426	.6
.5	.3827	.9239	.4142	2.414	.5
.6	.3843	.9232	.4163	2.402	.4
.7	.3859	.9225	.4183	2.391	.3
.8	.3875	.9219	.4204	2.379	.2
.9	.3891	.9212	.4224	2.367	.1
23.0	0.3907	0.9205	0.4245	2.356	67.0
.1	.3923	.9198	.4265	2.344	.9
.2	.3939	.9191	.4286	2.333	.8
.3	.3955	.9184	.4307	2.322	.7
.4	.3971	.9178	.4327	2.311	.6
.5	.3987	.9171	.4348	2.300	.5
.6	.4003	.9164	.4369	2.289	.4
.7	.4019	.9157	.4390	2.278	.3
.8	.4035	.9150	.4411	2.267	.2
.9	.4051	.9143	.4431	2.257	.1
24.0	0.4067	0.9135	0.4452	2.246	66.0
.1	.4083	.9128	.4473	2.236	.9
.2	.4099	.9121	.4494	2.225	.8
.3	.4115	.9114	.4515	2.215	.7
.4	.4131	.9107	.4536	2.204	.6
.5	.4147	.9100	.4557	2.194	.5
.6	.4163	.9092	.4578	2.184	.4
.7	.4179	.9085	.4599	2.174	.3
.8	.4195	.9078	.4621	2.164	.2
.9	.4210	.9070	.4642	2.154	.1
25.0	0.4226	0.9063	0.4663	2.145	65.0
.1	.4242	.9056	.4684	2.135	.9
.2	.4258	.9048	.4706	2.125	.8
.3	.4274	.9041	.4727	2.116	.7
.4	.4289	.9033	.4748	2.106	.6
.5	.4305	.9026	.4770	2.097	.5
.6	4321	.9018	.4791	2.087	.4
.7	.4337	.9011	.4813	2.078	.3
.8	.4352	.9003	.4834	2.069	.2
.9	.4368	.8996	.4856	2.059	.1
26.0	0.4384	0.8988	0.4877	2.050	64.0
.1	.4399	.8980	.4899	2.041	.9
.2	.4415	.8973	.4921	2.032	.8
.3	.4431	.8965	.4942	2.023	.7
.4	.4446	.8957	.4964	2.014	.6
.5	.4462	.8949	.4986	2.006	.5
.6	.4478	.8942	.5008	1.997	.4
.7	.4493	.8934	.5029	1.988	.3
.8	.4509	.8926	.5051	1.980	.2
.9	.4524	.8918	.5073	1.971	.1
27.0	0.4540	0.8910	0.5095	1.963	63.0
.1	.4555	.8902	.5117	1.954	.9
.2	.4571	.8894	.5139	1.946	.8
.3	.4586	.8886	.5161	1.937	.7
.4	.4602	.8878	.5184	1.929	.6
.5	.4617	.8870	.5206	1.921	.5
.6	.4633	.8862	.5228	1.913	.4
.7	.4648	.8854	.5250	1.905	.3
.8	.4664	.8846	.5272	1.897	.2
.9	.4679	.8838	.5295	1.889	.1
28.0	0.4695	0.8829	0.5317	1.881	62.0
.1	.4710	.8821	.5340	1.873	.9
.2	.4726	.8813	.5362	1.865	.8
.3	.4741	.8805	.5384	1.857	.7
.4	.4756	.8796	.5407	1.849	.6
.5	.4772	.8788	.5430	1.842	.5
.6	.4787	.8780	.5452	1.834	.4
.7	.4802	.8771	.5475	1.827	.3
.8	.4818	.8763	.5498	1.819	.2
.9	.4833	.8755	.5520	1.811	.1
29.0	0.4848	0.8746	0.5543	1.804	61.0
.1	.4863	.8738	.5566	1.797	.9
	cos	sen	cot	tan	grados

grados	sen	cos	tan	cot	
29.2	.4879	.8729	.5589	1.789	60.8
.3	.4894	.8721	.5612	1.782	.7
.4	.4909	.8712	.5635	1.775	.6
.5	.4924	.8704	.5658	1.767	.5
.6	.4939	.8695	.5681	1.760	.4
.7	.4955	.8686	.5704	1.753	.3
.8	.4970	.8678	.5727	1.746	.2
.9	.4985	.8669	.5750	1.739	.1
30.0	0.5000	0.8660	0.5774	1.7321	60.0
.1	.5015	.8652	.5797	1.7251	.9
.2	.5030	.8643	.5820	1.7182	.8
.3	.5045	.8634	.5844	1.7113	.7
.4	.5060	.8625	.5867	1.7045	.6
.5	.5075	.8616	.5890	1.6977	.5
.6	.5090	.8607	.5914	1.6909	.4
.7	.5105	.8599	.5938	1.6842	.3
.8	.5120	.8590	.5961	1.6775	.2
.9	.5135	.8581	.5985	1.6709	.1
31.0	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	59.0
.1	.5165	.8563	.6032	1.6577	.9
.2	.5180	.8554	.6056	1.6512	.8
.3	.5195	.8545	.6080	1.6447	.7
.4	.5210	.8536	.6104	1.6383	.6
.5	.5225	.8526	.6128	1.6319	.5
.6	.5240	.8517	.6152	1.6255	.4
.7	.5255	.8508	.6176	1.6191	.3
.8	.5270	.8499	.6200	1.6128	.2
.9	.5284	.8490	.6224	1.6066	.1
32.0	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	58.0
.1	.5314	.8471	.6273	1.5941	.9
.2	.5329	.8462	.6297	1.5880	.8
.3	.5344	.8453	.6322	1.5818	.7
.4	.5358	.8443	.6346	1.5757	.6
.5	.5373	.8434	.6371	1.5697	.5
.6	.5388	.8425	.6395	1.5637	.4
.7	.5402	.8415	.6420	1.5577	.3
.8	.5417	.8406	.6445	1.5517	.2
.9	.5432	.8396	.6469	1.5458	.1
33.0	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	57.0
.1	.5461	.8377	.6519	1.5340	.9
.2	.5476	.8368	.6544	1.5282	.8
.3	.5490	.8358	.6569	1.5224	.7
.4	.5505	.8348	.6594	1.5166	.6
.5	.5519	.8339	.6619	1.5108	.5
.6	.5534	.8329	.6644	1.5051	.4
.7	.5548	.8320	.6669	1.4994	.3
.8	.5563	.8310	.6694	1.4938	.2
.9	.5577	.8300	.6720	1.4882	.1
34.0	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	56.0
.1	.5606	.8281	.6771	1.4770	.9
.2	.5621	.8271	.6796	1.4715	.8
.3	.5635	.8261	.6822	1.4659	.7
.4	.5650	.8251	.6847	1.4605	.6
.5	.5664	.8241	.6873	1.4550	.5
.6	.5678	.8231	.6899	1.4496	.4
.7	.5693	8221	.6924	1.4442	.3
.8	.5707	.8211	.6950	1.4388	.2
.9	.5721	.8202	.6976	1.4335	.1
35.0	0.5736	0.8192	0.7002	1.4281	55.0
.1	.5750	.8181	.7028	1.4229	.9
.2	.5764	.8171	.7054	1.4176	.8
.3	.5779	.8161	.7080	1.4124	.7
.4	.5793	.8151	.7107	1.4071	.6
.5	.5807	.8141	.7133	1.4019	.5
.6	.5821	.8131	.7159	1.3968	.4
.7	.5835	.8121	.7186	1.3916	.3
.8	.5850	.8111	.7212	1.3865	.2
.9	.5864	.8100	.7239	1.3814	.1
36.0	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	54.0
.1	.5892	.8080	.7292	1.3713	.9
.2	.5906	.8070	.7319	1.3663	.8
.3	.5920	.8059	.7346	1.3613	.7
.4	.5934	.8049	.7373	1.3564	.6
.5	.5948	.8039	.7400	1.3514	.5
.6	.5962	.8028	.7247	1.3465	.4
.7	.5976	.8018	.7454	1.3416	.3
.8	.5990	.8007	.7481	1.3367	.2
.9	.6004	.7997	.7508	1.3319	.1
37.0	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	53.0
.1	.6032	.7976	.7563	1.3222	.9
.2	.6046	.7965	.7590	1.3175	.8
	cos	sen	cot	tan	grados

grados	sen	cos	tan	cot	
37.3	.6060	.7955	.7618	1.3127	52.7
.4	.6074	.7944	.7646	1.3079	.6
.5	.6088	.7934	.7673	1.3032	.5
.6	.6101	.7923	.7701	1.2985	.4
.7	.6115	.7912	.7729	1.2938	.3
.8	.6129	.7902	.7757	1.2892	.2
.9	.6143	.7891	.7785	1.2846	.1
38.0	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	52.0
.1	.6170	.7869	.7841	1.2753	.9
.2	.6184	.7859	.7869	1.2708	.8
.3	.6198	.7848	.7898	1.2662	.7
.4	.6211	.7837	.7926	1.2617	.6
.5	.6225	.7826	.7954	1.2572	.5
.6	.6239	.7815	.7983	1.2527	.4
.7	.6252	.7804	.8012	1.2482	.3
.8	.6266	.7793	.8040	1.2437	.2
.9	.6280	.7782	.8069	1.2393	.1
39.0	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	51.0
.1	.6307	.7760	.8127	1.2305	.9
.2	.6320	.7749	.8156	1.2261	.8
.3	.6334	.7738	.8185	1.2218	.7
.4	.6347	.7727	.8214	1.2174	.6
.5	.6361	.7716	.8243	1.2131	.5
.6	.6374	.7705	.8273	1.2088	.4
.7	.6388	.7694	.8302	1.2045	.3
.8	.6401	.7683	.8332	1.2002	.2
.9	.6414	.7672	.8361	1.1960	.1
40.0	0.6428	0.7660	0.8391	1.1918	50.0
.1	.6441	.7649	.8421	1.1875	.9
.2	.6455	.7638	.8451	1.1833	.8
.3	.6468	.7627	.8481	1.1792	.7
.4	.6481	.7615	.8511	1.1750	.6
.5	.6494	.7604	.8541	1.1708	.5
.6	.6508	.7593	.8571	1.1667	.4
.7	.6521	.7581	.8601	1.1626	.3
.8	.6534	.7570	.8632	1.1585	.2
.9	.6547	.7559	.8662	1.1544	.1
41.0	0.6561	0.7547	0.8693	1.1504	49.0
.1	.6574	.7536	.8724	1.1463	.9
.2	.6587	.7524	.8754	1.1423	.8
.3	.6600	.7513	.8785	1.1383	.7
.4	.6613	.7501	.8816	1.1343	.6
.5	.6626	.7490	.8847	1.1303	.5
.6	.6639	.7478	.8878	1.1263	.4
.7	.6652	.7466	.8910	1.1224	.3
.8	.6665	.7455	.8941	1.1184	.2
.9	.6678	.7443	.8972	1.1145	.1
42.0	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	48.0
.1	.6704	.7420	.9036	1.1067	.9
.2	.6717	.7408	.9067	1.1028	.8
.3	.6730	.7396	.9099	1.0990	.7
.4	.6743	.7385	.9131	1.0951	.6
.5	.6756	.7373	.9163	1.0913	.5
.6	.6769	.7361	.9195	1.0875	.4
.7	.6782	.7349	.9228	1.0837	.3
.8	.6794	.7337	.9260	1.0799	.2
.9	.6807	.7325	.9293	1.0761	.1
43.0	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	47.0
.1	.6833	.7302	.9358	1.0686	.9
.2	.6845	.7290	.9391	1.0649	.8
.3	.6858	.7278	.9424	1.0612	.7
.4	.6871	.7266	.9457	1.0575	.6
.5	.6884	.7254	.9490	1.0538	.5
.6	.6896	.7242	.9523	1.0501	.4
.7	.6909	.7230	.9556	1.0464	.3
.8	.6921	.7218	.9590	1.0428	.2
.9	.6934	.7206	.9623	1.0392	.1
44.0	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	46.0
.1	.6959	.7181	.9691	1.0319	.9
.2	.6972	.7169	.9725	1.0283	.8
.3	.6984	.7157	.9759	1.0247	.7
.4	.6997	.7145	.9793	1.0212	.6
.5	.7009	.7133	.9827	1.0176	.5
.6	.7022	.7120	.9861	1.0141	.4
.7	.7034	.7108	.9896	1.0105	.3
.8	.7046	.7096	.9930	1.0070	.2
.9	.7059	.7083	.9965	1.0035	.1
45.0	0.7071	0.7071	1.0000	1.0000	45.0
	cos	sen	cot	tan	grados

BIBLIOGRAFIA UTILIZADA COMO REFERENCIA

TEXTOS

1. *Principles of Radio,* Henney and Richardson, John Wiley and Sons, Sixth Edition, 1955.
2. *Essentials of Electricity for Radio and Television,* Slurzberg and Osterheld, McGraw-Hill, 1950.
3. *Practical Physics,* White, Manning, and Weber, McGraw-Hill, Second Edition, 1955.
4. *Direct and Alternating Currents,* Loew, McGraw-Hill, 1946.
5. *Analysis of Electric Circuits,* Middendorf, John Wiley and Sons, 1956.

MANUALES DE INSTRUCCIÓN TÉCNICA

1. *Electrical Fundamentals (Alternating Current),* Department of the Army, 1951, TM 11-681.
2. *Basic Electricity,* Bureau of Naval Personnel, 1956.
3. *Homestudy Course Device 26-K-2,* U.S. Naval Training Devices Center, 1957.
4. *Air Force Manual 52-8,* Department of the Air Force, 1951.
5. *Training Manual — Electrical Power Equipment,* Philco Corporation, 1951, AN-195.
6. *Training Manual — Radio Communications Systems Measurements,* Philco Corporation, 1952, AN-352.
7. *Field Engineers' Data Handbook,* Philco Corporation, 1957, AN-407.
8. *Basic Electronic Circuits and Systems,* Training Course, Philco Corporation, 1957, AN-217/218.
9. *Radio Service Fundamentals, Philco Home Radio,* Home Study Course, Philco Corporation, 1953.

Indice de Materias

Indice general

La presente edición se terminó de imprimir en junio de 1970 en los Talleres Gráficos de la Compañía General Fabril Financiera, S. A., Iriarte 2035, Buenos Aires, República Argentina.